



UNIVERZITET U KRAGUJEVCU
FAKULTET INŽENJERSKIH NAUKA
UNIVERZITETA U KRAGUJEVCU

Milan P. Vasić

ISTRAŽIVANJE TERMIČKE STABILNOSTI CIKLOREDUKTORA

Doktorska disertacija

Kragujevac, 2025.



UNIVERSITY OF KRAGUJEVAC
FACULTY OF ENGINEERING
UNIVERSITY OF KRAGUJEVAC

Milan P. Vasić

RESEARCH ON THE THERMAL STABILITY OF CYCLOIDAL REDUCERS

Doctoral Dissertation

Kragujevac, 2025.

Autor
Ime i prezime: Milan Vasić
Datum i mesto rođenja: 09.12.1991. godine, Požarevac
Sadašnje zaposlenje: Asistent, Akademija strukovnih studija Politehnika, Odsek Požarevac
Doktorska disertacija
Naslov: Istraživanje termičke stabilnosti cikloreduktora
Broj stranica: 170
Broj slika: 138
Broj bibliografskih podataka: 160
Ustanova i mesto gde je rad izrađen: Fakultet inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu
Naučna oblast (UDK): Mašinsko inženjerstvo (621.83.061.4)
Mentor: Dr Mirko Blagojević, redovni profesor, Fakultet inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu
Broj i datum odluke Veća univerziteta o prihvatanju teme doktorske disertacije:
Broj: IV-04-7/9 Datum: 24.01.2024.

ZAHVALNICA

Ova doktorska disertacija je rezultat višegodišnjeg rada i istraživanja u predmetnoj oblasti.

Najveću zahvalnost dugujem mentoru dr Mirku Blagojeviću, redovnom profesoru Fakulteta inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu, za usmeravanje i stalnu podršku tokom izrade doktorske disertacije.

Veliku zahvalnost dugujem i dr Milošu Matejiću, docentu Fakulteta inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu na pomoći u pojedinim fazama izrade disertacije.

Ovom prilikom želim da izrazim veliku zahvalnost i Mašinskom fakultetu Univerziteta u Nišu za veliku pomoć tokom realizacije eksperimentalnih istraživanja.

Takođe, zahvalnost dugujem i kolegama Samir Dizdaru i Smajo Tuki za uloženi trud i neizmernu pomoć tokom realizacije numeričkog modela.

Zahvaljujem se i svim kolegama i prijateljima koji ovde nisu pomenuti, a koji su svojim sugestijama pomogli da doktorska disertacija dobije ovakav oblik.

Posebno se zahvaljujem i članovima svoje porodice, za odricanje, strpljenje i neizmernu podršku koju su mi pružali svih ovih godina.

APSTRAKT

U oblasti robotike i industrijske automatizacije prenosnici snage velike preciznosti su potrebni kako bi se obezbedila tačnost i ponovljivost pozicioniranja. Poslednjih godina, pored planetarnih i talasnih reduktora, kao visokoprecizni reduktori se najčešće koriste cikloreduktori, pre svega zahvaljujući svojim dobrim radnim karakteristikama.

Usled rada u uslovima izraženih dinamičkih opterećenja, pored povišenog nivoa buke i vibracija, dolazi i do narušavanja termičke stabilnosti prenosnika snage. U inženjerskoj praksi, termička stabilnost konvencionalnih zupčastih prenosnika snage najčešće se proverava prema međunarodnom standardu ISO/TR 14179-2:2001. Međutim, u današnje vreme ne postoji metodologija koja sistematski izučava i proverava termičku stabilnost cikloreduktora. U okviru ove doktorske disertacije izvršena su teorijska, numerička i eksperimentalna istraživanja termičke stabilnosti cikloreduktora.

U teorijskom delu, najpre je izvršen sveobuhvatni pregled literaturnih izvora. Zatim su, na osnovu dostupne stručne literature i kataloga renomiranih svetskih proizvođača, detaljno opisana i sistematizovana postojeća konceptijska rešenja cikloreduktora. Nakon toga je definisan matematički model za proračun kontaktnih sila. Ovaj model je potom upotrebljen za kvantifikovanje veličine termičkih izvora (parcijalnih gubitaka snage) i određivanje stepena iskorišćenja. Zatim je na osnovu međunarodnog standarda ISO/TR 14179-2:2001, razvijen matematički model za proveru termičke stabilnosti cikloreduktora.

Numerički deo disertacije je realizovan u komercijalnom softveru *ANSYS Workbench 2019 R2* na trodimenzionalnom geometrijskom CAD modelu cikloreduktora koji po svojim karakteristikama gotovo u potpunosti odgovarati ispitivanom cikloreduktoru. Na osnovu ovog modela, određena je raspodela temperaturnih polja, kao i njihov uticaj na kontaktne sile i naponsko – deformaciono stanje vitalnih elemenata cikloreduktora.

Eksperimentalni deo disertacije je sproveden u Laboratoriji za mašinske konstrukcije Mašinskog fakulteta u Nišu na probnom stolu koji je prilagođen potrebama ove doktorske disertacije. Tokom ovih istraživanja, za različite kombinacije radnih uslova, određene su vrednosti sledećih parametara: ravnotežna temperatura maziva, ukupni gubici snage, stepen iskorišćenja, potrebno vreme za postizanje termičke stabilnosti i raspodela temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta.

Zatim je izvršeno poređenje svih dobijenih rezultata. Uzimajući u obzir dozvoljena odstupanja, analitički i numerički rezultati pokazuju veoma dobru usklađenost sa eksperimentalno izmerenim vrednostima, pa se razvijena metodologija može smatrati validnim alatom za projektovanje cikloreduktora. Na kraju su izneta zaključna rezmatranja i pravci budućih istraživanja.

Ključne reči: *cikloreduktori, termička stabilnost, raspodela temperaturnih polja, radna temperatura maziva, gubici snage, stepen iskorišćenja*

ABSTRACT

High precision gear drives are needed to ensure positioning accuracy and repeatability in the field of robotics and industrial automation. In addition to planetary and wave reducers, cycloidal reducers have been increasingly used in recent years, primarily due to their good operating characteristics.

Since gear drives operate under intense dynamic loading conditions, they cause not only increased levels of noise and vibrations but also impairment of thermal stability. In engineering practice, the thermal stability of gear drives is generally determined based on the international standard ISO/TR 14179-2:2001. However, there are still no established methods for systematic study and determination of the thermal stability of cycloidal reducers. Therefore, theoretical, numerical and experimental research on the thermal stability of cycloidal reducers were carried out as part of this doctoral dissertation.

First, a comprehensive review of literature is given in the theoretical part of the paper. Then, based on the available literature and catalogues of the world renowned manufacturers, the existing conceptual solutions of cycloidal reducers are described in detail and systematized. After that, a mathematical model for the calculation of contact forces is defined. This model is used to quantify the size of thermal sources (partial power losses) and determine the efficiency. Finally, based on the international standard ISO/TR 14179-2:2001, a mathematical model for determining the thermal stability of cycloidal reducers is developed.

The numerical part of this dissertation was done using a commercial software *ANSYS Workbench 2019 R2*, on a three-dimensional geometric CAD model with almost identical characteristics as the tested cycloidal reducer. Based on this model, the distribution of temperature fields was determined, as well as their influence on the contact forces and the stress-strain state of the crucial elements of the cycloidal reducer.

The experimental part of this dissertation was carried out in the Laboratory for Mechanical Structures at the Faculty of Mechanical Engineering in Niš, on a test bench specially adapted for this experiment. The values of the following parameters were determined for different combinations of operating conditions: lubricant stabilization temperature, total power losses, efficiency, time required to achieve thermal stability and distribution of temperature fields on the outer surface of the housing.

In conclusion, a comparison of the obtained results is made. Taking into consideration allowable deviations, the analytical and numerical results are in a very good agreement with the experimentally measured values, hence the developed methodology can be considered a valid tool for designing cycloidal reducers. Lastly, concluding remarks are made and directions for future research are presented.

Keywords: *cycloidal reducers, thermal stability, distribution of temperature fields, lubricant operating temperature, power losses, efficiency*

SADRŽAJ

1. UVODNA RAZMATRANJA.....	1
1.1. Osnovne karakteristike cikloreduktora.....	1
1.2. Predmet i cilj rada.....	5
1.3. Osnovne hipoteze istraživanja.....	7
2. PREGLED I ANALIZA DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA.....	8
3. SISTEMATIZACIJA POSTOJEĆIH KONCEPCIJSKIH REŠENJA CIKLOREDUKTORA.....	16
3.1 Profil zupca i geometrija ciklozupčanika.....	16
3.2 Cikloreduktori koncepcije K-H-V.....	20
3.3 Cikloreduktori koncepcije 2K-V.....	24
3.4 Cikloreduktori koncepcije 2K-H.....	25
3.5 Cikloreduktori koncepcije 3K.....	28
3.6 Usporedna analiza koncepcijskih rešenja cikloreduktora.....	29
4. KONTAKTNA ANALIZA VITALNIH ELEMENATA CIKLOREDUKTORA.....	31
4.1 Određivanje kontaktnih sila.....	31
4.1.1 Kontaktne sile na ciklozupčaniku.....	34
4.1.2 Kontaktne sile u ležaju ciklozupčanika.....	37
4.2 Primena klasične Hercove teorije kontakta na kontakte vitalnih elemenata cikloreduktora.....	41
4.2.1 Kontakt centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika.....	42
4.2.2 Kontakt izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku.....	44
4.2.3 Kontakt kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika sa stazama kotrljanja.....	45
4.3 Tribološke karakteristike cikloreduktora i kontaktnih površina.....	46
4.3.1 Podmazivanje cikloreduktora.....	47
4.3.2 Osnovni režimi podmazivanja.....	48
4.3.3 Određivanje koeficijenta trenja.....	50
4.3.4 Uticaj vrste maziva na koeficijent trenja.....	51
4.3.5 Određivanje debljine uljnog filma.....	52
4.4 Algoritam za kontaktnu analizu.....	56
5. GUBICI SNAGE I STEPEN ISKORIŠĆENJA CIKLOREDUKTORA.....	64
5.1 Matematički modeli za predviđanje vrednosti stepena iskorišćenja.....	64
5.2 Gubici snage ciklozupčanika zavisni od opterećenja.....	67
5.3 Gubici snage ciklozupčanika nezavisni od opterećenja.....	69
5.4 Gubici snage u osovinicama.....	71
5.5 Gubici snage u ležajima.....	73
5.6 Gubici snage u zaptivačima.....	77
5.7 Algoritam za proračun gubitaka snage i stepena iskorišćenja cikloreduktora.....	78

6. TERMIČKA STABILNOST CIKLOREDUKTORA.....	86
6.1. Globalni energetske bilans i ravnotežna temperatura maziva.....	86
6.2. Količina toplote koja se prenosi preko kućišta.....	87
6.2.1. Količina toplote koja se prenosi preko ravnog zida.....	88
6.2.2. Količina toplote koja se prenosi preko cilindričnog zida.....	91
6.2.3. Količina toplote koja se prenosi preko rebra stope.....	93
6.3. Količina toplote koja se prenosi preko vratila i spojnice.....	95
6.4. Dozvoljena i kritična vrednost ravnotežne temperature maziva.....	101
6.5 Algoritam za proračun ravnotežne temperature maziva.....	102
7. PRIMENA SOFTVERSKOG PAKETA ANSYS WORKBENCH ZA ISTRAŽIVANJE TERMIČKE STABILNOSTI CIKLOREDUKTORA.....	106
7.1 Metodologija predmetnog istraživanja.....	106
7.2 Model konačnih elemenata u strukturnoj analizi.....	107
7.2.1 Geometrijski model i vrste korišćenih materijala.....	107
7.2.2 Mreža konačnih elemenata u strukturnoj analizi.....	108
7.2.3 Definisanje opterećenja i ograničenja u strukturnoj analizi.....	114
7.3 Model konačnih elemenata u nestacionarnoj termičkoj analizi.....	114
8. EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA.....	116
8.1. Merna i ispitna oprema.....	116
8.1.1. Pogonski sistem.....	118
8.1.2. Sistem za kontrolisano opterećenje.....	119
8.1.3. Sistem za merenje temperature mazivog sredstva.....	120
8.1.4. Sistem za praćenje raspodele temperaturnih polja.....	121
8.1.5. Sistem za opstrujavanje vazduha.....	122
8.2. Ispitivani cikloreduktor.....	123
8.3. Sredstvo za podmazivanje.....	125
8.4. Plan eksperimentalnih istraživanja.....	125
9. REZULTATI ISTRAŽIVANJA TERMIČKE STABILNOSTI CIKLOREDUKTORA.....	128
9.1 Kontaktne sile.....	128
9.2 Step en iskorišćenja i gubici snage.....	130
9.3 Ravnotežna temperatura maziva.....	134
9.4 Kontaktne površine i maksimalni površinski pritisak.....	138
9.5 Minimalna i maksimalna debljina uljnog filma.....	141
9.6 Raspodela temperaturnih polja generisana numeričkom analizom.....	146
9.7 Uticaj termičkih naprezanja na kontaktne sile.....	148
9.8 Uticaj termičkih naprezanja na naponsko–deformaciono stanje.....	149
9.9 Termovizija.....	152
10. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA.....	154
10.1 Doprinosi autora.....	159
10.2 Pravci daljih istraživanja.....	159
LITERATURA.....	160

SPISAK SLIKA

- Slika 1.1 Dimenzije reduktora*
- Slika 1.2 Gubitak histereze i prazan hod*
- Slika 1.3 Pojednostavljen prikaz tačnosti pozicioniranja i ponovljivosti*
- Slika 1.4 Zavisnost stepena iskorišćenja K-H-V cikloreduktora Fine Cyclo (Sumitomo) od ulaznog broja obrtaja i prenosnog odnosa*
- Slika 1.5 Raspodela kontaktnih pritisaka kod: a) evolventnih zupčanika; b) ciklozupčanika*
- Slika 2.1 Sklopni crtež cikloreduktora Lorenc K. Brarena*
- Slika 2.2 Raspodela kontaktnih sila na ciklozupčanicu prema Kudrjavcevu*
- Slika 2.3 Mreža konačnih elemenata na lšidinom ciklozupčanicu*
- Slika 2.4 Blagojevićev dinamički model klasičnog K-H-V konceptijskog rešenja cikloreduktora*
- Slika 2.5 Korigovanje profila zupca prema Renu*
- Slika 2.6 Usporedni prikaz stepena iskorišćenja cikloreduktora sa igličastim i kliznim ležajem između ekscentar čaure i ciklozupčanika*
- Slika 2.7 Osnovni geometrijski odnosi u Cajovom cikloreduktoru*
- Slika 2.8 Maksimalna trenutna temperatura na kontaktnim površinama ciklozupčanika i centralnih valjaka*
- Slika 3.1 Generisanje skraćene i ekvidistante skraćene epitrohoide*
- Slika 3.2 Generisanje skraćene i ekvidistante skraćene hipotrohoide*
- Slika 3.3 Osnovne geometrijske veličina ciklozupčanika sa: a) epicikloidnim ozubljenjem; b) hipocikloidnim ozubljenjem*
- Slika 3.4 Rastavljeni sklop jednostepenog K-H-V cikloreduktora*
- Slika 3.5 Presek dvostepenog K-H-V cikloreduktora*
- Slika 3.6 Kinematska šema K-H-V cikloreduktora: a) jednostepenog; b) dvostepenog*
- Slika 3.7 Jednostepeni K-H-V cikloreduktor sa nepokretnim kružnim segmentima tzv. non-pin wheel koncepcija*
- Slika 3.8 Rastavljeni sklop jednostepenog K-H-V cikloreduktora sa hipocikloidnim centralnim zupčanicom*
- Slika 3.9 Presek jednostepenog K-H-V cikloreduktora sa 3 ciklozupčanika – Fine cyclo koncepcija*
- Slika 3.10 Rastavljeni sklop CBR cikloreduktora*
- Slika 3.11 RV cikloreduktor: a) kinematska šema; b) presek sklopa*
- Slika 3.12 Jednostepeni 2K-H cikloreduktor: a) kinematska šema; b) rastavljeni sklop*
- Slika 3.13 Dvostepeni 2K-H cikloreduktor: a) kinematska šema; b) rastavljeni sklop*
- Slika 3.14 Blagojevićev dvostepeni 2K-H cikloreduktor: a) kinematska šema; b) rastavljeni sklop*

- Slika 3.15* Trostepeni 3K cikloreduktor: a) kinematska šema; b) presek sklopa
- Slika 4.1* Raspodela kontaktnih sila na jednom ciklozupčaniku
- Slika 4.2* Određivanje centralnih i izlaznih valjaka koji prenose opterećenje pri pogonskom uglu: a) $\beta=0^\circ$; b) $\beta=4^\circ$
- Slika 4.3* Raspodela kontaktnih sila na jednom ciklozupčaniku
- Slika 4.4* Raspodela opterećenja na kotrljajna tela ležaja ciklozupčanika
- Slika 4.5* Raspodela opterećenja na kotrljajna tela ležaja ciklozupčanika
- Slika 4.6* Radijusi krivina ciklozupčanika i centralnih valjaka
- Slika 4.7* Raspodela površinskog pritiska i nominalna površina kontakta u dodiru i-tog centralnog valjka i zupca ciklozupčanika
- Slika 4.8* Raspodela površinskog pritiska i nominalna površina kontakta u dodiru j-tog izlaznog valjka i otvora u ciklozupčaniku
- Slika 4.9* Raspodela površinskog pritiska i nominalna površina kontakta u dodiru i-tog kotrljajnog tela i staza kotrljanja
- Slika 4.10* Prikaz mikrogeometrije površine elementa nakon izrade
- Slika 4.11* Stribekova kriva
- Slika 4.12* Debljina uljnog filma i raspodela pritiska u EHD režimu podmazivanja
- Slika 4.13* Zavisnost koeficijenta trenja od vrste baznih ulja
- Slika 4.14* Zavisnost koeficijenta trenja od: a) viskoznosti primenjenog maziva; b) dodataka (aditiva i modifikatora trenja)
- Slika 4.15* Određivanje ukupne brzine kotrljanja u zoni kontakta zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka
- Slika 4.16* Kinematska analiza ležaja ciklozupčanika
- Slika 4.17* Algoritam za kontaktnu analizu
- Slika 5.1* Lokacije mehaničkih gubitaka snage
- Slika 5.2* Ukupni gubici snage u cikloreduktoru
- Slika 5.3* Kinematska analiza sprezanja ciklozupčanika sa centralnim valjcima
- Slika 5.4* Kinematska analiza sprezanja ciklozupčanika sa izlaznim valjcima
- Slika 5.5* Strujnica maziva pri istiskivanju
- Slika 5.6* Dubina potapanja ciklozupčanika
- Slika 5.7* Kinematska analiza sprezanja ciklozupčanika sa centralnim valjcima
- Slika 5.8* Kinematska analiza sprezanja ciklozupčanika sa izlaznim valjcima
- Slika 5.9* Prostorni prikaz opterećenja ulaznog vratila jednostepenog K-H-V cikloreduktora sa dva ciklozupčanika
- Slika 5.10* Prostorni prikaz opterećenja izlaznog vratila jednostepenog K-H-V cikloreduktora
- Slika 5.11* Radijalni zaptivač i rukavac vratila
- Slika 5.12* Algoritam za proračun gubitaka snage i stepena iskorišćenja cikloreduktora

- Slika 6.1 Električna analogija: a) prenos toplote; b) prenos električne struje
- Slika 6.2 Termički model kućišta cikloreduktora
- Slika 6.3 Mreža otpora prenosu toplote kroz vertikalni ravni zid
- Slika 6.4 Mreža otpora prenosu toplote kroz cilindrični zid
- Slika 6.5 Termička efikasnost rebra stope: a) stvarna količina toplote koja se prenosi na okolni vazduh, b) idealna količina toplote koja se prenosi na okolni vazduh
- Slika 6.6 Mreža otpora prenosu toplote kroz rebro stope
- Slika 6.7 Sklop vratila i spojnice: a) geometrijski model; b) termički model
- Slika 6.8 Prenos toplote kroz štap kružnog poprečnog preseka
- Slika 6.9 Štap konačne dužine sa konvektivnim prenosom toplote na čeonj površini
- Slika 6.10 Zavisnost radnog veka cikloreduktora od kritične vrednosti ravnotežne temperature maziva
- Slika 6.11 Algoritam za proračun ravnotežne temperature maziva
- Slika 7.1 Šematski prikaz metodologije istraživanja
- Slika 7.2 Rastavljeni prikaz korišćenog 3D geometrijskog modela jednostepenog cikloreduktora
- Slika 7.3 Kontakt dva sastavna elementa: a) originalna meža; b) mreža nakon zadavanja podešavanja Adjust to Touch
- Slika 7.4 Kontakt dva sastavna elementa: a) sa prodorom; b) sa inicijalnim dodirnom
- Slika 7.5 Kontakt dva sastavna elementa: a) sa pomeranjem; b) sa linearnim pomeranjem; c) sa konstantnim pomeranjem
- Slika 7.6 Tabela sa podacima o stanju svih kontakata numeričkog modela
- Slika 7.7 Korišćeni rotacioni zglobovi tipa Revolute joint za: a) definisanje obrtnog kretanja između Ciklozupčanika 1 i Ekscentar čaure; b) definisanje obrtnog kretanja između Ciklozupčanika 2 i Ekscentar čaure; c) definisanje obrtnog kretanja Ekscentar čaure
- Slika 7.8 Izgled mreže konačnih elemenata modela cikloreduktora
- Slika 7.9 Konačni element tipa SOLID 186
- Slika 7.10 Kvalitet korišćene mreže konačnih elemenata
- Slika 7.11 Definisanje opterećenja i ograničenja: a) definisanje pogonskog obrtnog momenta; b) definisanje uklještenja
- Slika 7.12 Kontakt dva sastavna elementa
- Slika 7.13 Definisanje termičkih izvora
- Slika 8.1 Trodimenzionalni geometrijski model probnog stola
- Slika 8.2 Rastavljeni prikaz trodimenzionalnog modela probnog stola
- Slika 8.3 Realizovani probni sto
- Slika 8.4 Prikaz lokacija parametra koji se prate tokom eksperimentalnih istraživanja

- Slika 8.5* *Blok šema sistema za upravljanje motorom i prikupljanje podataka (pogonski sistem)*
- Slika 8.6* *Izgled Python skripte za kontrolu i merenje radnih parametara motora*
- Slika 8.7* *Funkcijska zavisnost kočionog momenta od jačine jednosmerne struje*
- Slika 8.8* *Blok šema sistema za kontrolisano opterećenje*
- Slika 8.9* *Lokacija termopara za merenje radne temperature maziva*
- Slika 8.10* *Blok šema sistema za merenje temperature mazivog sredstva*
- Slika 8.11* *Izgled programskog paketa SignalExpress 2015 za praćenje radne temperature mazivog sredstva*
- Slika 8.12* *Izgled termovizijske kamere DJI Matrice 30T i njene upravljačke jedinice*
- Slika 8.13* *Izgled programskog paketa DJI Thermal Analysis Tool 3 za obradu termografskih slika*
- Slika 8.14* *Simuliranje dejstva vazduha: a) probni sto; b) upravljačka jedinica primenjenog anenometra*
- Slika 8.15* *Geometrijske dimenzije cikloreduktora CNH-6070E-15*
- Slika 8.16* *Oznake dimenzija vitalnih elemenata cikloreduktora*
- Slika 8.17* *Algoritam za određivanje stepena iskorišćenja i gubitaka snage na osnovu eksperimentalnih istraživanja*
- Slika 9.1* *Analitički dobijena raspodela normalnih kontaktnih sila u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.2* *Analitički dobijena raspodela izlaznih kontaktnih sila u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.3* *Analitički dobijena raspodela kontaktnih sila između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.4* *Uporedni prikaz analitički i numerički dobijenih vrednosti normalnih kontaktnih sila*
- Slika 9.5* *Uporedni prikaz analitički i numerički dobijenih vrednosti izlaznih kontaktnih sila*
- Slika 9.6* *Uporedni prikaz analitički i eksperimentalno dobijenih rezultata stepena iskorišćenja i gubitaka snage*
- Slika 9.7* *Uporedni prikaz analitički i eksperimentalno dobijenih rezultata gubitaka snage za različite vrste maziva*
- Slika 9.8* *Analitički dobijena raspodela parcijalnih gubitaka snage pri različitim opterećenjima i ulaznim brojevima obrtaja cikloreduktora*
- Slika 9.9* *Analitički dobijene srednje vrednosti parcijalnih gubitaka snage u odgovarajućim kontaktima*
- Slika 9.10* *Uporedni prikaz analitički i eksperimentalno dobijenih ravnotežnih temperatura maziva*

- Slika 9.11 Eksperimentalno određeni tok zagrevanja maziva pri radu cikloreduktora u uslovima mirne sredine i pri uslovima opstrujavanja vazduha u njegovoj okolini*
- Slika 9.12 Eksperimentalno određeni tok zagrevanja različitih vrsta maziva*
- Slika 9.13 Analitički određena širina kontaktnih površina između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.14 Analitički određena širina kontaktnih površina između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.15 Analitički određena širina kontaktnih površina između kotrljajnih tela i odgovarajućih staza kotrljanja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.16 Analitički određen maksimalni površinski pritisak između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.17 Analitički određen maksimalni površinski pritisak između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.18 Analitički određen maksimalni površinski pritisak između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.19 Analitički određena zavisnost konstantne debljina uljnog filma između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.20 Analitički određena zavisnost konstantne debljina uljnog filma između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.21 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.22 Analitički određena zavisnost minimalne debljina uljnog filma između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.23 Analitički određena zavisnost konstantne debljina uljnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.24 Analitički određena zavisnost konstantne debljine uljnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.25 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.26 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*
- Slika 9.27 Analitički određena zavisnost konstantne debljine uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$*

- Slika 9.28 Analitički određena zavisnost konstantne debljine uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$
- Slika 9.29 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$
- Slika 9.30 Analitički određena zavisnost minimalne debljina uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$
- Slika 9.31 Prikaz promene temperaturnih polja na unutrašnjim elementima cikloreduktora od trenutka puštanja cikloreduktora u rad do 14400 s (240 min)
- Slika 9.32 Prikaz maksimalnih i srednjih površinskih temperatura dobijenih numeričkom analizom
- Slika 9.33 Prikaz numerički dobijene raspodele normalnih kontaktnih sila sa i bez uticaja termičkih naprezanja
- Slika 9.34 Prikaz numerički dobijene raspodele izlaznih kontaktnih sila sa i bez uticaja termičkih naprezanja
- Slika 9.35 Raspodela Von Mises-ovih napona na ciklozupčaniku 1 bez uticaja termičkih naprezanja
- Slika 9.36 Raspodela Von Mises-ovih napona na ciklozupčaniku 1 sa uticajem termičkih naprezanja
- Slika 9.37 Raspodela Von Mises-ovih napona na ciklozupčaniku 2 bez uticaja termičkih naprezanja
- Slika 9.38 Raspodela Von Mises-ovih napona na ciklozupčaniku 2 sa uticajem termičkih naprezanja
- Slika 9.39 Dobijene IRT slike tokom 240 min ispitivanja pri $n_{ul} = 1450 \text{ min}^{-1}$ i $T_{iz} = 32 \text{ Nm}$
- Slika 9.40 Dobijene IRT slike tokom 240 min ispitivanja pri $n_{ul} = 1450 \text{ min}^{-1}$ i $T_{iz} = 32 \text{ Nm}$

SPISAK TABELA

<i>Tabela 1.1</i>	<i>Uporedne karakteristike reduktora</i>
<i>Tabela 3.1</i>	<i>Izrazi za izračunavanje osnovnih geometrijskih veličina ciklozupčanika</i>
<i>Tabela 3.2</i>	<i>Uporedna analiza osnovnih karakteristika cikloreduktora renomiranih svetskih proizvođača</i>
<i>Tabela 4.1</i>	<i>Osnovni parametri hrapavosti površina za različite vrste obrade</i>
<i>Tabela 4.2</i>	<i>Preporučene vrste sredstava za podmazivanje cikloreduktora</i>
<i>Tabela 4.3</i>	<i>Uporedni prikaz koeficijenata trenja</i>
<i>Tabela 5.1</i>	<i>Vrednost koeficijenta f_0 za različite tipove ležaja i podmazivanja</i>
<i>Tabela 5.2</i>	<i>Vrednosti koeficijenta f_1 za različite tipove ležaja</i>
<i>Tabela 6.1</i>	<i>Vrednosti koeficijenta toplotne provodljivosti za najčešće korišćene vrste materijala</i>
<i>Tabela 7.1</i>	<i>Vrste materijala koji su korišćeni u analizi</i>
<i>Tabela 7.2</i>	<i>Karakteristike materijala koji su korišćeni u analizi</i>
<i>Tabela 7.3</i>	<i>Formirane grupe i podgrupe kontaktnih parova</i>
<i>Tabela 7.4</i>	<i>Vrste kontakata i vrednosti koeficijenta trenja koji su korišćeni u analizi</i>
<i>Tabela 7.5</i>	<i>Veličine konačnih elemenata koji su korišćeni u analizi</i>
<i>Tabela 7.6</i>	<i>Prenos toplote za različite vrste kontakata</i>
<i>Tabela 8.1</i>	<i>Osnovne karakteristike ispitivanog cikloreduktora CNH-6070E-15</i>
<i>Tabela 8.2</i>	<i>Osnovne geometrijske veličine vitalnih elemenata cikloreduktora CNH-6070E-15</i>
<i>Tabela 8.3</i>	<i>Osnovne karakteristike ležaja cikloreduktora CNH-6070E-15</i>
<i>Tabela 8.4</i>	<i>Oznake primenjenih maziva prema međunarodnoj organizaciji za standardizaciju</i>
<i>Tabela 8.5</i>	<i>Osnovne karakteristike primenjenih maziva</i>
<i>Tabela 8.6</i>	<i>Plan eksperimentalnih istraživanja</i>
<i>Tabela 9.1</i>	<i>Dobijene vrednosti Von Mises-ovih napona i deformacija</i>

SPISAK KORIŠĆENIH OZNAKA

A_{co}	Površina poprečnog preseka štapa spojnice (m ²);
A_{fn}	Površina poprečnog preseka rebra stope (m ²);
A_{sh}	Površina poprečnog preseka razmatranog elementa štapa vratila (m ²);
$A_{sh,conv}$	Spoljašna površina razmatranog elementa štapa vratila izložena okolnom vazduhu (m ²);
$A_{we,f}$	Ekvivalentna površina vertikalnog zida kućišta (m ²);
$A_{wi,f}$	Unutrašnja površina vertikalnog zida kućišta (m ²);
$A_{wo,f}$	Spoljašnja površina vertikalnog zida kućišta (m ²);
b_{CZ}	Širina ciklozupčanika (mm);
b_f	Širina rebra stope (m);
$b_k(\beta)$	Poluširina kontaktne površine spregnutih elemenata (mm);
C_1	Centar ciklozupčanika 1 (-);
C_2	Centar ciklozupčanika 2 (-);
c_K	Krutost sprege ciklozupčanika i izlaznog valjka (N/mm);
C_m	Koeficijent momenta trenja (-);
c_N	Krutost sprege ciklozupčanika i centralnog valjka (N/mm);
$c_{p,amb}$	Specifična toplota okolnog vazduha (J/kg · K);
D_0	Prečnik centralnog valjka (mm);
d_0	Prečnik centralne osovinice (mm);
d_a	Prečnik temene kružnice ciklozupčanika (mm);
D_{CZ}	Spoljašnji prečnik ležaja ciklozupčanika (mm);
d_{CZ}	Unutrašnji prečnik ležaja ciklozupčanika (mm);
d_f	Prečnik podnožne kružnice ciklozupčanika (mm);
d_{kt}	Prečnik kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika (mm);
D_m	Srednji prečnik ležaja (mm);
D_{OCZ}	Prečnik otvora u ciklozupčaniku (mm);
D_{ou}	Spoljašnji prečnik cilindričnog zida (mm);
d_{sh}	Prečnik vratila (mm);
$d_{sh,i}$	Prečnik i -tog promenljivog poprečnog preseka vratila (m);
$d_{sh,ek}$	Ekvivalentni prečnik vratila konstantnog poprečnog preseka (m);
D_{VK}	Prečnik izlaznog valjka (mm);
d_{VK}	Prečnik izlazne osovinice (mm);
e	Veličina ekscentriciteta (mm);

E_1, E_2	Moduli elastičnosti materijala u dodiru (MPa);
E_{ek}	Ekvivalentni modul elastičnosti (MPa);
f_0	Koeficijent koji zavisi od tipa ležaja i načina podmazivanja (-);
f_1	Faktor koji zavisi od tipa ležaja i pravca opterećenja (-);
F_a	Aksijalna komponenta dinamičkog opterećenja ležaja (N);
$F_A(\beta)$	Rezultujući otpor oslonca ležaja A (N);
$F_B(\beta)$	Rezultujući otpor oslonca ležaja B (N);
F_C	Rezultujući otpor oslonca ležaja C (N);
F_D	Rezultujući otpor oslonca ležaja D (N);
$F_E(\beta)$	Sila ekscentra (N);
$F_{E0}(\beta)$	Opterećenje koje prenosi kotrljajno telo koje se nalazi na pravcu napadne linije sile ekscentra (najopterećenije kotrljajno telo) (N);
F_{EH}	Horizontalna komponenta sile ekscentra (N);
$F_{Ei}(\beta)$	Opterećenje koje prenosi i -to kotrljajno telo (N);
F_{EV}	Vertikalna komponenta sile ekscentra (N);
F_{fgi}	Sila trenja koja potiče od sprege ciklozupčanika i odgovarajućih centralnih valjaka (N);
F_{fgj}	Sila trenja koja potiče od sprege ciklozupčanika i odgovarajućih izlaznih valjaka (N);
F_{fpi}	Sila trenja koja potiče od kontakta odgovarajućih centralnih valjaka i osovinica (N);
F_{iz}	Izlazna obimna sila (N);
$F_{Kj}(\beta)$	Kontaktna sila na trenutnoj površini dodira izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku (izlazna kontaktna sila) (N);
F_N	Normalno opterećenje u kontaktu spregnutih elemenata (N);
$F_{NHi}(\beta)$	Horizontalna komponenta normalne kontaktne sile (N);
$F_{Ni}(\beta)$	Kontaktna sila na trenutnoj površini dodira zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka (normalna kontaktna sila) (N);
$F_{NVi}(\beta)$	Vertikalna komponenta normalne kontaktne sile (N);
F_r	Frudov broj (-);
$F_r(\beta)$	Radijalna komponenta dinamičkog opterećenja ležaja (N);
f_{r0}, f_{r1}	Koeficijent otpora kotrljanja centralnih valjaka (mm);
f_{rvk}, f_{r2}	Koeficijent otpora kotrljanja izlaznih valjaka (mm);
f_{rcz}	Koeficijent otpora kotrljanja ležaja ciklozupčanika (mm);
G	Parametar elastičnosti pri određivanju debljine uljnog filma (-);
g	Ubrzanje Zemljine teže (m/s^2);

G_{rD}	Grashofov broj za cilindrične zidove (-);
G_{rL}	Grashofov broj za ravne vertikalne zidove (-);
h_c	Konstantna debljina uljnog filma (m);
h_{CZ}	Dubina potapanja ciklozupčanika (m);
h_{min}	Minimalna debljina uljnog filma (m);
I	Jačina električne struje (A);
I_{iz}	Jačina jednosmerne struje magnetne kočnice (A);
I_{ul}	Jačina jednosmerne struje pogonskog motora (A);
K	Ukupni efektivni koeficijent krutosti (N/mm ⁿ);
K_3, K_y	Faktori koji zavise od koeficijenta korigovanja profila zupca ciklozupčanika (-);
K_i	Efektivni koeficijent krutosti za kontakt kotrljajnog tela sa unutrašnjom stazom kotrljanja (N/mm ⁿ);
K_l	Koeficijent krutosti za linijske kontakte (N/mm ⁿ);
K_o	Efektivni koeficijent krutosti za kontakt kotrljajnog tela sa spoljašnjom stazom kotrljanja (N/mm ⁿ);
K_T	Konstanta momenta pogonskog motora (N/A);
L	Referentna dužina profila (-);
L_c	Dužina cilindričnog zida kućišta (m);
L_f	Visina rebra stope (m);
l_k	Dužina kontaktne površine spregnutih elemenata (mm);
$l_{sh,i}$	Dužina i -tog promenljivog poprečnog preseka vratila (m);
l_v	Efektivna dužina kotrljajnih tela (mm);
L_w	Visina vertikalnog zida (m);
m	Srednja linija profila (-);
m_{co}	Parametar koji predstavlja meru odnosa intenziteta razmene toplote konvekcijom i kondukcijom za štap spojnice (-);
m_f	Parametar koji predstavlja meru odnosa intenziteta razmene toplote konvekcijom i kondukcijom za rebro stope (-);
M_{G0}	Ukupni moment trenja koji potiče od interakcije maziva sa ciklozupčanicom (Nm);
$M_{G1,i}(\beta)$	Moment trenja između i -tog centralnog valjka i zupca jednog ciklozupčanika (Nm);
$M_{G2,j}(\beta)$	Moment trenja između j -tog izlaznog valjka i otvora u ciklozupčanicu (Nm);
$M_{P1,i}(\beta)$	Moment trenja između i -tog centralnog valjka i osovinice (Nm);
$M_{P2,j}(\beta)$	Moment trenja između j -tog izlaznog valjka i osovinice (Nm);

m_k	Broj elemenata sume (-);
m_{sh}	Mera odnosa intenziteta razmene toplote konvekcijom i kondukcijom za štap vratila (-);
n	Eksponent koji zavisi od tipa ležaja (-); Broj obrtaja (min^{-1});
n_{sh}	Broj obrtaja vratila (min^{-1});
N_u	Nuseltov broj (-);
n_β	Ukupni broj razmatranih pogonskih uglova (-);
p	Trenutni broj centralnih valjaka koji su u kontaktu sa zupcima jednog ciklozupčanika i prenose opterećenje (-);
$P_0(\beta)$	Ekvivalentno statičko opterećenje (N);
P_1	Merodavno opterećenje ležaja (N);
p_{EHD}	Elastohidrodinamički (EHD) pritisak (MPa);
p_{Hmax}	Maksimalni površinski pritisak spregnutih elemenata (MPa);
P_{iz}	Izlazna snaga cikloreduktora (W);
P_L	Ukupni gubitak snage (W);
P_{LB0}	Gubici snage koji potiču od interakcije maziva sa elementima ležaja (W);
$P_{LB,A}$	Ukupni gubitak snage u ležaju A ulaznog vratila (W);
$P_{LB,B}$	Ukupni gubitak snage u ležaju B ulaznog vratila (W);
$P_{LB,C}$	Ukupni gubitak snage u ležaju C izlaznog vratila (W);
$P_{LB,CZ}$	Ukupni gubitak snage u ležaju ciklozupčanika (W);
$P_{LB,CZ,i}(\beta)$	Gubitak snage između i -tog kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja (W);
$P_{LB,D}$	Ukupni gubitak snage u ležaju D izlaznog vratila (W);
P_{LG0}	Gubici snage koji potiču od interakcije maziva sa ciklozupčanikom (W);
P_{LG1}	Gubici snage koji potiču od sprege jednog ciklozupčanika i odgovarajućih centralnih valjaka (W);
$P_{LG1,i}(\beta)$	Gubici snage između i -tog centralnog valjka i zupca jednog ciklozupčanika (W);
P_{LG2}	Gubici snage koji potiču od sprege jednog ciklozupčanika i odgovarajućih izlaznih valjaka (W);
$P_{LG2,j}(\beta)$	Gubici snage između j -tog izlaznog valjka i otvora u ciklozupčaniku (W);
P_{LP1}	Gubici snage koji potiču od kontakta osovinica i odgovarajućih centralnih valjaka (W);
$P_{LP1,i}(\beta)$	Gubici snage između i -tog centralnog valjka i osovinice (W);
P_{LP2}	Gubici snage koji potiču od kontakta osovinica i odgovarajućih izlaznih valjaka (W);

$P_{LP2,j}(\beta)$	Gubici snage između j -tog izlaznog valjka i osovinice (W);
P_{LS}	Gubici snage koji potiču od radijalnih zaptivača vratila (W);
P_r	Prandtlov broj (-);
P_{ul}	Ulazna snaga u cikloreduktor (W);
q	Poluprečnik centralnog valjka (mm); Trenutni broj izlaznih valjaka koji su u kontaktu sa otvorima jednog ciklozupčanika i prenose opterećenje (-);
$\dot{Q}$	Ukupna količina toplote koja se sa maziva prenosi na okolni vazduh (W);
$\dot{Q}_{co}$	Količina toplote koja se sa maziva prenosi na okolni vazduh preko spojnice (W);
$\dot{Q}_{cond,x}$	Količina toplote koja kondukcijom ulazi u razmatrani elementarni deo štapa (W);
$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x}$	Količina toplote koja kondukcijom napušta razmatrani elementarni deo štapa (W);
$\dot{Q}_{conv}$	Količina toplote koja se sa maziva prenosi na okolni vazduh preko vratila (W);
$\dot{Q}_{cw}$	Količina toplote koja se sa maziva prenosi na okolni vazduh preko cilindričnog zida kućišta (W);
$\dot{Q}_{fn,o}$	Količina toplote koja sa rebra prelazi na okolni vazduh (W);
$\dot{Q}_{fn,st}$	Stvarna količina toplote koja se sa rebra prenosi na okolni vazduh (W);
$\dot{Q}_{fn,id}$	Količina toplote koju bi rebro moglo da prenese na okolni vazduh da je temperatura njegovog vrha jednaka temperaturi baze (W);
$\dot{Q}_{fw}$	Količina toplote koja se sa maziva prenosi na okolni vazduh preko ravnog zida kućišta (W);
$\dot{Q}_{ho}$	Količina toplote koja se sa maziva prenosi na okolni vazduh preko kućišta (W);
$\dot{Q}_{sh}$	Količina toplote koja se sa maziva prenosi na okolni vazduh preko vratila (W);
R	Centar cikloreduktora (-);
r	Podeoni poluprečnik centralnog zupčanika (mm);
r_1	Poluprečnik nepokretne kružnice (mm);
r_2	Poluprečnik pokretne kružnice (mm);
R_a	Poluprečnik kotrljajuće kružnice (mm); Srednje aritmetičko odstupanje profila od srednje linije (μm);
R_b	Poluprečnik osnovne (nepokretne) kružnice (mm);
R_{co}	Ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko spojnice ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);

R_{cw}	Ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko cilindričnog zida kućišta ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);
R_{CZs}	Poluprečnik spoljašnje staze kotrljanja (mm);
R_{CZu}	Poluprečnik unutrašnje staze kotrljanja (mm);
R_e	Rejnoldsov broj (-);
R_{el}	Električni otpor (Ω);
R_{fn}	Ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko vertikalnog zida kućišta ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);
$R_{fn,o}$	Otpor prolaza toplote konvekcijom i zračenjem sa rebra stope na okolni vazduh ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);
R_{fw}	Ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko vertikalnog zida kućišta ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);
R_{ho}	Ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko kućišta ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);
$r_{Kj}(\beta)$	Rastojanje između kontaktne površine j -og izlaznog valjka i centralne ose ciklozupčanika (mm);
R_{kt}	Poluprečnik kotrljajnog tela (mm);
R_{max}	Maksimalna visina neravnina (μm);
$r_{MW}(\beta)$	Rastojanje između trenutnog pola obrtanja W i centra i -tog centralnog valjka (mm);
$r_{Ni}(\beta)$	Rastojanje između kontaktne površine i -tog centralnog valjka i centralne ose ciklozupčanika (mm);
R_{OCZ}	Poluprečnik otvora u ciklozupčaniku (mm);
R_{Oiz}	Poluprečnik kružnice po kome su raspoređeni otvori na ciklozupčaniku (mm);
R_{os}	Poluprečnik centralnog valjka (mm);
R_{ou}	Poluprečnik centralne osovinice (mm);
R_p	Najveća visina neravnina (μm);
R_q	Srednje kvadratno odstupanje profila od srednje linije (μm);
r_{RW}	Rastojanje između trenutnog pola obrtanja W i centralne ose ciklozupčanika (mm);
R_{sh}	Ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko vratila ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);
R_{th}	Otpor prenosu toplote ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);
R_v	Najmanja visina neravnina (μm);
R_{VK}, R_{VKs}	Poluprečnik izlaznog valjka (mm);
R_{VKu}	Poluprečnik izlazne osovinice (mm);

r_{wi}	Unutrašnji poluprečnik cilindričnog zida kućišta (m);
r_{wo}	Spoljašnji poluprečnik cilindričnog zida kućišta (m);
R_z	Srednja visina neravnina kontaktne površine (μm);
S_m	Potopljena površina ciklozupčanika (m^2);
T_1	Pogonski obrtni moment jednog ciklozupčanika (Nm);
T_2	Obrtni moment na centralnom zupčniku koji potiče od jednog ciklozupčanika (Nm);
T_3	Izlazni obrtni moment koji potiče od jednog ciklozupčanika (Nm);
t_{amb}	Temperatura okolnog vazduha ($^{\circ}\text{C}$);
t_{face}	Temperatura spoljašnje površine kućišta određena termovizijom ($^{\circ}\text{C}$);
$t_{fw,in}$	Temperatura unutrašnje površine vertikalnog zida kućišta ($^{\circ}\text{C}$);
$t_{fw,ou}$	Temperatura spoljašnje površine vertikalnog zida ($^{\circ}\text{C}$);
T_{iz}	Obrtni moment na izlaznom vratilu (Nm);
t_{lub}	Ravnotežna temperatura maziva ($^{\circ}\text{C}$);
t_{saf}	Temperatura vratila ($^{\circ}\text{C}$);
T_{ul}	Obrtni moment na ulaznom vratilu (Nm);
$t_{wi,c}$	Temperatura unutrašnje površine cilindričnog zida kućišta ($^{\circ}\text{C}$);
$t_{wo,c}$	Temperatura spoljašnje površine cilindričnog zida kućišta ($^{\circ}\text{C}$);
U	Parametar brzine pri određivanju debljine uljnog filma (-);
$u_{2KH}^{(KI)}$	Prenosni odnos cikloreduktora koncepcije 2K-H (-);
$u_{2KV}^{(KII)}$	Prenosni odnos cikloreduktora koncepcije 2K-V (-);
u_{3K}	Prenosni odnos cikloreduktora koncepcije 3K (-);
u_{3K}^I	Prenosni odnos prvog stepena prenosa cikloreduktora koncepcije 3K (-);
u_{3K}^{II}	Prenosni odnos drugog stepena prenosa cikloreduktora koncepcije 3K (-);
u_{3K}^{III}	Prenosni odnos trećeg stepena prenosa cikloreduktora koncepcije 3K (-);
u_{CR}	Prenosni odnos cikloreduktora (-);
$U_{co,conv}$	obim štapa spojnice izložen okolnom vazduhu (m);
$U_{fn,conv}$	Obim rebra izložen okolnom vazduhu (m);
$u_{KHV}^{(K)}$	Prenosni odnos cikloreduktora koncepcije K-H-V (-);
u_{KHV}^I	Prenosni odnos prvog stepena prenosa cikloreduktora koncepcije K-H-V (-);
u_{KHV}^{II}	Prenosni odnos drugog stepena prenosa cikloreduktora koncepcije K-H-V (-);
$U_{sh,conv}$	Obim štapa vratila izložen okolnom vazduhu (m);
V_0	Zapremina sredstva za podmazivanje (m^3);
v_{amb}	Brzina opstrujavanja vazduha oko ispitivanog cikloreduktora (m/s);

v_c	Brzine tačaka na osi kaveza ležaja ciklozupčanika (m/s);
v_i	Brzine tačaka na kontaktnoj liniji između kotrljajnog tela i unutrašnje staze kotrljanja (m/s);
v_o	Brzine tačaka na kontaktnoj liniji između kotrljajnog tela i spoljašnje staze kotrljanja (m/s);
v_s	Brzina klizanja profila spregnutih kontaktnih površina (m/s);
v_{sr}	Srednja obimna brzina (brzina uvlačenja maziva) (m/s);
v_Σ	Zbirna brzina kotrljanja profila spregnutih kontaktnih površina (m/s);
$v_{\Sigma Bi}(\beta)$	Ukupna brzina kotrljanja u zoni kontakta kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i centralnog otvora ciklozupčanika (m/s);
$v_{\Sigma Bo}(\beta)$	Ukupna brzina kotrljanja u zoni kontakta kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i ekscentar čaure (m/s);
W	Parametar opterećenja pri određivanju debljine uljnog filma (-); Trenutni pol obrtanja (-);
W_f	Ukupni rad sile trenja (Nmm);
X_0, Y_0	Koeficijenti za određivanje ekvivalentnog statičkog opterećenja (-);
x_{Ce}, y_{Ce}	Koordinate skraćene epitrohoide (mm);
x_{Ch}, y_{Ch}	Koordinate skraćene hipotrohoide (mm);
x_{Mi}, y_{Mi}	Koordinate centra i -tog centralnog valjka M_i (mm);
$x_{Ni}(\beta)$	Ugao između pravca normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i upravnog pravca koji prolazi kroz centar i -tog centralnog valjka ($^\circ$);
x_W, y_W	Koordinate trenutnog pola obrtanja W (mm);
z_1	Broj zubaca (-);
z_2	Broj centralnih valjaka (-);
z_a	Broj zubaca centralnog sunčanog zupčanika u cikloreduktoru koncepcije $2K-V$ (-);
z_g	Broj zubaca satelita u cikloreduktoru koncepcije $2K-V$ (-);
z_{I1}	Broj zubaca ciklozupčanika na ulazu cikloreduktora koncepcije $2K-H$ (-);
z_{I2}	Broj valjaka nepokretnog centralnog zupčanika na ulazu cikloreduktora koncepcije $2K-H$ (-);
z_{II1}	Broj centralnih valjaka drugog stepena prenosa cikloreduktora koncepcije $2K-H$ (-);
z_{II2}	Broj valjaka pokretnog centralnog zupčanika na izlaznoj prirubnici cikloreduktora koncepcije $2K-H$ (-);
z_{III1}	Broj hipocikloidnih zubaca dvostrukog ciklozupčanika cikloreduktora koncepcije $2K-H$ (-);

z_{III2}	Broj centralnih valjaka trećeg stepena prenosa cikloreduktora koncepcije $2K-H$ (-);
z_k	Ukupan broj kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika (-);
z_s	Stvarni broj kotrljajnih tela koja prenose opterećenje (-);
z_τ	Rastojanje od konktaktne površine do maksimalnog tangencijalnog napona smicanja spregnutih elemenata (mm);
α	Ugao zaokretanja prave O_1O_2 koja prolazi kroz trenutnu tačku dodira osnovne i kotrljajuće kružnice u odnosu na njen početni položaj (°);
$\alpha_{p,15}$	Koeficijent koji zavisi od gustine maziva na temperaturi 15°C (-);
$\alpha_{amb,ccon}$	Koeficijent prelaza toplote slobodnom konvekcijom sa spoljašnje površine cilindričnog zida na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$);
$\alpha_{amb,fcon}$	Koeficijent prelaza toplote slobodnom konvekcijom sa spoljašnje površine vertikalnog zida na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$);
$\alpha_{amb,rad}$	Koeficijent prelaza toplote zračenjem sa spoljašnje površine vertikalnog zida na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$);
α_{cou}	Koeficijent prelaza toplote konvekcijom sa spoljašnje površine spojnice na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$);
α_{lub}	Koeficijent prelaza toplote sa maziva na unutrašnju površinu vertikalnog zida kućišta ($W/(m^2 \cdot K)$);
α_p	Koeficijent koji zavisi od odnosa viskoznost - pritisak tečnog maziva (Pa^{-1});
α_{sc}	Koeficijent prelaza toplote sa čeone površine štapa vratila na štap spojnice ($W/(m^2 \cdot K)$);
α_{sh}	Koeficijent prelaza toplote konvekcijom sa spoljašnje površine razmatranog elementa vratila na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$);
β	Pogonski ugao (ugao zaokretanja kotrljajuće kružnice) (°); Koeficijent zapreminskog širenja ($1/^\circ C$);
γ	Ugaoni korak kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika (°);
$\gamma_i(\beta)$	Ugao između pravca dejstva normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i pravca $\overline{MW}$ (°);
Δt	Temperaturna razlika ($^\circ C$);
ΔU	Naponska razlika (V);
$\delta_0(\beta)$	Ukupna kontaktna deformacija spregnutih elemenata na mestu 0-tog kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika (mm);
δ_f	Debljina rebra stope (m);
$\delta_i(\beta)$	Ukupna kontaktna deformacija spregnutih elemenata na mestu i -tog kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika (mm); Ugao između pravca dejstva normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i pravca $\overline{RW}$ (°);
$\delta_{Kj}(\beta)$	Kontaktna deformacija sprege ciklozupčanika i izlaznog valjka (mm);

$\delta_{Ni}(\beta)$	Kontaktna deformacija sprege ciklozupčanika i centralnog valjka (mm);
δ_w	Debljina vertikalnog zida kućišta (m);
ε	Koeficijent emisije (-);
$\varepsilon(\beta)$	Ugao koji sila ekscentra F_E zaklapa sa x – osom (°);
η_f	Termička efikasnost rebra stope (-);
η_m	Dinamička viskoznost maziva na radnoj temperaturi (Pa · s);
Λ	Specifična debljina uljnog filma (-);
λ_{amb}	Koeficijent toplotne provodljivosti okolnog vazduha (W/(m · K));
λ_{co}	Koeficijent toplotne provodljivosti materijala spojnice (W/(m · K));
λ_{fn}	Koeficijent toplotne provodljivosti materijala rebra (W/(m · K));
λ_{sh}	Koeficijent toplotne provodljivosti materijala vratila (W/(m · K));
λ_w	Koeficijent toplotne provodljivosti materijala kućišta (W/(m · K));
μ	Koeficijent trenja (-);
μ_0	Koeficijent trenja između centralnih valjaka i osovinica (-);
μ_{amb}	Dinamička viskoznost okolnog vazduha (m ² /s);
μ_{r1}	Koeficijent trenja kotrljanja u kontaktu ciklozupčanika i centralnih valjaka (-);
μ_{r2}	Koeficijent trenja kotrljanja u kontaktu ciklozupčanika i izlaznih valjaka (-);
μ_{s1}	Koeficijent trenja klizanja između centralnih valjaka i njihovih osovinica (-);
μ_{s2}	Koeficijent trenja klizanja između izlaznih valjaka i njihovih osovinica (-);
μ_{VK}	Koeficijent trenja između izlaznih valjaka i osovinica (-);
ν_1, ν_2	Poasonovi koeficijenti materijala u dodiru (-);
ν_{amb}	Kinematska viskoznost okolnog vazduha (m ² /s);
ν_m	Kinematska viskoznost maziva na radnoj temperaturi (mm ² /s);
ξ	Koeficijent korigovanja profila zupca (mm);
ρ_0	Poluprečnik krivine centra centralnog valjka (mm);
ρ_1	Poluprečnik centralnog valjka (mm);
ρ_{15}	Gustina maziva na temperaturi 15°C (kg/m ³);
ρ_2	Poluprečnik krivine zupca ciklozupčanika (mm);
ρ_{ek}	Ekvivalentni radijus krivine (mm);
ρ_m	Gustina maziva na radnoj temperaturi (kg/m ³);
τ_{max}	Tangencijalni naponi smicanja spregnutih elemenata (MPa);
ϕ	Pomoćni ugao (°);
φ_v	Ugao zaokretanja pogonskog vratila (°);
φ_w	Ugao nagiba ploče u odnosu na vertikalnu ravan (°);

ψ	Ukupni koeficijent gubitaka snage (-);
$\psi_{Kj}(\beta)$	Ugao između pravca dejstva izlazne kontaktne sile $F_{Kj}(\beta)$ i pravca $r_{Kj}(\beta)$ koji spaja kontaktu površinu sa centralnom osom ciklozupčanika ($^{\circ}$);
$\psi_{Ni}(\beta)$	Ugao između pravca dejstva normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i pravca $r_{Ni}(\beta)$ koji spaja kontaktnu površinu i centralnu osu ciklozupčanika ($^{\circ}$);
ω_2	Ugaona brzina centralnih valjaka (s^{-1});
ω_3	Ugaona brzina ciklozupčanika (s^{-1});
ω_4	Ugaona brzina izlaznih valjaka (s^{-1});
ω_c	Ugaona brzina kaveza ležaja ciklozupčanika (s^{-1});
ω_{iz}	Ugaona brzina izlaznog vratila (s^{-1});
ω_r	Ugaona brzina kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika (s^{-1});
ω_{ul}	Ugaona brzina ulaznog vratila (s^{-1});

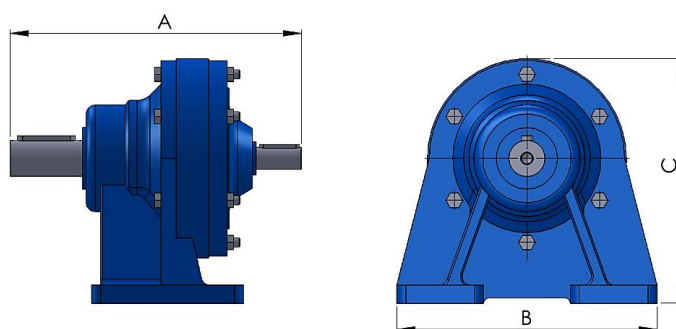
1. UVODNA RAZMATRANJA

Četvrta industrijska revolucija nesumnjivo je dovela do ubrzanog tehnološkog razvoja u svim segmentima društva i privrede. Robotika, veštačka inteligencija (eng. *artificial intelligence* – AI), internet stvari (eng. *internet of things* – IoT), samo su neke od promena koje su već zahvatile svet i ubrzano se šire. Iako se roboti u proizvodnim procesima intenzivno primenjuju više od 20 godina, novina je u tome što nove generacije industrijskih robota u umreženim „pametnim“ fabrikama imaju veći stepen veštačke inteligencije, veću pokretljivost i fleksibilnost, veću energetska efikasnost, tačnost i ponovljivost pozicioniranja. Budući da je za postizanje visokog nivoa tačnosti i ponovljivosti pozicioniranja neophodna upotreba kompaktnih mehaničkih prenosnika snage sa velikim prenosnim odnosima i nultim zazorima, formiran je novi trend u oblasti prenosnika pod nazivom „visokoprecizni reduktori“ (eng. *high precision reducers*) [1]. O značaju uloge ovih prenosnika na industriju robota najbolje govore podaci iz jednog od novijih izveštaja o savremenim industrijskim trendovima u kome se navodi da 35% troškova od ukupne cene industrijskih robota upravo čine visokoprecizni reduktori, jer se nalaze u gotovo svim njihovim zglobovima [2]. Ukupna vrednost globalnog tržišta visokopreciznih reduktora procenjena je na 3307,68 miliona dolara u 2021. godini [3] i predviđa se da će dostići 6073,93 miliona dolara do 2027. godine [4] zahvaljujući ogromnom obimu prodaje industrijskih robota u svetu. Pored planetarnih i talasnih (harmonijskih) reduktora koji su do skoro bili nezamenljivi predstavnici visokopreciznih reduktora, poslednjih godina su najzastupljeniji cikloreduktori, koji imaju ubrzani razvoj i sve veću primenu u savremenoj industriji (industrijski roboti, navigacioni sistemi, CNC alatne mašine,...). Iz tih razloga su istraživanja u ovoj oblasti izuzetno aktuelna i značajna.

1.1. Osnovne karakteristike cikloreduktora

Pod cikloreduktorom se podrazumeva prenosnik snage sa valjčasto-zupčastim ozubljenjem. Njegov osnovni element je zupčanik čiji je profil zupca ekvidistanta skraćene epitrohoide. U poređenju sa ostalim reduktorima, cikloreduktori imaju čitav niz veoma dobrih radnih karakteristika, kao što su:

- *Kompaktna konstrukcija i mala masa* – Gabaritne dimenzije i masa cikloreduktora su značajno manje u odnosu na planetarne i konvencionalne višestepene reduktore istih radnih karakteristika pa su zbog toga pogodni za ugradnju na mestima sa prostornim ograničenjima. U tabeli 1.1 uporedno su prikazane gabaritne dimenzije sa slike 1.1 i mase za različite tipove reduktora sa istim tehničkim karakteristikama (ulazna snaga 3 KW, ulazni broj obrtaja 1450 min^{-1}).

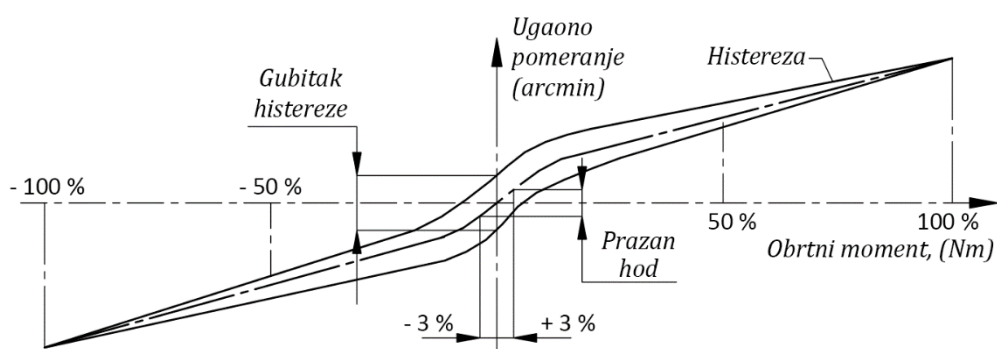


Slika 1.1 Dimenzije reduktora

Tabela 1.1 Uporedne karakteristike reduktora

Tehničke karakteristike	Konvencionalni reduktor SK63 – 100L [5]	Planetarni reduktor PR2021 [6]	Cikloreduktor CNH-6135E [7]
Prenosni odnos, u_R	50,73	53,33	51
Broj stepeni prenosa	3	2	1
Dužina, A (mm)	458	476	351
Širina, B (mm)	344	260	330
Visina, C (mm)	400	270	265
Masa, (kg)	128,8	50	43

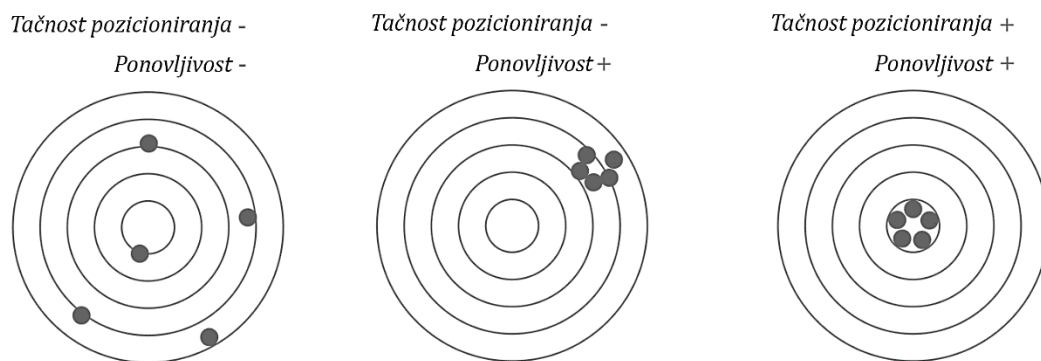
- *Veliki dijapazon mogućih prenosnih odnosa* – S obzirom na činjenicu da je prenosni odnos jednostepenog cikloreduktora jednak broju zubaca ciklozupčanika, cikloreduktori imaju veoma široku lepezu mogućih prenosnih odnosa. Za jednostepene cikloreduktore vrednost prenosnog odnosa kreće se u intervalu od 1:3 do 1:119 [7], dok se za dvostepene maksimalna teorijska vrednost prenosnog odnosa kreće do 1:14161. Ova mogućnost je od posebnog značaja za zglobove industrijskih robota, gde se zahteva prenosni odnos čak i do 1:220 [8].
- *Veoma mali zazori, gubitak histereze i prazan hod* – Ako bi se kućište i ulazno vratilo cikloreduktora fiksirali, a na izlaznom vratilu delovao obrtni moment, onda bi kriva opterećenja imala oblik histereze. Razlika između tačaka u kojima histereza preseca vertikalnu osu pri obrtnom momentu od 0 Nm naziva se gubitak histereze i predstavlja zbir svih unutrašnjih zazora u cikloreduktoru, a razlika između tačaka na srednjoj liniji pri $\pm 3\%$ nazivnog obrtnog momenta označava se kao prazan hod (slika 1.2) [9].



Slika 1.2 Gubitak histereze i prazan hod

Kako ova karakteristika pozitivno utiče na rad savremenih mašinskih sistema najbolje ilustruje jedan od novijih tehničkih izveštaja renomiranog proizvođača visokopreciznih reduktora u kome se navodi da su tačnost pozicioniranja i ponovljivost od krucijalnog značaja za dalji razvoj industrijskih robota [10]. Tačnost pozicioniranja predstavlja razliku između ostvarenog i zadatog položaja. Sa druge strane, ponovljivost predstavlja

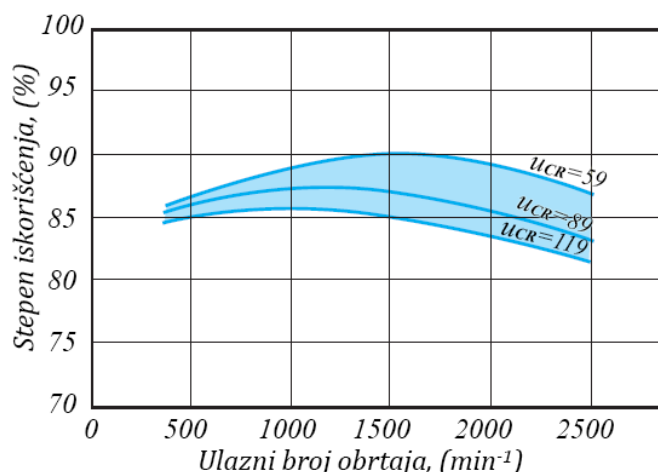
sposobnost pozicioniranja na isti zadati položaj. Iako su ove dve karakteristike međusobno povezane, ponovljivost se razlikuje od tačnosti i obično je mnogo važnija. Da bi se ostvarila ponovljivost od $\pm 0,02$ mm kod industrijskog robota manipulacijskog prostora do 700 mm, neophodno je da robot u osi postolja ima ugaonu ponovljivost od svega $\pm 5,9$ arcsec [10]. Za postizanje ovakvog nivoa ponovljivosti bez upotrebe skupih enkodera visokih rezolucija, neophodna je upotreba visokopreciznih reduktora sa nulnim zazorima, što konvencionalni zupčasti prenosnici ne mogu da ispune. Pojednostavljen prikaz tačnosti pozicioniranja i ponovljivosti predstavljen je na slici 1.3.



Slika 1.3 Pojednostavljen prikaz tačnosti pozicioniranja i ponovljivosti

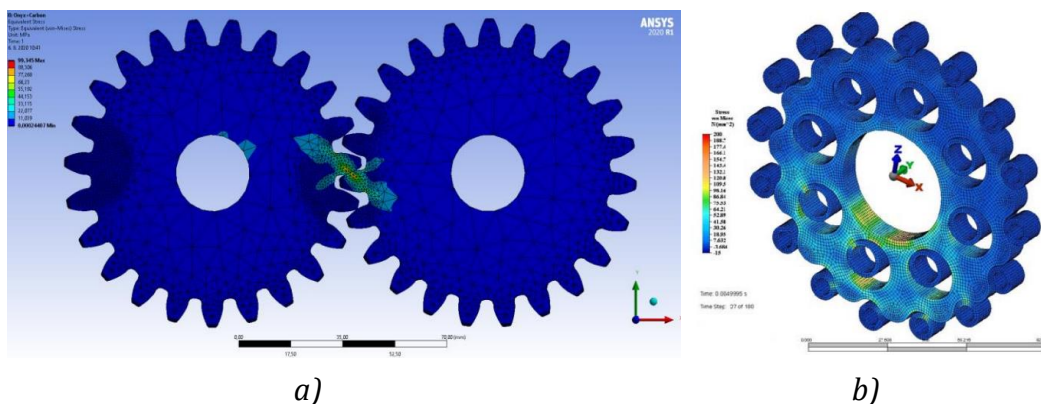
- *Nizak nivo buke i male vibracije* – Nizak nivo vibracija je takođe važan za mašinske sisteme gde je potrebna visoka preciznost. Tipičan primer je alat postavljen u prihvatnici industrijskog robota koji mora da se kreće po definisanoj putanji. Kretanje prihvatnice ostvaruje se kombinovanim kretanjem u pojedinim zglobovima pa se sve vibracije iz zglobova prenose na alat. Nastale vibracije koje se definišu amplitudama i frekvencijama oscilovanja značajno utiču na kvalitet obrađene površine, tačnost dimenzija i oblika, kao i na postojanost samog alata. Iz navedenih razloga, nivo vibracija kod cikloreduktora je sveden na minimum. To je postignuto visokopreciznom izradom elemenata od čelika za cementaciju koje odlikuje visoka tvrdoća, odnosno minimalne kontaktne deformacije i promena krutosti. Na minimiziranje nivoa buke i vibracija svakako je uticala i sama konstrukcija cikloreduktora u kojoj se opterećenje prenosi posredstvom velikog broja kontakata.
- *Visok stepen iskorišćenja* – Prema Američkoj upravi za energetske informacije (EIA), SAD su 2020. godine proizvele 4009 milijardi kWh električne energije, od čega se 23% (920 milijardi kWh) troši u industriji [11]. Opšte je prihvaćeno da električni motori čine 60% (552 milijardi kWh) industrijske potrošnje električne energije [12]. Pod pretpostavkom da su svi elektromotori povezani sa prenosnicima snage, onda svaka upotreba prenosnika sa 1% većim stepenom iskorišćenja štedi 5,52 milijarde kWh, odnosno približnu ekvivalentnu godišnju snagu elektrane od 1500 MW [13]. Pošto je trenje klizanja koje se javlja pri prenosu obrtnog momenta u planetarnim i konvencionalnim prenosnicima kod cikloreduktora zamenjeno trenjem

kotrljanja, vrednost stepena iskorišćenja jednostepenih cikloreduktora kreće se do 95% pri nominalnom broju obrtaja i obrtnom momentu, dok je kod dvostepenih približno 85% [7]. Međutim, sa porastom prenosnog odnosa u_{CR} (-), vrednost stepena iskorišćenja i kod ovog tipa prenosnika opada, a glavni razlog je izuzetno veliki broj kontakata između elemenata koji učestvuju u procesu prenošenja obrtnog momenta. Karakter promene stepena iskorišćenja u zavisnosti od ulaznog broja obrtaja i veličine prenosnog odnosa prikazan je slikom 1.4.



Slika 1.4 Zavisnost stepena iskorišćenja K-H-V cikloreduktora Fine Cyclo (Sumitomo) od ulaznog broja obrtaja i prenosnog odnosa [14]

- *Veoma dug i pouzdan radni vek* – Kod zupčanika sa cikloidnim ozubljenjem prenošenje obrtnog momenta najčešće se vrši posredstvom kontakata između konveksnih i konkavnih površina. Osim toga, 2/3 odgovarajućih valjaka uvek učestvuje u procesu prenošenja obrtnog momenta, dok se kod evolventnih zupčanika kompletan obrtni moment prenosi posredstvom 2-3 zupca. Rezultat toga je daleko ravnomernija raspodela kontaktnih pritisaka kod zupčanika sa cikloidnim ozubljenjem (slika 1.5), što im omogućava izuzetno dug i pouzdan radni vek, čak do 20 godina bez ozbiljnih intervencija [7].



Slika 1.5 Raspodela kontaktnih pritisaka kod: a) evolventnih zupčanika [15]; b) ciklozupčanika [16]

1.2. Predmet i cilj rada

Predmet ove doktorske disertacije jeste teorijsko, numeričko i eksperimentalno istraživanje termičke stabilnosti cikloreduktora i identifikovanje kritičnih zona sa aspekta zagrevanja.

Gotovo svi prenosnici snage, a samim tim i cikloreduktori, uglavnom rade u nestacionarnim radnim uslovima, sa kratkotrajnim i dugotrajnim preopterećenjima, izraženim promenama radnih režima, čestim pokretanjima i zaustavljanjima što, direktno ili indirektno, izaziva čitav niz problema kao što su:

- prekomerno zagrevanje,
- smanjenje stepena iskorišćenja,
- smanjenje viskoznosti mazivog sredstva, odnosno debljine uljnog filma,
- ubrzano habanje radnih površina elemenata u kontaktu,
- skraćenje radnog veka sredstva za podmazivanje, kao i zaptivnih elemenata,
- pojava neželjenih termičkih dilatacija, što u krajnjem ishodu dovodi do narušavanja geometrijske kompaktnosti konstrukcije.

Budući da se optimalno podmazivanje izabranim mazivim sredstvom može obezbediti samo u odgovarajućem području radne temperature, za ispunjenje radne funkcije cikloreduktora izuzetno važnu ulogu ima njegova termička stabilnost.

S obzirom da se jedan deo mehaničke energije koja se u toku rada pretvara u toplotu skladišti u samim elementima cikloreduktora, da se drugi deo zračenjem i konvekcijom predaje okolnom vazduhu, a preostala toplota se provođenjem prenosi na susedne elemente, termička stabilnost cikloreduktora može se obezbediti samo ukoliko odvedena toplota bude jednaka mehaničkoj energiji koja se u toku rada pretvara u toplotu, odnosno ukoliko je radna temperatura manja ili jednaka dozvoljenoj. Iz tih razloga, kućište reduktora treba da bude tako dimenzionisano i projektovano da skladišti i rasipa najveći deo toplote bez postizanja kritičnih temperatura čak i u najekstremnijim radnim uslovima. Osim navedenog, postoji potreba da se na elementima cikloreduktora još u fazi konstruisanja identifikuju kritične zone sa aspekta zagrevanja i da se blagovremeno izvrše potrebne korekcije bez skupih i dugotrajnih ispitivanja prototipa.

U današnje vreme ne postoji metodologija koja sistematski izučava i proverava termičku stabilnost cikloreduktora. Međutim, kako je provera termičke stabilnosti konvencionalnih zupčastih reduktora definisana međunarodnim standardom ISO/TR 14179-2:2001, moguće je, uz odgovarajuću analogiju i prilagođavanje koristiti isti standard kao polaznu osnovu za razvoj metodologije za proveru termičke stabilnosti cikloreduktora.

S obzirom na veliki broj različitih konceptijskih rešenja cikloreduktora koji imaju veoma značajnu i sve veću primenu u savremenoj inženjerskoj praksi, akcenat istraživanja u okviru ove doktorske disertacije biće na klasičnim jednostepenim cikloreduktorima. Pored toga, razvijena metodologija za određivanje osnovnih parametara termičke stabilnosti cikloreduktora moći će da se koristi i za analizu bilo kog drugog konceptijskog rešenja.

Budući da je pretvaranje mehaničke energije u toplotu lokalnog karaktera i da se javlja samo u zoni opterećenja kao posledica pojave trenja na kontaktnim površinama spregnutih elemenata, teorijska istraživanja će prvenstveno obuhvatiti određivanje vrednosti stvarnih kontaktnih sila, uzimajući u obzir korigovanje profila zupca

ciklozupčanika, kontaktne deformacije i unutrašnje zazore između elemenata cikloreduktora. Kako vrednosti kontaktnih sila direktno utiču na intenzitete izvora toplote koji se definišu u numeričkoj analizi, veoma je važno doći do njihovih što tačnijih vrednosti. Teorijska osnova za ova istraživanja je klasična Hercova teorija kontakta (eng. *Hertz*), koja se zasniva na utvrđenoj zavisnosti između geometrije kontaktnih površina i relativnog pomeranja elemenata u kontaktu.

Osim navedenog, teorijska istraživanja obuhvatiće i određivanje gubitaka snage koji nastaju u zoni kontakta (onih koji zavise i onih koji ne zavise od opterećenja), kao i određivanje ukupnog stepena iskorišćenja cikloreduktora. Analizom stanja dosadašnjih istraživanja, može se zaključiti da svi razvijeni matematički modeli obuhvataju samo određene gubitke snage koji prema autorima dominantno utiču na stepen iskorišćenja, dok se ostali gubici snage zanemaruju. Zbog toga postoji potreba da se razvije dopunjeni i sveobuhvatni matematički model za određivanje stepena iskorišćenja cikloreduktora, koji uzima u obzir sve relevantne uticajne parametre i na osnovu koga se dobijaju znatno precizniji rezultati.

Numerička istraživanja biće realizovana primenom Metode konačnih elemenata (MKE) na trodimenzionalnom geometrijskom CAD modelu jednostepenog cikloreduktora koji po svojim karakteristikama gotovo u potpunosti odgovara ispitivanom cikloreduktoru (radne karakteristike, gabaritne dimenzije, karakteristike materijala, ...). Reč je o veoma složenom trodimenzionalnom numeričkom modelu koji prvi put (bar prema dostupnoj svetskoj literaturi) pri analizi naponsko – deformacionog stanja vitalnih elemenata cikloreduktora bez i sa uticajem termičkih naprezanja polazi od realne konstrukcije jednostepenog cikloreduktora sa dva ciklozupčanika. Na osnovu razvijenog modela biće moguće odrediti i raspodelu temperaturnih polja, kao i njihov uticaj na intenzitete kontaktnih sila.

Da bi se rezultati istraživanja dobijeni analitičkim i numeričkim putem verifikovali, predviđena su eksperimentalna istraživanja. Cilj je da se na ovaj način odrede: temperatura mazivog sredstva, raspodela temperature kućišta, potrebno vreme za postizanje termičke stabilnosti, kao i stepen iskorišćenja ispitivanog cikloreduktora. Zatim je predviđeno poređenje svih rezultata dobijenih analitičkim, numeričkim i eksperimentalnim metodama.

Na osnovu navedenog, osnovni ciljevi ove doktorske disertacije su:

- Sistematizacija, označavanje i uporedna analiza najrasprostranjenijih konceptijskih rešenja cikloreduktora.
- Određivanje vrednosti stvarnih kontaktnih sila na kontaktnim površinama spregnutih elemenata cikloreduktora, uzimajući u obzir korigovanje profila zupca ciklozupčanika, kontaktne deformacije i unutrašnje zazore između odgovarajućih elemenata.
- Razvoj dopunjenog i sveobuhvatnog matematičkog modela za određivanje gubitaka snage u cikloreduktoru kao i stepena iskorišćenja u funkciji različitih ulaznih parametara.
- Definisanje metodologije za proveru termičke stabilnosti cikloreduktora prema standardu ISO/TR 14179-2:2001.
- Razvoj složenog trodimenzionalnog numeričkog modela za određivanje naponsko – deformacionog stanja vitalnih elemenata cikloreduktora (bez i sa

uticajem termičkih naprezanja) kao i za analizu njegove termičke stabilnosti primenom Metode konačnih elemenata (MKE).

- Eksperimentalna analiza termičke stabilnosti cikloreduktora (na originalnom modelu jednostepenog cikloreduktora će se odrediti: temperatura mazivog sredstva, raspodela temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta, potrebno vreme za postizanje termičke stabilnosti i ukupni stepen iskorišćenja cikloreduktora).

1.3. Osnovne hipoteze istraživanja

Na osnovu definisanog predmeta i ciljeva doktorske disertacije, postavljene su sledeće hipoteze:

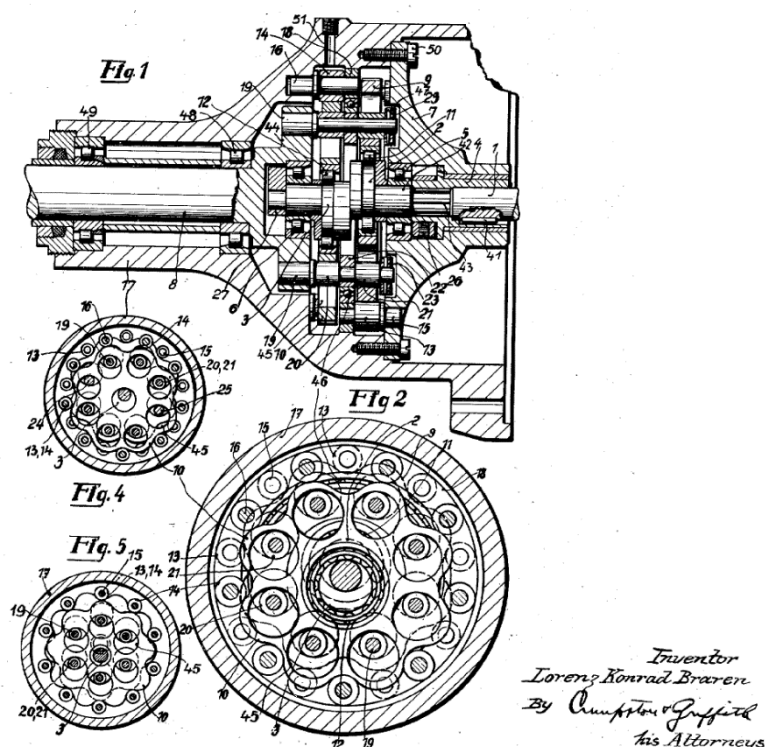
- Moguće je razviti dopunjeni matematički model za određivanje stepena iskorišćenja cikloreduktora, koji uzima u obzir širi spektar uticajnih faktora i na osnovu koga će se dobiti precizniji rezultati u odnosu na već postojeće modele.
- Moguće je formirati matematički model i definisati metodologiju za proveru termičke stabilnosti cikloreduktora u skladu sa međunarodnim standardom ISO/TR 14179-2:2001 koji bi imao adekvatnu primenu u inženjerskoj praksi.
- Na termičku stabilnost cikloreduktora pored radnih karakteristika, korišćenog mazivog sredstva i različitih geometrijskih i kinematskih parametara, izuzetno veliki uticaj ima i brzina opstrujavanja vazduha.
- Primenom metode konačnih elemenata (MKE) moguće je modelirati složena termička stanja cikloreduktora i odrediti raspodelu temperaturnih polja unutar prenosnika sa ciljem identifikacije kritičnih lokacija sa aspekta zagrevanja.
- Eksperimentalnim istraživanjima je moguće odrediti raspodelu temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta ispitivanog jednostepenog cikloreduktora.

2. PREGLED I ANALIZA DOSADAŠNJIH ISTRAŽIVANJA

Cikloreduktori, kao najzastupljeniji visokoprecizni reduktori, predmet su brojnih naučnih istraživanja.

Dosadašnja istraživanja u oblasti cikloreduktora uglavnom su bazirana na: korigovanju profila zupca ciklozupčanika, kontaktnoj analizi, dinamičkoj analizi, analizi naponsko-deformacionog stanja vitalnih elemenata, određivanju stepena iskorišćenja i gubitaka snage, definisanju novih konceptijskih rešenja i optimizaciji.

U stručnoj literaturi, cikloreduktori se prvi put pominju 1926. godine u patentu Nemačkog pronalazača Lorenca Konrada Brarena (nem. *Lorenz Konrad Braren*) gde su opisani osnovni principi funkcionisanja (slika 2.1) [17].

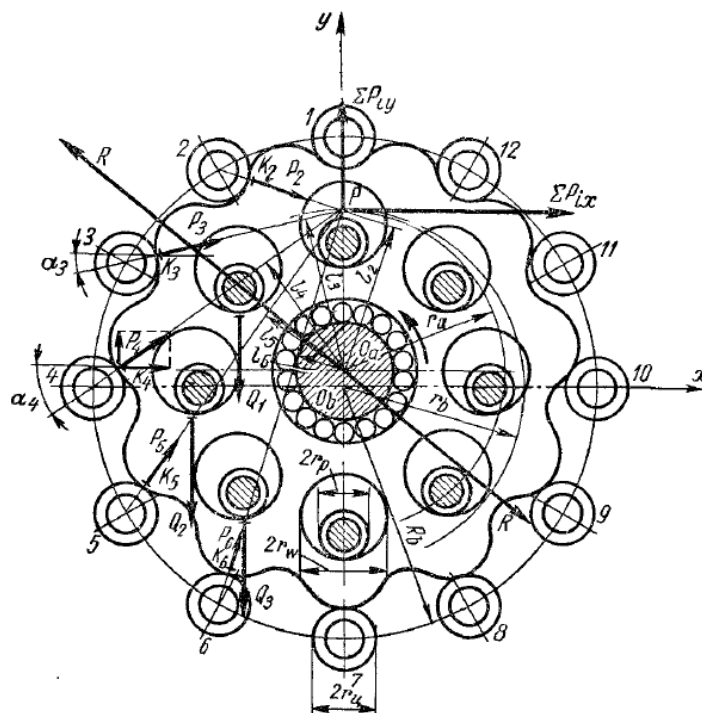


Slika 2.1 Sklopni crtež cikloreduktora Lorenc K. Brarena [17]

Prva istraživanja vezana za cikloreduktove sprovedi su Botsiber (eng. *Botsiber*) i Kingston (eng. *Kingston*) [18] pedesetih godina prošlog veka. Oni su izvršili upoređivanje gabaritnih dimenzija cikloreduktora sa dimenzijama ostalih tipova reduktora koji su tada bili najviše zastupljeni.

Početkom šezdesetih godina prošlog veka Polit (eng. *Pollitt*) [19] je istražio i druge mogućnosti primene cikloidnog ozubljenja u mašinskim sistemima. Poseban doprinos razvoju cikloreduktora dao je ruski istraživač Kudrjavcev (rus. *Кудрявцев*) [20] koji je 1966. godine u svojoj knjizi Planetarni reduktori (rus. *Планетарные передачи*), predstavio osnovne izraze za određivanje geometrijskih i kinematskih parametara cikloreduktora, kao i prve matematičke modele za određivanje kontaktnih sila (slika 2.2) i nominalnog stepena iskorišćenja. S obzirom da je reč o prvom matematičkom modelu za određivanje kontaktnih sila između spregnutih elemenata, napravljena su izvesna pojednostavljenja pa se elementi u kontaktu tretiraju kao apsolutno kruti. Još jedan

nedostatak ovog matematičkog modela je što ne uzima u obzir unutrašnje zazore. U modelu za određivanje nominalnog stepena iskorišćenja, glavni nedostatak je što vrednosti kontaktnih sila nisu vremenski zavisne funkcije od ugla zaokretanja ciklozupčanika. Osim toga, Kudrjavcev je za dominantne gubitke snage označio trenje klizanja između centralnih valjaka i njihovih osovinica, trenje klizanja između izlaznih valjaka i njihovih osovinica, kao i trenje kotrljanja u ležaju ciklozupčanika, dok je ostale gubitke snage zanemario. Zato su ovi matematički modeli u narednim decenijama usavršavani od strane brojnih istraživača. Još jedan poseban doprinos Kudrjavceva je i taj što je utvrdio da se koeficijent korigovanja profila zupca ciklozupčanika, koji kompenzuje greške nastale u procesu izrade i obezbeđuje bolje uslove podmazivanja, kreće u intervalu $\xi = 0,1 \div 0,65$ (-).



Slika 2.2 Raspodela kontaktnih sila na ciklozupčaniku prema Kudrjavcevu [20]

Dalje razvijanje matematičkog modela za određivanje kontaktnih sila na ciklozupčanicima i ostalim vitalnim elementima cikloreduktora izvršio je Manfred Lehman (nem. *Manfred Lehmann*) [21] sedamdesetih godina prošlog veka. Obzirom da je u definisanom matematičkom modelu ciklozupčanik u kontaktu sa polovinom centralnih i izlaznih valjaka, dobijene vrednosti kontaktnih sila, koje su vremenski zavisne od ugla zaokretanja ciklozupčanika, se u potpunosti ne poklapaju sa izmerenim vrednostima. Međutim, i pored toga, ovaj model je izuzetno značajan jer pruža dosta informacija o raspodeli kontaktnih sila unutar cikloreduktora.

Veliki doprinos razvoju cikloreduktora, početkom osamdesetih godina prošlog veka, dali su indijski istraživači Malhotra (eng. *Malhotra*) i Paramesvaran (eng. *Parameswaran*) [22] koji su definisali novi matematički model za određivanje stepena iskorišćenja. Za razliku od modela Kudrjavceva, njihov model se temelji na radu sile trenja u dominantnim kontaktima, a uključuje i vremensku zavisnost kontaktnih sila od ugla zaokretanja ciklozupčanika. Za dominantne kontakte označeni su kontakti: u ležaju ciklozupčanika, između centralnih valjaka i zupaca ciklozupčanika, između centralnih valjaka i njihovih

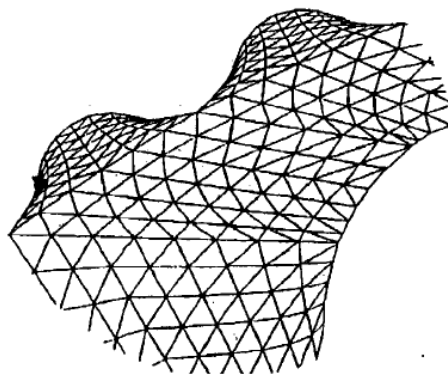
osovinica, između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku, između izlaznih valjaka i njihovih osovina. Zato je ovaj matematički model i danas polazna literatura u svim naučnim radovima iz ove oblasti. Takođe, Malhotra i Paramešvaran su uveli još jedno pojednostavljenje, pa je ciklozupčanik uvek u kontaktu sa svim centralnim i izlaznim valjcima, a polovina od njih prenosi opterećenje. Očigledno da je i ovaj model manje više približan jer u realnim situacijama to nije slučaj zbog zazora čije je postojanje neophodno iz više razloga: da bi se obezbedili uslovi za korektnu montažu i demontažu, da bi se obezbedilo kvalitetno podmazivanje, da bi se anulirale greške nastale u toku izrade,...

Krajem osamdesetih godina Blanš (eng. *Blanche*) i Jang (eng. *Yang*) [23] su istražili uticaj unutrašnjih zazora na pulsiranje obrtnog momenta i prenosnog odnosa, a pored toga definisali su i njihovu zavisnost od ugla zaokretanja ciklozupčanika. Pošto je proračun veoma kompleksan i sveobuhvatan, razvijeni algoritam su implementirali u računarski program *Fortran*.

Devedesetih godina Litvin (eng. *Litvin*) i Feng (eng. *Feng*) [24] su ponovo istraživali načine generisanja i korigovanja profila zupca ciklozupčanika, a takođe su utvrdili i uslove za izbegavanje singularnosti generisanih krivih. Na osnovu brojnih iteracija predložili su unapređenje Vankelovog (eng. *Wankel*) motora i Rutsovog (eng. *Roots*) kompresora koji se takođe baziraju na primeni cikloidnog (trohoidnog) ozubljenja.

Liksing (eng. *Lixing*) [25] je istraživao korigovanje profila zupca ciklozupčanika sa ciljem smanjenja intenziteta kontaktnih sila na kontaktnim površinama spregnutih elemenata. On je teorijskom analizom i fotoelastičnom metodom uvideo da je raspodela kontaktnih sila, koju je definisao Kudrjavcev, pogodna samo za ciklozupčanike sa nekorigovanim profilom zupca. Pošto u realnim uslovima postoje odgovarajući zazori, dobijeni rezultati su imali značajna odstupanja. Iz tog razloga, Liksing je predložio novi matematički model za određivanje vrednosti kontaktnih sila na zupcima ciklozupčanika koji uzima u obzir unutrašnje zazore i korigovanje profila zupca, kao i elastične deformacije između kontaktnih površina. Primenom ovog modela, preciznije se može utvrditi broj valjaka koji prenosi obrtni moment, kao i veličine sila koje se javljaju na kontaktnim površinama.

Takođe, ne treba izostaviti ni rad Išida (eng. *Ishida*) [26] koji je, korišćenjem metode konačnih elemenata (MKE) i softvera *ISAP*, analizirao naponsko stanje i kontaktne sile na zupcima ciklozupčanika sa korigovanim i nekorigovanim profilom (slika 2.3). Na osnovu velikog broja iteracija on je uočio da kontaktne sile kod zubaca sa korigovanim profilom nisu proporcionalne obrtnom momentu, dok su kod nekorigovanog profila zupca proporcionalne.

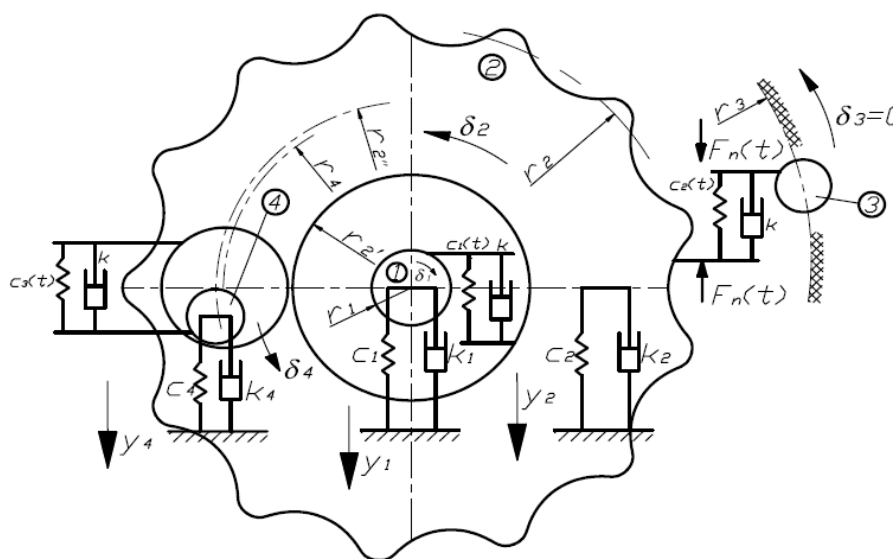


Slika 2.3 Mreža konačnih elemenata na Išidinom ciklozupčaniku [26]

Poslednjih dvadesetak godina, broj istraživanja u oblasti cikloreduktora se značajno povećao, a glavni razlog ovog trenda jeste sve veća potreba za kompaktnijim i efikasnijim prenosnicima snage.

Mnogi naučnici su istraživali i bavili se raspodelom kontaktnih sila, dinamičkom analizom, pri čemu su u obzir uzimane kontaktne deformacije, korigovanje profila zupca, unutrašnji zazori i greške pri montaži. Razlozi za ovaj trend su brojni. Pre svega, na osnovu izračunatih opterećenja se vrši dimenzionisanje vitalnih elemenata cikloreduktora (ciklozupčanici, ležaji, vratila, centralni i izlazni valjci i osovinice,...). Takođe, za proračun stepena iskorišćenja cikloreduktora prethodno je neophodno odrediti vrednosti odgovarajućih kontaktnih sila. Dalje, opterećenja predstavljaju polaz za naponsko-deformacionu, modalnu i termičku analizu, kao i jedan od najvažnijih kriterijuma u optimizaciji cikloreduktora.

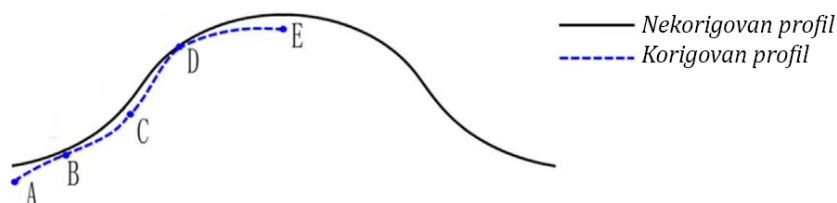
Poseban doprinos u ovoj oblasti dali su Čmurava (eng. *Chmurawa*) i Džon (eng. *John*) [27] koji su analizirali kontaktne sile, naponsko-deformaciono stanje ciklozupčanika sa korigovanim profilom zupca korišćenjem metode konačnih elemenata. Takođe, Blagojević [28] je istražio dinamičko ponašanje klasičnog $K-H-V$ i novog $2K-H$ konceptijskog rešenja cikloreduktora (slika 2.4) i zaključio je da broj zubaca ciklozupčanika koji istovremeno prenosi obrtni moment zavisi od veličine korigovanja profila zupca. Osim toga, Blagojević [29] je istražio i naprezanja ciklozupčanika za slučaj najkritičnijeg sprezanja - slučaj jednostrukog zahvata, koristeći numeričke i eksperimentalne metode.



Slika 2.4 Blagojevićev dinamički model klasičnog $K-H-V$ konceptijskog rešenja cikloreduktora [28]

Kim (eng. *Kim*) je sa grupom autora [30] istražio kontaktne sile i torzione krutosti uzimajući u obzir krutost ležaja i nelinearnu Hercovu (eng. *Hertz*) kontaktnu krutost zubaca ciklozupčanika. Sun (eng. *Sun*) [31] se bavio raspodelom kontaktnih sila kod cikloreduktora sa tri ciklozupčanika. Tube (eng. *Thube*) i Bobak (eng. *Bobak*) [16] su analizirali naponsko-deformaciona stanja vitalnih elemenata cikloreduktora u programskom paketu *Ansys* u funkciji različitih kinematskih parametara. Rezultati ovog istraživanja ukazuju na kritične lokacije na vitalnim elementima cikloreduktora sa aspekta nosivosti. Šiej (eng. *Hsieh*) [32] je izvršio uporednu analizu dinamičkog ponašanja

klasičnog i *non-pin wheel* konceptijskog rešenja cikloreduktora. Rezultati su pokazali da klasično konceptijsko rešenje ima manju tačnost prenosa kao i značajno veći nivo vibracija na centralnim valjcima usled udara zubaca u njih. Bo (eng. *Bo*) i ostali [33] su istražili kontaktno opterećenje na zupcima ciklozupčanika za različita korigovanja profila zubca uzimajući u obzir stvarnu površinsku hrapavost zubaca. Pored toga, analizirali su i parametre podmazivanja pri različitim brojevima obrtaja. Kumar (eng. *Kumar*) [34] je razvio matematički model za određivanje torziona elastičnosti vitalnih elemenata cikloreduktora koji se temelji na eksperimentalnim ispitivanjima. Takođe, Kumar je pokazao da elastičnost elemenata u kontaktu dovodi do pojave da se određeni zazori anuliraju, pa se broj elemenata koji prenose obrtni moment povećava. Li (eng. *Li*) je sa grupom autora [35] istražio raspodelu kontaktnih sila uzimajući u obzir zazore između otvora u ciklozupčaniku i izlaznih valjaka, kao i greške ekscentričnosti. Huang (eng. *Huang*) i Caj (eng. *Tsai*) [36] su predložili korišćenje koeficijenata uticaja pri analizi naponsko-deformacionog stanja. Ren (eng. *Ren*) i saradnici [37] su razvili novu metodu korigovanja profila zupca ciklozupčanika koja se bazira na podešavanju položaja pet ključnih tačaka (slika 2.5). Artemov (eng. *Artyomov*) i ostali [38] su analizirali uticaj zazora, krutosti elemenata u kontaktu i radnih uslova na veličinu kontaktne zone i kontaktnih sila. Šu (eng. *Xu*) [39] je predložio dinamički model za predviđanje broja centralnih i izlaznih valjaka koji prenose obrtni moment uzimajući u obzir zazore uzrokovane korigovanjem profila zupca i greške u toku izrade. Matejić [40] je razvio matematičke modele za određivanje dinamičke stabilnosti velikog broja konceptijskih rešenja cikloreduktora. Bednarčík (eng. *Bednarczyk*) [41] je izvršio analizu raspodele kontaktnih sila na izlaznim valjcima uzimajući u obzir odstupanja dimenzija i oblika.



Slika 2.5 Korigovanje profila zupca prema Renu [37]

Veliki broj autora bavio se istraživanjem i razvojem efikasnog matematičkog modela za određivanje stepena iskorišćenja i gubitaka snage.

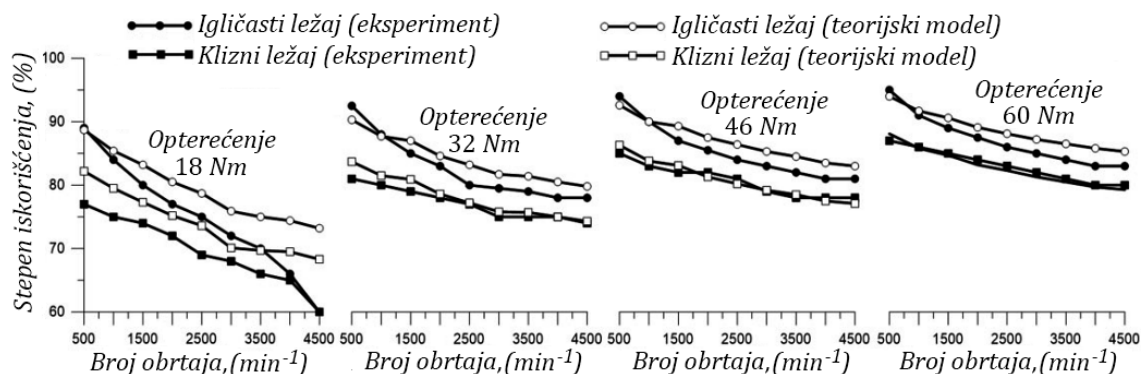
Gorla (eng. *Gorla*) [42] je definisao matematički model za određivanje stepena iskorišćenja cikloreduktora sa hipocikloidnim ozubljenjem koji se po načinu funkcionisanja dosta razlikuje od cikloreduktora sa epicikloidnim ozubljenjem. Stepenn iskorišćenja se određuje na osnovu gubitaka snage koji nastaju: usled trenja kotrljanja u ležaju ciklozupčanika, trenja klizanja između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku, trenja kotrljanja između valjaka koji su ugrađeni u kružne žlebove satelita i sprežu se sa centralnim zupčanikom sa hipocikloidnim profilom.

Mnogo više realnih informacija o gubicima snage doneo je matematički model Mihailidis (eng. *Mihailidis*) [43] koji se temelji na korišćenju termo-elastohidrodinamičke teorije podmazivanja (u daljem tekstu TEHD teorija podmazivanja), pa uzima u obzir lokalne koeficijente trenja na dodirnim površinama ciklozupčanika i odgovarajućih elemenata u kontaktu, debljinu i pritisak u uljnom filmu. Prema ovom modelu, gubici snage koji nastaju u cikloreduktorima sa epicikloidnim ozubljenjem mogu

se podeliti u dve grupe. Prvu grupu predstavljaju gubici snage nezavisni od opterećenja (zaptivači vratila, interakcija unutrašnjih komponenata cikloreduktora sa sredstvom za podmazivanje). Drugu grupu predstavljaju gubici snage zavisni od opterećenja, pri čemu se u ove gubitke ubrajaju i gubici snage u ležajima ulaznog i izlaznog vratila koji se određuju po matematičkom modelu Palmgren (eng. *Palmgren*).

Polazeći od činjenice da proizvodne tolerancije imaju uticaj na stepen iskorišćenja, Fam (eng. *Pham*) [44] je definisao još jedan matematički model koji uzima u obzir gubitke u: ležaju ciklozupčanika, kontaktima centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika i kontaktima izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku.

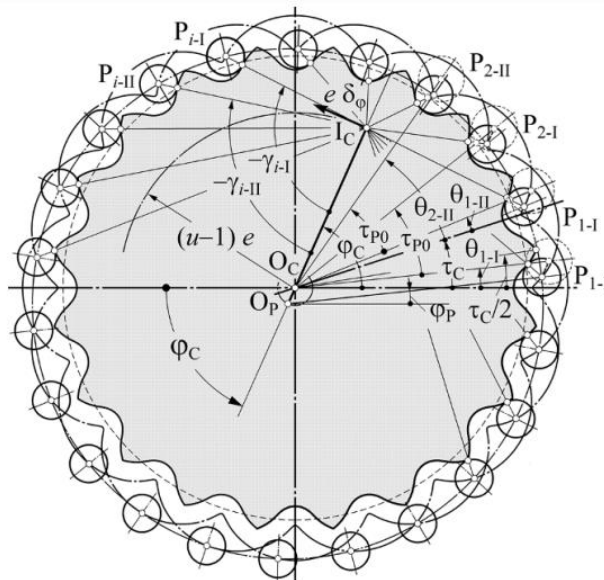
Veoma interesantne rezultate dobio je i Olejarčik (eng. *Olejarczyk*) [45] koji je predložio još jedan matematički model za određivanje gubitaka snage u cikloreduktoru, pri čemu su vrste gubitaka koji nastaju u kontaktima elemenata cikloreduktora identične vrstama gubitaka koje je predložio Mihailidis [43]. Međutim, Olejarčikov matematički model je prilično jednostavniji i lakše primenjiv. Još dva posebna doprinosa Olejarčika i njegovih saradnika su istraživanje stepena iskorišćenja za različite vrste tečnih maziva (mineralna i sintetička ulja), kao i istraživanje mogućnosti primene kliznog ležaja između ciklozupčanika i ekscentar čaure [46]. Dobijeni rezultati su pokazali da primena kliznog ležaja značajno utiče na smanjenje stepena iskorišćenja kompletnog cikloreduktora, kao i na povećanje temperature mazivog sredstva (slika 2.6).



Slika 2.6 Uporedni prikaz stepena iskorišćenja cikloreduktora sa igličastim i kliznim ležajem između ekscentar čaure i ciklozupčanika [46]

Veliki doprinos u razvoju efikasnog matematičkog modela za određivanje stepena iskorišćenja dali su i: Blagojević [47] koji je sa grupom autora analizirao zavisnost stepena iskorišćenja od koeficijenta trenja u kontaktima centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika; Mačkić [48] koji je istražio uticaj kinematskih i geometrijskih parametara na stepen iskorišćenja; Matejić [49] koji je sa grupom autora istražio stepen iskorišćenja Blagojevićevog 2K-H cikloreduktora; Sensinger (eng. *Sensinger*) [50] koji je korišćenjem Del Kastiljevog (eng. *Del Castillo*) matematičkog modela izveo izraze za određivanje stepena iskorišćenja, Tonoli (eng. *Tonoli*) [51] koji je istražio stepen iskorišćenja cikloreduktora bez podmazivanja; Kose (eng. *Kosse*) [52] i Dion (eng. *Dion*) [53] koji su eksperimentalno istražili stepen iskorišćenja, torzionu krutost i krivu histereze; Bednarčik (eng. *Bednarczyk*) [54] koji je istražio stepen iskorišćenja za hipocikloidne cikloreduktore pri čemu je u obzir uzeo i proizvodne tolerancije elemenata; Vang (eng. *Wang*) i saradnici [55] koji su istražili brzine klizanja i gubitke snage tokom sprezanja centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika.

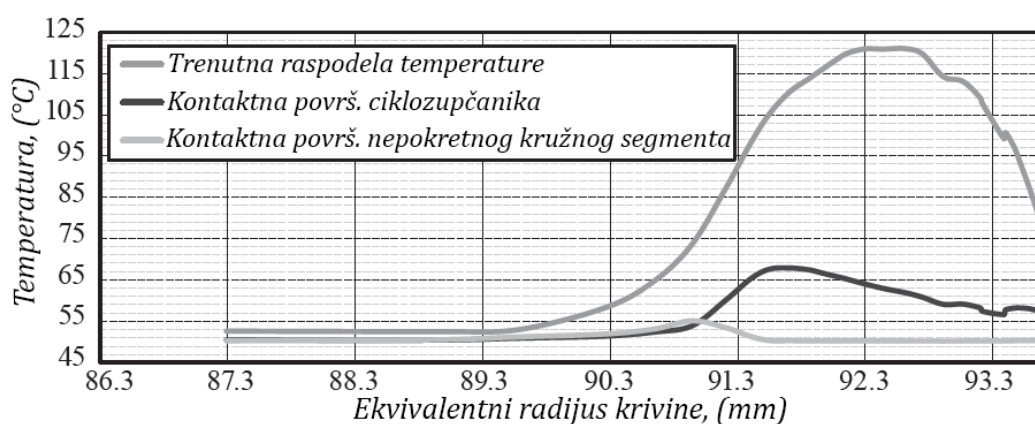
Određeni broj istraživanja vezan je za definisanje novih konceptijskih rešenja cikloreduktora i za njihovu optimizaciju. Poseban doprinos ovoj oblasti dali su: Hvang (eng. *Hwang*) i Šiej (eng. *Hsieh*) [56] koji su predložili da se umesto obrtnih centralnih valjaka koriste nepokretni kružni segmenti koji se izrađuju izjedna sa kućištem, tzv. *non-pin wheel* koncepcija; Davoli (eng. *Davoli*), Gorla (eng. *Gorla*) i ostali [42],[57] koji su razvili još jedno konceptijsko rešenje *K-H-V* cikloreduktora koje sadrži hipocikloidni nepokretni centralni zupčanik koji se spreže sa valjcima postavljenim u kružne žlebove satelita; Sensinger (eng. *Sensinger*) [58] koji je razvio matematički model za višekriterijumsku optimizaciju uključujući korigovanje profila zupca, unutrašnje zazore, pulsiranje obrtnog momenta i prenosnog odnosa; Blagojević [28],[59] koji je razvio novo *2K-H* konceptijsko rešenje cikloreduktora koje sadrži jedan ciklozupčanik po jednom stepenu prenosa i prelazni mehanizam za povezivanje prvog i drugog stepena prenosa; Vang (eng. *Wang*) i ostali [60] koji su razvili matematički model za optimizaciju cikloreduktora čiji je cilj minimiziranje zapremine i maksimiziranje stepena iskorišćenja; Caj (eng. *Tsai*) i ostali [61] koji su predložili novo konceptijsko rešenje *RV* cikloreduktora kod koga razlika između broja zuba ciklozupčanika i broja centralnih valjaka iznosi $\Delta z = 2$ (slika 2.7); Sun (eng. *Sun*) i ostali [62] koji su razvili još jedno konceptijsko rešenje cikloreduktora pod nazivom CBR (eng. *China Bearing Reducer*) koje umesto konvencionalnog izlaznog mehanizma sadrži posebne diskove sa dva para zaobljenih pravougaonih otvora pri čemu je jedan par povezan sa ciklozupčanicima, a drugi par je povezan sa prirubnicama; Maćoni (itl. *Maccioni*) i ostali [63] koji su na osnovu patenta nemačkog pronalazača Urliha Volfroma [64] (nem. *Ulrich Wolfrom*) razvili novo konceptijsko rešenje trostepenog cikloreduktora (*3K*), nazvano *Nested*, koje omogućava veće prenosne odnose u odnosu na konvencionalne dvostepene cikloreduktore istih dimenzija.



Slika 2.7 Osnovni geometrijski odnosi u Cajovom cikloreduktoru [61]

Jedan od najmanje istraženih aspekata cikloreduktora svakako je njegova termička stabilnost. Među malobrojnim, ali vrlo inspirativnim i naučno fundiranim radovima, posebno se ističu radovi Zaha (eng. *Zah*) [65] i Mihailidisa (eng. *Mihailidis*) [66] koji su među prvima počeli da se bave rešavanjem ovih problema. Budući da su u stacionarnim

radnim uslovima (konstantni broj obrtaja i konstantni obrtni moment), gubici snage konstantni, moguće je uspostaviti direktnu zavisnost između povećanja temperature mazivog sredstva, temperature okolnog vazduha i gubitaka snage. S obzirom da se u Zahovom (eng. *Zah*) modelu [65] toplota prenosi na okolni vazduh samo preko ravne površine kućišta, potpuno je izvesno da bi se dobijeni rezultati radne temperature cikloreduktora razlikovali od izmerene. Međutim, i pored toga, ovaj model je veoma značajan jer predstavlja početak razmatranja termičke stabilnosti cikloreduktora. Sa druge strane, Mihailidis i ostali [66] su istraživali trenutnu raspodelu temperature (eng. *flash temperature*) na dodirnim površinama ciklozupčanika i odgovarajućih elemenata u kontaktu, uzimajući u obzir brzine klizanja, geometriju kontaktnih površina, nenjutnovsko ponašanje sredstva za podmazivanje i pritisak u uljnom filmu (slika 2.8). Iako je vreme delovanja ove temperature vrlo kratko, njena veličina je značajno veća od temperature sredstva za podmazivanje i može da izazove čitav niz neželjenih posledica.



Slika 2.8 Maksimalna trenutna temperatura na kontaktnim površinama ciklozupčanika i centralnih valjaka [66]

Olejarčik (eng. *Olejarczyk*), Viklo (eng. *Wiklo*), Krol (eng. *Krol*) i ostali [45] su istražili radne temperature tečnih maziva u cikloreduktorima. Temperatura mineralnog ulja za testirano opterećenje dostigla je maksimalnu vrednost 76°C nakon 2h rada, dok je za sintetičko ulje temperatura niža i njena maksimalna vrednost iznosi 65°C. Vej (eng. *Wei*) i ostali [67] su istražili raspodelu temperature na jednom zupcu ciklozupčanika, pod pretpostavkom da su opterećenje i prenos toplote za sve ostale zupce ciklozupčanika isti. Brojni istraživači bavili su se termičkim analizama drugih tipova prenosnika kao što su pužni [68-70], cilindrični [71], cilindrično-konusni [72] i planetarni [73-74].

Izvesna istraživanja [33,75,76] su posvećena različitim vrstama habanja i oštećenjima elemenata cikloreduktora do kojih ne dolazi tako često kao kod evolventnog ozubljenja. Najčešće, a istovremeno i najkarakterističnija vrsta habanja svakako je zamorno habanje – piting.

3. SISTEMATIZACIJA POSTOJEĆIH KONCEPCIJSKIH REŠENJA CIKLOREDUKTORA

S obzirom da se u poslednjoj deceniji sprovode intenzivna istraživanja sa ciljem definisanja novih koncepcijskih rešenja cikloreduktora, sve je veća potreba za njihovim grupisanjem i jednoznačnim označavanjem. Prilično jednostavan način za sistematizaciju i označavanje planetarnih reduktora definisao je ruski istraživač Kudrjavcev [20]. Budući da ovaj postupak daje dovoljan broj informacija o strukturi, broju i vrsti osnovnih članova, uz odgovarajuću analogiju i prilagođavanje, može se primeniti i za sistematizaciju i označavanje postojećih koncepcijskih rešenja cikloreduktora.

Pod cikloreduktorom se podrazumeva prenosnik snage sa valjčasto-zupčastim ozubljenjem, kod koga je geometrijska osa makar jednog osnovnog člana pokretna. U osnovne članove spadaju:

1. centralni zupčanik K koji je nepokretan ili vrši obrtno kretanje oko sopstvene ose koja se poklapa sa glavnom osom cikloreduktora,
2. član H u koji su postavljene pokretne ose elemenata koji vrše složeno kretanje (obrotno oko sopstvene ose i obrtno oko glavne ose cikloreduktora),
3. izlazni mehanizam sa vratilom ili prirubnicom V koji prihvata složeno kretanje.

Shodno navedenom, ukoliko cikloreduktor ima jedan centralni zupčanik označava se sa K , ako ima dva centralna zupčanika označava se sa $2K$, a ukoliko ima tri centralna zupčanika označava se sa $3K$. Treba još napomenuti da ozubljenje pri tome može biti epicikloidno ili hipocikloidno. Za bliže označavanje koncepcijskih rešenja još se koriste slovne oznake H i V . Na taj način, formirane su oznake $K-H-V$, $2K-V$, $2K-H$ i $3K$.

U okviru ovog poglavlja će biti opisani različiti načini generisanja profila zupca ciklozupčanika (najčešće je u pitanju ekvidistanta skraćene epitrohoide). Zatim će na osnovu dostupne stručne literature i kataloga renomiranih svetskih proizvođača biti detaljno opisana i sistematizovana postojeća koncepcijska rešenja cikloreduktora. Posebna pažnja biće posvećena uporednoj analizi njihovih osnovnih radnih karakteristika.

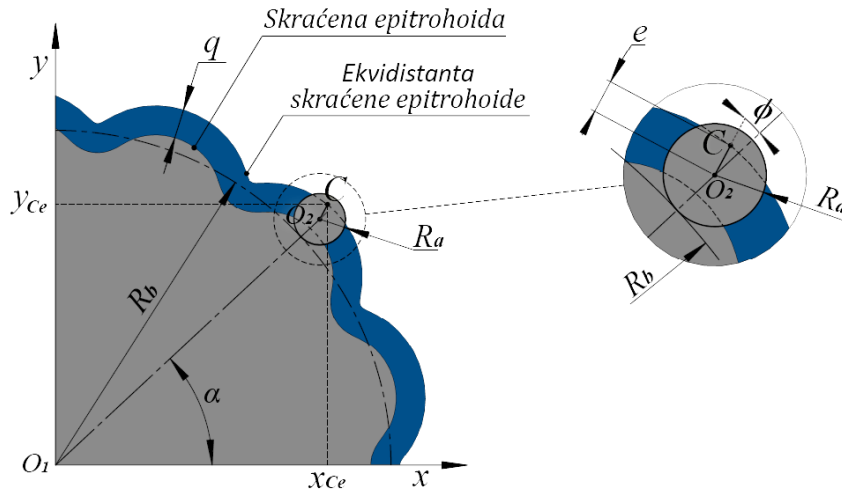
3.1 Profil zupca i geometrija ciklozupčanika

Vitalni element cikloreduktora svakako je zupčanik sa cikloidnim ozubljenjem koji se najčešće naziva ciklozupčanik. Za generisanje profila zupca ciklozupčanika koristi se kriva linija koja se naziva trohoida i pripada krivim linijama iz familije cikloida. Trohoida predstavlja krivu liniju koju generiše tačka C vezana za kotrljajuću kružnicu na udaljenosti e (mm) od centra pomenute kružnice, pri njenom kotrljanju bez klizanja po obimu osnovne kružnice [77]. U zavisnosti od toga da li se kotrljajuća kružnica kotrlja sa spoljašnje ili sa unutrašnje strane postoje epitrohoide i hipotrohoide. Ukoliko je rastojanje e (mm) veće od poluprečnika kotrljajuće kružnice R_a (mm), trohoida je produžena, dok je u suprotnom skraćena. Za generisanje profila zupca ciklozupčanika najčešće se koristi ekvidistanta skraćene epitrohoide. Na slici 3.1 prikazana je način generisanja ove krive linije.

Skraćena epitrohoida može se opisati jednačinama x_{ce} (mm) i y_{ce} (mm) [77]:

$$\begin{aligned} x_{ce} &= (R_a + R_b) \cdot \cos(\alpha) + e \cdot \cos(\alpha + \beta) \\ y_{ce} &= (R_a + R_b) \cdot \sin(\alpha) + e \cdot \sin(\alpha + \beta) \end{aligned} \quad (3.1)$$

gde su: R_a – poluprečnik kotrljajuće kružnice (mm); R_b – poluprečnik osnovne (nepokretne) kružnice (mm); e – rastojanje tačke koja opisuje skraćenu epitrohoidu od centra kotrljajuće kružnice – veličina ekscentriciteta (mm); α – ugao zaokretanja prave O_1O_2 koja prolazi kroz trenutnu tačku dodira osnovne i kotrljajuće kružnice u odnosu na njen početni položaj, $\alpha = 0 \div 2\pi$ (°); β – ugao zaokretanja kotrljajuće kružnice (°).



Slika 3.1 Generisanje skraćene i ekvidistante skraćene epitrohoide

Ako se u jednačini (3.1) zameni da je $\beta = (R_b/R_a) \cdot \alpha$ [77], dobija se:

$$\begin{aligned} x_{ce} &= (R_a + R_b) \cdot \cos(\alpha) + e \cdot \cos \left[\left(\frac{R_b + R_a}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] \\ y_{ce} &= (R_a + R_b) \cdot \sin(\alpha) + e \cdot \sin \left[\left(\frac{R_b + R_a}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Ekvidistanta skraćene epitrohoide (slika 3.1) predstavlja novu krivu koja u svim svojim tačkama ima jednako rastojanje od skraćene epitrohoide za $-q \cdot \cos(\alpha - \phi)$ po x – osi i za $-q \cdot \sin(\alpha - \phi)$ po y – osi. Ekvidistanta skraćene epitrohoide može se opisati jednačinama x_{ce} (mm) i y_{ce} (mm) [78]:

$$\begin{aligned} x_{ce} &= (R_a + R_b) \cdot \cos(\alpha) + e \cdot \cos \left[\left(\frac{R_b + R_a}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] - q \cdot \cos(\alpha - \phi) \\ y_{ce} &= (R_a + R_b) \cdot \sin(\alpha) + e \cdot \sin \left[\left(\frac{R_b + R_a}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] - q \cdot \sin(\alpha - \phi) \end{aligned} \quad (3.3)$$

gde su: q – ekvidistantno rastojanje koje je ekvivalentno poluprečniku centralnih valjaka (mm); ϕ – pomoćni ugao (°).

Pri izračunavanju pomoćnog ugla ϕ (°) treba imati u vidu da je [78]:

$$\phi = \arctg \left[\frac{\sin \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right]}{\cos \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] - \frac{e}{R_a}} \right] \quad \text{ako je: } \cos \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] - \frac{e}{R_a} \geq 0 \text{ i } \sin \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] \geq 0 \quad (3.4)$$

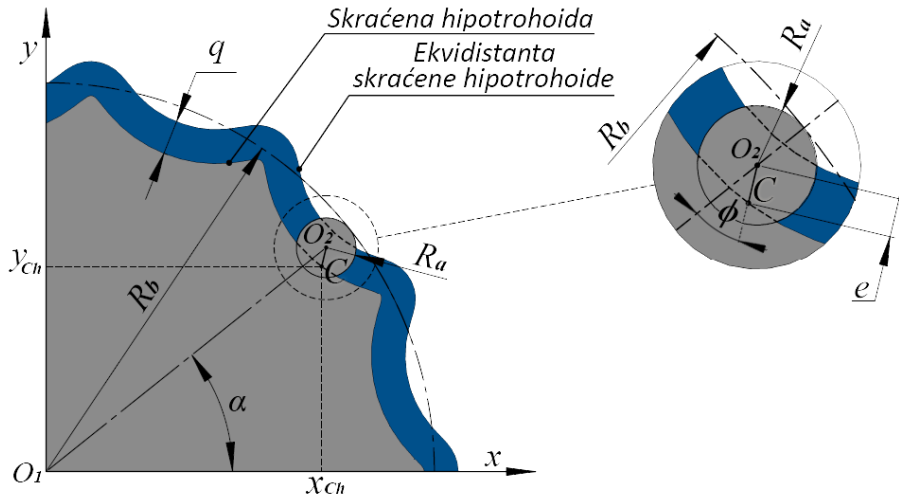
$$\phi = 180^\circ + \arctg \left[\frac{\sin \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right]}{\cos \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] - \frac{e}{R_a}} \right] \quad \text{ako je: } \cos \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] - \frac{e}{R_a} < 0 \quad (3.5)$$

$$\phi = 360^\circ + \arctg \left[\frac{\sin \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right]}{\cos \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] - \frac{e}{R_a}} \right] \quad \text{ako je: } \cos \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] - \frac{e}{R_a} \geq 0 \text{ i } \sin \left[\left(\frac{R_b}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] < 0 \quad (3.6)$$

Pored dominantne ekvidistante skraćene epitrohoide, u oblasti cikloreduktora koristi se i ekvidistanta skraćene hipotrohoide.

Skraćena hipotrohoida, prikazana na slici 3.2., može se opisati jednačinama x_{ch} (mm) i y_{ch} (mm) [77]:

$$\begin{aligned} x_{ch} &= (R_b - R_a) \cdot \cos(\alpha) + e \cdot \cos(\beta - \alpha) \\ y_{ch} &= (R_b - R_a) \cdot \sin(\alpha) - e \cdot \sin(\beta - \alpha) \end{aligned} \quad (3.7)$$



Slika 3.2 Generisanje skraćene i ekvidistante skraćene hipotrohoide

Ako se u jednačini (3.7) zameni da je $\beta = (R_b/R_a) \cdot \alpha$ [77], dobija se sledeći oblik:

$$\begin{aligned} x_{ch} &= (R_b - R_a) \cdot \cos(\alpha) + e \cdot \cos \left[\left(\frac{R_b - R_a}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] \\ y_{ch} &= (R_b - R_a) \cdot \sin(\alpha) - e \cdot \sin \left[\left(\frac{R_b - R_a}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] \end{aligned} \quad (3.8)$$

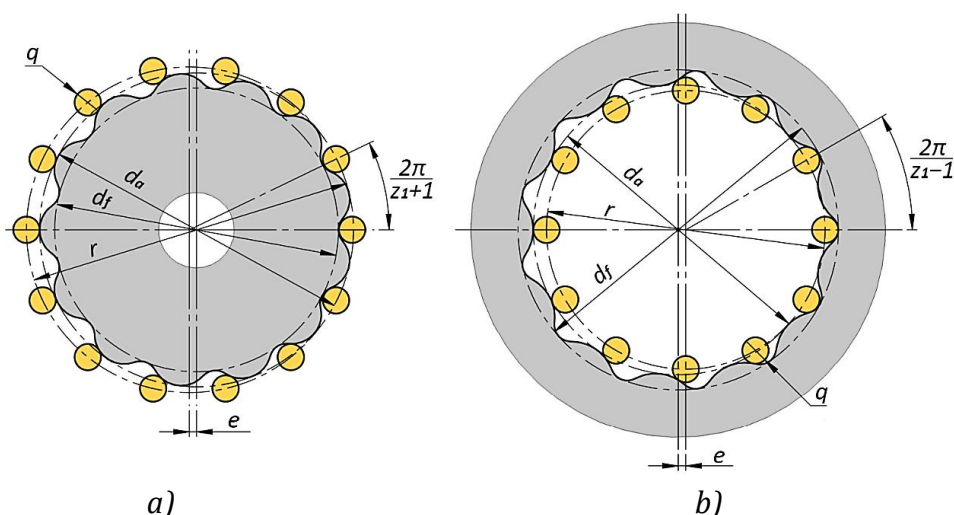
Ekvidistanta skraćene hipotrohoide (slika 3.2) predstavlja novu krivu liniju koja u svim svojim tačkama ima jednako rastojanje od skraćene hipotrohoide za $+q \cdot \cos(\alpha - \phi)$ po x - osi, i za $+q \cdot \sin(\alpha - \phi)$ po y - osi. Ekvidistanta skraćene hipotrohoide može se opisati jednačinama x_{Ch} (mm) i y_{Ch} (mm) [4] [5]:

$$\begin{aligned} x_{Ch} &= (R_b - R_a) \cdot \cos(\alpha) + e \cdot \cos \left[\left(\frac{R_b - R_a}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] + q \cdot \cos(\alpha - \phi) \\ y_{Ch} &= (R_b - R_a) \cdot \sin(\alpha) - e \cdot \sin \left[\left(\frac{R_b - R_a}{R_a} \right) \cdot \alpha \right] + q \cdot \sin(\alpha - \phi) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Pored jednačina profila zupca, pri konstruisanju ciklozupčanika se koriste i druge geometrijske veličine (slika 3.3) čiji su izrazi dati u tabeli 3.1 [28,79-81].

Tabela 3.1 Izrazi za izračunavanje osnovnih geometrijskih veličina ciklozupčanika

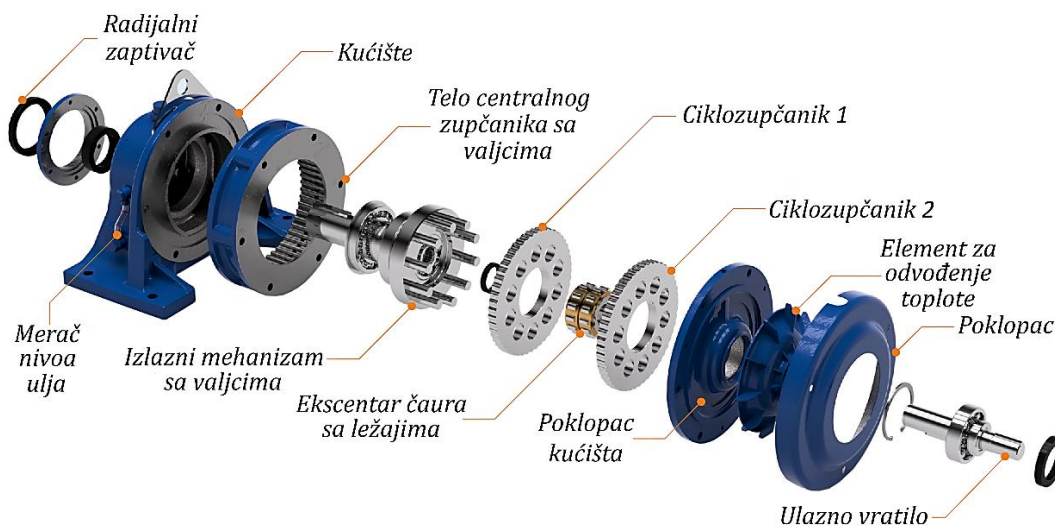
Veličina	Epicikloidni ciklozupčanik	Hipocikloidni ciklozupčanik
Podeoni poluprečnik centralnog zupčanika	$r = R_b + R_a$	$r = R_b - R_a$
Poluprečnik kotrljajuće kružnice	$R_a = \frac{r}{z_1 + 1}$	$R_a = \frac{r}{z_1 - 1}$
Poluprečnik osnovne kružnice	$R_b = R_a \cdot z_1$	
Broj zubaca	$z_1 = u_{CR} $	$z_1 = u_{CR} + 1$
Broj centralnih valjaka	$z_2 = z_1 + 1$	$z_2 = z_1 - 1$
Veličina ekscentriciteta	$e = \frac{r \cdot (1 - \xi)}{u_{CR} + 1}$	$e = \frac{r \cdot (1 - \xi)}{u_{CR} - 1}$
Koeficijent korigovanja profila zupca	$\xi = 0,15 \div 0,5$	
Poluprečnik nepokretne kružnice	$r_1 = z_1 \cdot e$	
Poluprečnik pokretne kružnice	$r_2 = z_2 \cdot e$	
Prečnik temene kružnice ciklozupčanika	$d_a = 2 \cdot (r + e - q)$	$d_a = 2 \cdot (r - e + q)$
Prečnik podnožne kružnice ciklozupčanika	$d_f = 2 \cdot (r - e - q)$	$d_f = 2 \cdot (r + e + q)$
Poluprečnik centralnog valjka	$q > 0,08 \cdot r$	



Slika 3.3 Osnovne geometrijske veličine ciklozupčanika sa: a) epicikloidnim ozubljenjem; b) hipocikloidnim ozubljenjem

3.2 Cikloreduktori koncepcije K-H-V

Cikloreduktori *K-H-V* koncepcije predstavljaju klasične i prve cikloreduktore koji se najčešće izvedu kao jednostepeni ili dvostepeni. Njihovo korišćenje predložio je nemački inženjer Lorenc Braren [17] 1926. godine. Izgled rastavljenog sklopa jednostepenog cikloreduktora, koncepcije *K-H-V*, prikazan je na slici 3.4.



Slika 3.4 Rastavljeni sklop jednostepenog *K-H-V* cikloreduktora [7]

Ovo konceptijsko rešenje cikloreduktora se sastoji od ulaznog vratila sa ekscentar čaurom H , centralnog zupčanika u čije telo su umetnuti cilindrični valjci K (u daljem tekstu centralni valjci), ciklozupčanika i izlaznog mehanizma sa vratilom V koji ograničava okretanje ciklozupčanika.

Prilikom obrtanja ulaznog vratila, ciklozupčanik vrši složeno kretanje (ekscentrično i obrtno) i okreće se u suprotnom smeru od ulaznog vratila. Ovo kretanje, prenosi se na valjke izlaznog mehanizma (u daljem tekstu izlazni valjci) koji prolaze kroz kružne otvore u ciklozupčanicima, pri čemu je nosač izlaznih valjaka čvrsto povezan sa izlaznim vratilom.

U jednom cikloreduktoru, po jednom stepenu prenosa, najčešće se koriste 2 ciklozupčanika, međusobno zaokrenuta za ugao 180° .

Prenosni odnos jednostepenih $K-H-V$ cikloreduktora $u_{KHV}^{(K)}$ (-) kreće se u intervalu od 3 do 119 [7], a može se odrediti i na osnovu izraza gde gornji indeks označava koji je član nepokretan [9]:

$$u_{KHV}^{(K)} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1} \quad (3.10)$$

gde su: z_1 – broj zubaca ciklozupčanika (-); z_2 – broj centralnih valjaka (-).

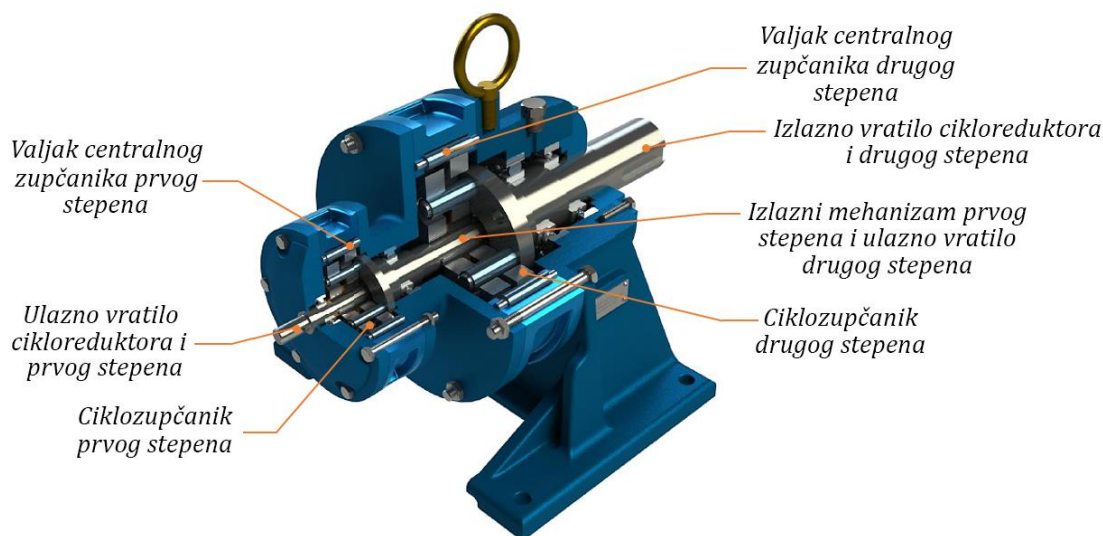
Kod izraza (3.10) prenosni odnos je negativan (-) jer se ulazno vratilo okreće u suprotnom smeru od izlaznog vratila.

Dvostepeni $K-H-V$ cikloreduktori se formiraju uzastopnim spajanjem dva jednostepena cikloreduktora, pri čemu su izlazno vratilo prvog stepena prenosa V_I i ulazno vratilo drugog stepena prenosa H_{II} čvrsto povezani (slika 3.5). Kao rezultat toga, smer obrtanja ulaznog i izlaznog vratila cikloreduktora je isti, a svako konceptijsko rešenje dvostepenog $K-H-V$ cikloreduktora ukupno ima četiri ciklozupčanika i dva izlazna mehanizma.

Prenosni odnos dvostepenih $K-H-V$ cikloreduktora u_{KHV} (-) se kreće u intervalu od 104 do 731 [7]. Teorijski, moguće je ostvariti prenosni odnos čak i do 14161. Međutim, u praktičnoj primeni ovakva rešenja nisu prisutna jer je potreba za tako velikim prenosnim odnosima dosta retka, a njihova izrada bi bila veoma skupa [40]. Vrednost prenosnog odnosa u_{KHV} (-) može se odrediti i na osnovu izraza:

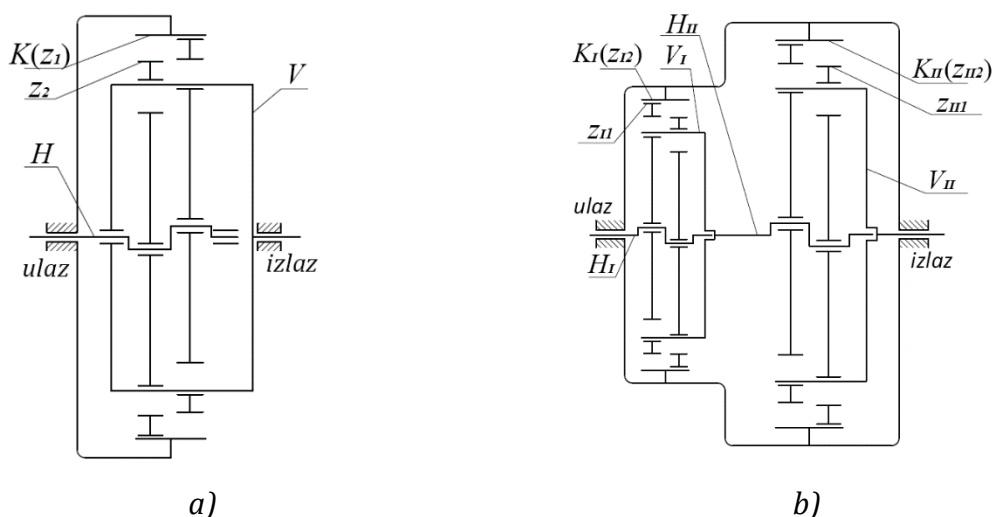
$$u_{KHV} = u_{KHV}^I \cdot u_{KHV}^{II} \quad (3.11)$$

gde su: u_{KHV}^I – prenosni odnos prvog stepena prenosa (-); u_{KHV}^{II} – prenosni odnos drugog stepena prenosa (-).



Slika 3.5 Presek dvostepenog $K-H-V$ cikloreduktora

Kinematske šeme za opisane $K-H-V$ cikloreduktore prikazane su na slici 3.6.

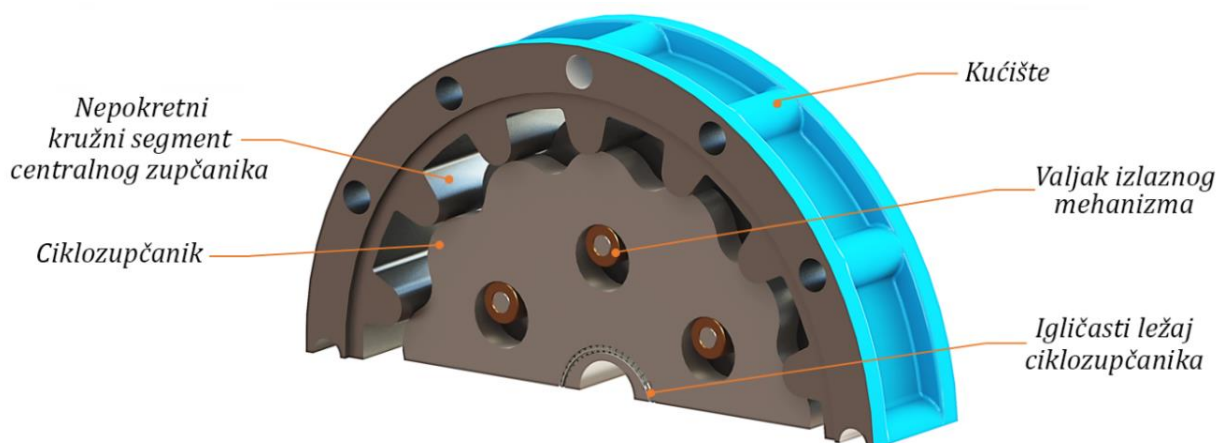


Slika 3.6 Kinematska šema K-H-V cikloreduktora: a) jednostepenog; b) dvostepenog

Instalacija prikazanih konceptijskih rešenja jednostepenih i dvostepenih K-H-V cikloreduktora moguća je sa motorima snage od 0,12 kW do 55 kW. Vrednost stepena iskorišćenja pri nominalnom opterećenju kreće se do 95% za jednostepene i do 85% za dvostepene cikloreduktore [7].

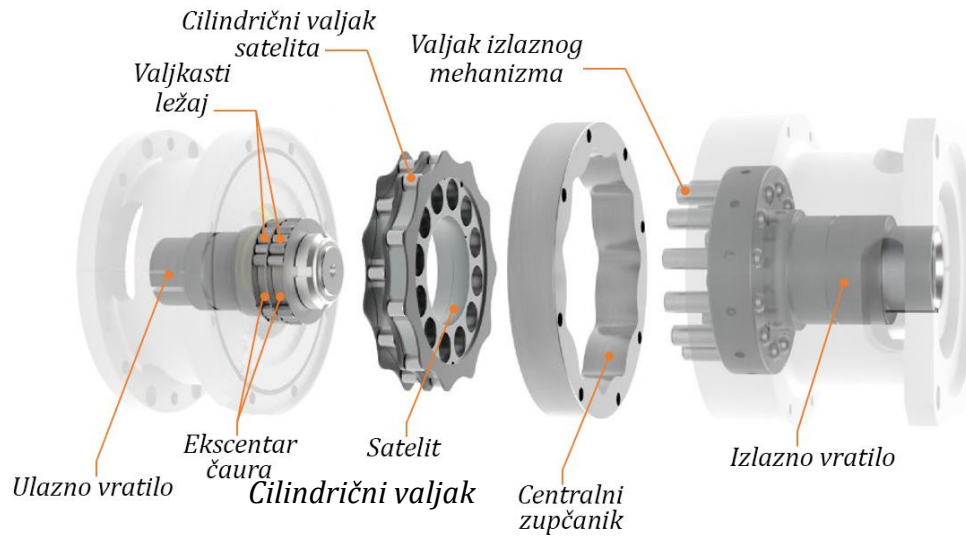
Najpoznatiji proizvođači ovog konceptijskog rešenja cikloreduktora su *Sumitomo* (Japan), *Transcyko* (Tajvan), *Nidec-Shimpo* (Japan), *Fixed star* (Kina) i *AVVI* (Rusija).

Pošto se na centralnim valjcima usled okretanja ciklozupčanika javljaju vibracije zbog udara zubaca u njih, kao i zbog kliznog kontakta između osovinica i valjaka u kome se ne može razviti adekvatni uljni film za podmazivanje, Hvang (eng. *Hwang*) i Šiej (eng. *Hsieh*) [56] su predložili da se umesto obrtnih centralnih valjaka koriste nepokretni kružni segmenti koji se izrađuju izjedna sa kućištem, tzv. *non-pin wheel* koncepcija (slika 3.7). Na taj način je trenje kotrljanja između zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka zamenjeno trenjem klizanja između zubaca ciklozupčanika i nepokretnih kružnih segmenata centralnog zupčanika. Međutim, nedostatak ovog konceptijskog rešenja je što su kontaktne naponi na bokovima zubaca ciklozupčanika veći nego u slučaju klasične koncepcije, a najznačajnije prednosti su: manja udarna opterećenja, manji prazan hod, manja buka i vibracije [82].



Slika 3.7 Jednostepeni K-H-V cikloreduktor sa nepokretnim kružnim segmentima tzv. *non-pin wheel* koncepcija

Još jedan tip $K-H-V$ cikloreduktora razvila je kompanija CDS (Italija) u saradnji sa Politehničkim univerzitetom u Milanu (slika 3.8) [83].



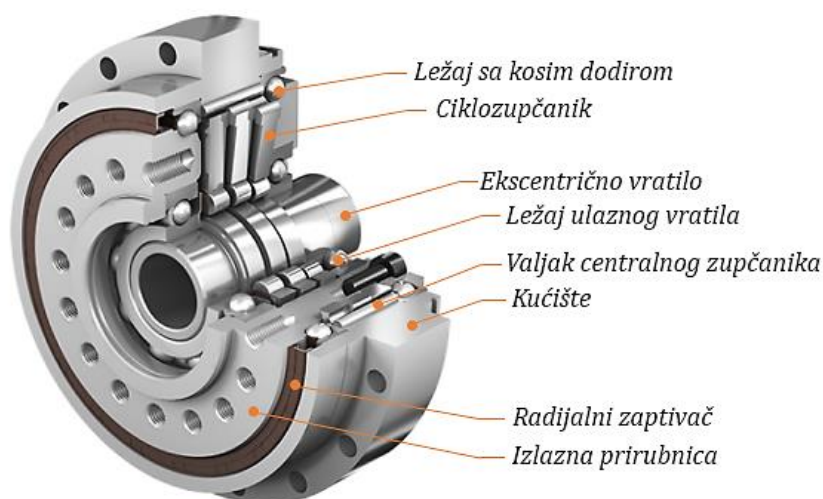
Slika 3.8 Rastavljeni sklop jednostepenog $K-H-V$ cikloreduktora sa hipocikloidnim centralnim zupčanicom [83]

Za razliku od svih dosadašnjih konceptijskih rešenja kod kojih se za nepokretni centralni zupčanik koristi zupčanik sa umetnutim cilindričnim valjcima, kod ove $K-H-V$ koncepcije koristi se ciklozupčanik čiji je profil zubaca ekvidistanta skraćene hipotrohoide. Cilindrični valjci su sada postavljeni u kružne žlebove satelita koji vrše složeno kretanje. Na taj način, značajno je smanjeno kontaktno naprezanje i stepen habanja u kontaktu cilindričnih valjaka i centralnog zupčanika sa hipocikloidnim ozubljenjem. Pored navedenog, još jedna specifičnost ovakvog izvođenja $K-H-V$ cikloreduktora je da se ulazno i izlazno vratilo okreću u istom smeru. Kao posledica toga dolazi do smanjenja relativne brzine između kotrljajnih tela valjkastog ležaja i satelita, što pozitivno utiče na smanjenje gubitaka mehaničke energije [42].

Prenosni odnos $u_{KHV}^{(K)}$ (-), ovakvog izvođenja $K-H-V$ cikloreduktora kreće se u intervalu od 6 do 72, a može se odrediti i na osnovu izraza:

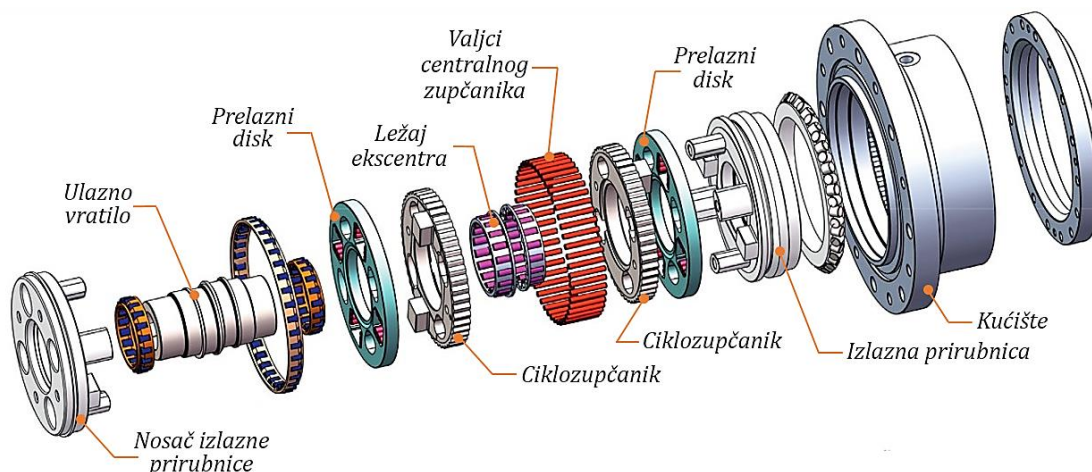
$$u_{KHV}^{(K)} = \frac{z_2}{z_2 - z_1} \quad (3.12)$$

Pošto se sa razvojem nauke i tehnologije zahtevi za tačnošću u svim granama industrije neprestano povećavaju, kompanija *Sumitomo* (Japan) je razvila novu koncepciju (*fine cyclo*) kod koje se umesto dva ciklozupčanika za jedan stepen prenosa, sada koriste tri ciklozupčanika međusobno zaokrenuta za ugao od 120° (slika 3.9) [14]. Zahvaljujući ovakvom konstrukcionom izvođenju, svaki centralni valjak uvek je istovremeno u kontaktu sa dva ciklozupčanika, pa pošto nema mehaničkog klizanja pri prelasku sa jednog ciklozupčanika na drugi, potpuno je odsutan prazan hod pri pokretanju i zaustavljanju. Zbog toga je ovo konstrukciono rešenje izuzetno pogodno za uređaje kod kojih je prisutna česta promena smera obrtanja i gde se zahteva velika tačnost.



Slika 3.9 Presek jednostepenog K-H-V cikloreduktora sa 3 ciklozupčanicima – Fine cyclo koncepcija [14]

Nedavno je predloženo još jedno konceptijsko rešenje K-H-V cikloreduktora (slika 3.10), koje je u stručnoj literaturi poznato pod nazivom CBR (eng. *China Bearing Reducer*) [62,84]. Glavna prednost ovog konceptijskog rešenja u odnosu na druga je kompaktnija struktura pa je posebno pogodno za zglobove industrijskih robota kod kojih postoje prostorna ograničenja. Osim toga, kod ovog tipa cikloreduktora povećana je i preciznost tako što je tradicionalni izlazni mehanizam sa valjcima zamenjen prelaznim diskovima koji su ožlebljeni zajedno sa ciklozupčanicima.

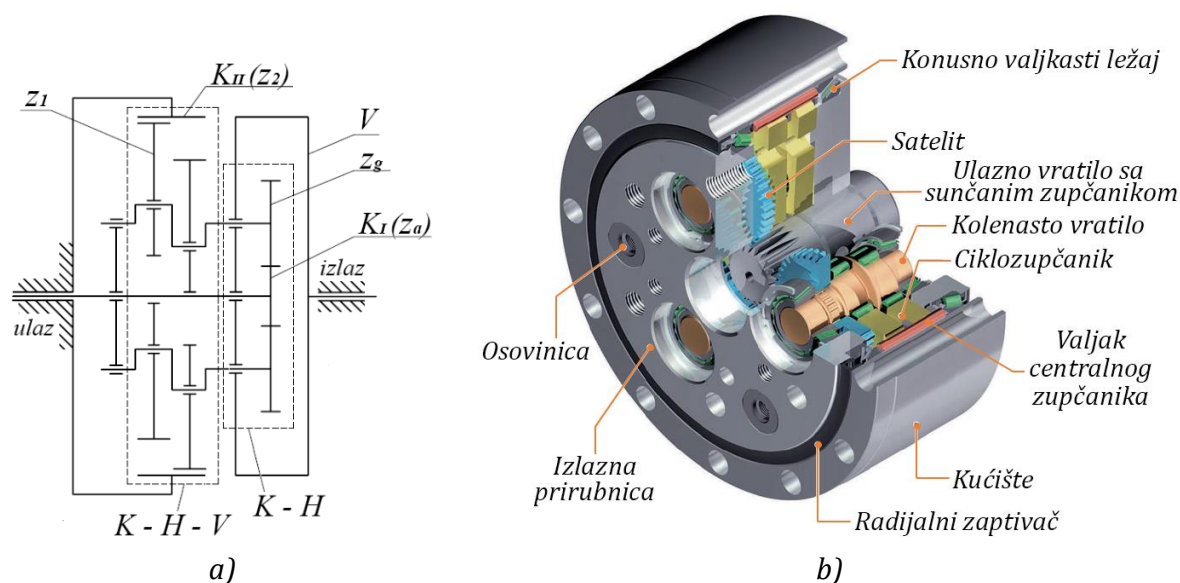


Slika 3.10 Rastavljeni sklop CBR cikloreduktora [84]

3.3 Cikloreduktori koncepcije 2K-V

Koncept RV (eng. *Rotate Vector*) cikloreduktora koji pripadaju grupi 2K-V reduktora, razvila je kompanija *Teijin Seikico* 1985. godine sa ciljem povećanja torzione krutosti dotadašnjih reduktora za industrijske robote. Tokom 2003. godine kompanija *Teijin Seikico* se udružila sa kompanijom *NABCO* i zajedno su formirali *Nabtesco* korporaciju [85].

RV cikloreduktori su dvostepeni reduktori koji se formiraju uzastopnim vezivanjem reduktora tipa K-H i K-H-V pri čemu je nosač H prvog stepena prenosa istovremeno i izlazni mehanizam V drugog stepena (slika 3.11) [86].



Slika 3.11 RV cikloreduktor: a) kinematska šema; b) presek sklopa [85]

Prvi stepen prenosa (planetarni) čine centralni sunčani zupčaničnik sa evolventnim ozubljenjem $K_I(z_a)$ i tri satelita z_g međusobno raspoređena pog uglo od 120° . Obrtno kretanje sa satelita se prenosi na ekscentrična (kolenasta) vratila drugog stepena prenosa koja izazivaju složeno kretanje dva ciklozupčaničnika međusobno zaokrenuta za ugao od 180° . Ciklozupčaničnici se dalje sprežu sa valjcima centralnog zupčaničnika $K_{II}(z_2)$ koji su raspoređeni po obodu kućišta, pri čemu se ciklozupčaničnici okreću u suprotnom smeru od smera obrtanja kolenastih vratila [20]. Time se ostvaruje drugi stepen prenosa (cikloidni), a izlazni mehanizam se najčešće izvodi sa prirubnicom kao što je prikazano na slici 3.11.b.

Prenosni odnos $u_{2KV}^{(K_{II})}$ (-) ovog $2K-V$ cikloreduktora kreće se u intervalu od 41 do 203,5 [85], a može se odrediti i na osnovu izraza gde gornji indeks označava koji je član nepokretan [87]:

$$u_{2KV}^{(K_{II})} = 1 + \frac{z_g}{z_a} \cdot z_2 \quad (3.13)$$

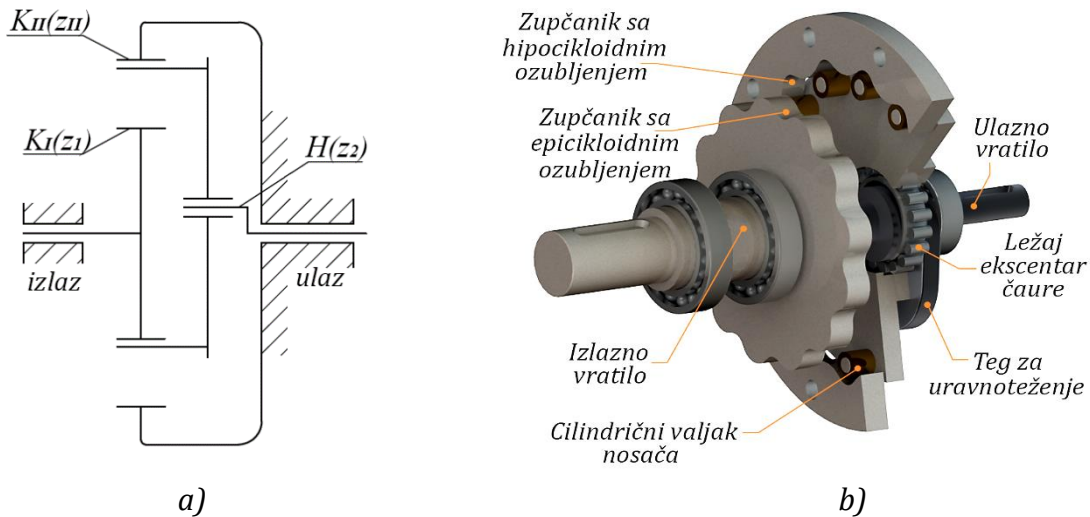
gde su: z_a – broj zubaca centralnog sunčanog zupčaničnika (-); z_g – broj zubaca satelita (-).

Ova konceptijska rešenja cikloreduktora se koriste za pogonske snage od 0,55 kW pa sve do 15,7 kW. Vrednost stepena iskorišćenja pri nominalnom opterećenju dostiže vrednost do 90% [18].

Najpoznatiji proizvođači $2K-V$ cikloreduktora su Nabtesco (Japan), Spinea (Slovačka), Sumitomo (Japan), Transcyko (Tajvan).

3.4 Cikloreduktori koncepcije $2K-H$

Koncept jednostepenog cikloreduktora, oznake $2K-H$, razvio je Luj Heišeng (eng. Lui Haisheng) [88] 1988. godine sa ciljem smanjenja aksijalnih dimenzija. Kinematska šema i izgled ovog tipa cikloreduktora prikazani su na slici 3.12.



Slika 3.12 Jednostepeni 2K-H cikloreduktor: a) kinematska šema; b) rastavljeni sklop

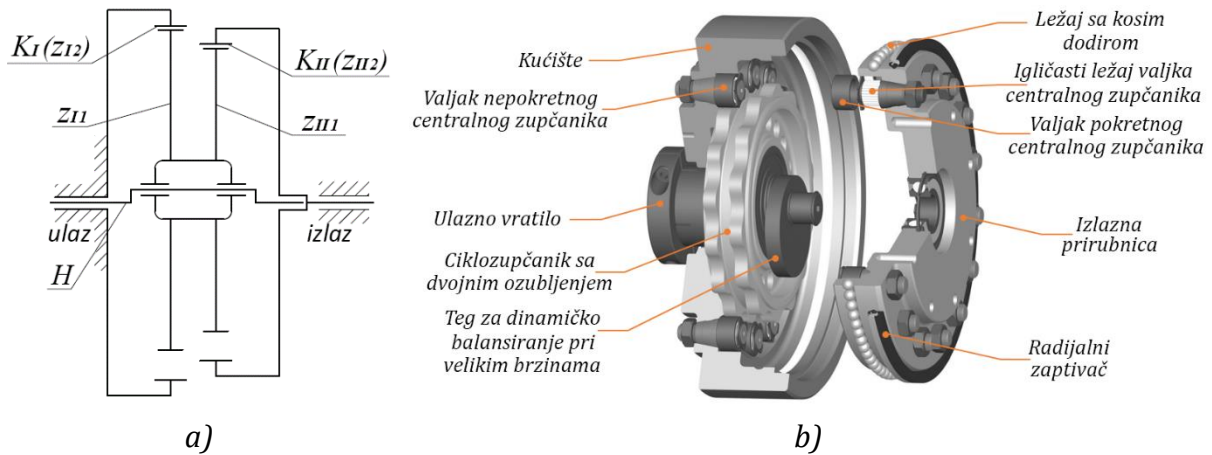
Za razliku od svih dosadašnjih konceptijskih rešenja kod kojih valjci formiraju centralni zupčanik, kod ove 2K-H koncepcije valjci su smešteni na osovinice nosača $H(z_2)$ koga pogoni ekscentar ulaznog vratila, a neophodno uravnoteženje ulaznog vratila ostvaruje se posebnim tegom koji se okreće zajedno sa vratilom. Dalje specifičnosti ovog konceptijskog rešenja su da sadrži dva centralna zupčanika, prvi je pokretni zupčanik sa epicikloidnim ozubljenjem $K_I(z_I)$ koji se izrađuje izjedna sa izlaznim vratilom, a drugi je nepokretni zupčanik sa hipocikloidnim ozubljenjem $K_{II}(z_{II})$. Time je eliminisan tradicionalni izlazni mehanizam koji predstavlja jedan od najvećih izvora gubitaka mehaničke energije. Razlika broja zubaca između epicikloidnog $K_I(z_I)$ i hipocikloidnog zupčanika $K_{II}(z_{II})$ iznosi 2, pa se prenosni odnos cikloreduktora $u_{2KH}^{(K_I)}$ (-) može odrediti prema izrazu:

$$u_{2KH}^{(K_I)} = \frac{1}{1 - \frac{z_{II}}{z_I}} = -\frac{z_I}{2} \quad (3.14)$$

Negativni predznak predstavlja suprotni smer okretanja izlaznog vratila u odnosu na ulazno vratilo.

Koncept dvostepenog cikloreduktora, oznake 2K-H, razvio je Pieret (eng. *Pierrat*) 1983. godine [89]. Za razliku od svih dosadašnjih konceptijskih rešenja kod kojih se koriste po dva ili tri ciklozupčanika međusobno zaokrenuta za ugao od 180° ili 120° , kod ovog 2K-H konceptijskog rešenja koristi se jedan ciklozupčanik sa dvojnim ozubljenjem i dva centralna zupčanika sa cilindričnim valjcima (2K) [89]. Time je napravljen ogroman napredak sa aspekta geometrijskih karakteristika i težine cikloreduktora, jer ovo konceptijsko rešenje omogućava značajnu uštedu prostora potrebnog za ugradnju dvostepenog reduktora.

Prilikom obrtanja ulaznog vratila H , jedan red zubaca ciklozupčanika se kotrlja po nepokretnom centralnom zupčaniku $K_I(z_{I2})$, čiji su valjci raspoređeni po obodu nepomičnog kućišta. Istovremeno, drugi red zubaca ciklozupčanika spreže se sa pokretnim centralnim zupčanicom $K_{II}(z_{II2})$, odnosno valjcima raspoređenim po obodu izlazne prirubnice, koja se na taj način dovodi u obrtno kretanje (slika 3.13).



Slika 3.13 Dvostepeni 2K-H cikloreduktor: a) kinematska šema; b) rastavljeni sklop [90]

Kako bi se eliminisale vibracije koje nastaju složenim kretanjem ciklozupčanika postavljenog na ekscenar čauri, Pieret je dizajnirao tegove za dinamičko balansiranje koji se okreću zajedno sa ulaznim vratilom. Međutim, primenom ovog rešenja jeste rešen problem sa vibracijama, ali je došlo do značajnog povećanja inercijalnih sila.

Najpoznatiji proizvođači 2K-H cikloreduktora je *Onvio* (SAD). Prenosni odnos $u_{2KH}^{(K_1)}$ (-) njihovih 2K-H cikloreduktora nazvanih *Dojen*, kreće se u intervalu od 9 do 225 [90]. Može se odrediti i na osnovu izraza (3.15), pri čemu razlika između broja valjaka pokretnog centralnog zupčanika na izlaznoj prirubnici z_{II2} (-) i broja valjaka nepokretnog centralnog zupčanika na ulazu z_{I2} (-) može biti veća od jedinice [90].

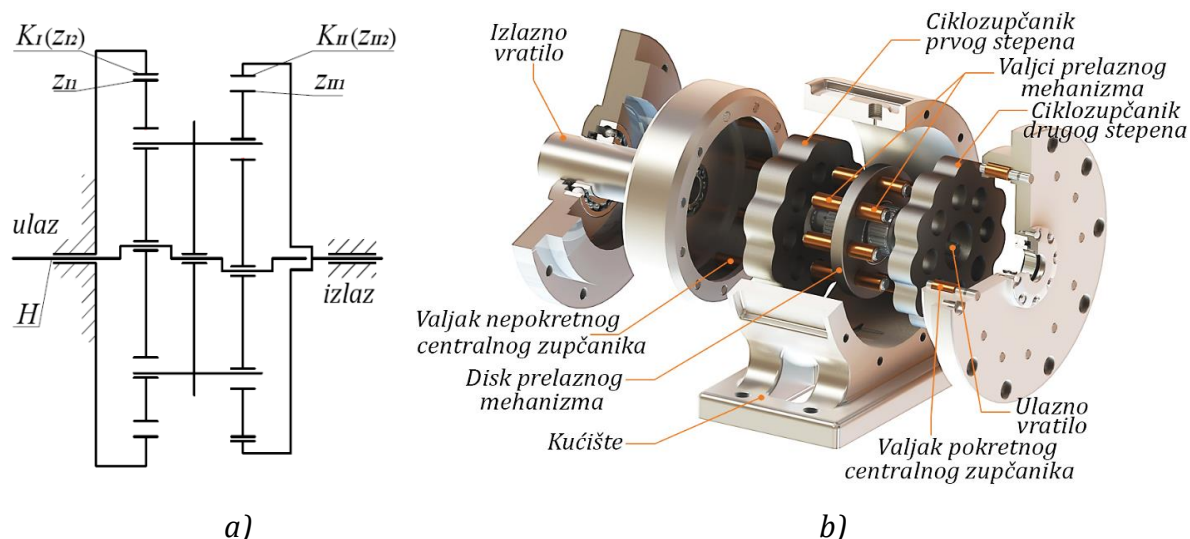
$$u_{2KH}^{(K_1)} = \frac{(z_{II2} - 1) \cdot z_{I2}}{(z_{II2} - z_{I2})} \quad (3.15)$$

Ovo konceptijsko rešenje cikloreduktora se koristi za nominalne snage od 0,18 kW pa sve do 15 kW, sa ulaznim brojem obrtaja od 1500 min^{-1} do 8000 min^{-1} , a vrednost stepena iskorišćenja pri nominalnom opterećenju se kreće do 85% [90].

Kako bi mogli da prihvate veoma velika kratkotrajna preopterećenja čak i do četiri puta, a da pri tome ne pretrpe nikakva oštećenja, kao i zbog minimiziranja zazora, između osovinica i valjaka centralnog zupčanika se nalaze igličasti ležaji.

Pošto je izrada ciklozupčanika sa dvojnim ozubljenjem veoma zahtevna jer se ne mogu sve operacije izvršiti u jednom stezanju, Blagojević [28] je predložio još jedno konceptijsko rešenje 2K-H cikloreduktora (slika 3.14) kod koga se koristi, jedan ciklozupčanik po jednom stepenu prenosa, pri čemu je zupčanik drugog stepena prenosa zaokrenut za ugao od 180° u odnosu na zupčanik prvog stepena. Time je omogućena značajna ušteda u materijalu u odnosu na klasično konceptijsko rešenje 2K-H cikloreduktora, pa se proizvodnja ciklozupčanika vrši istim tehnološkim procesima kao i kod prethodno opisanih koncepcija.

Da bi se ostvarila povezanost između prvog i drugog stepena prenosa, Blagojević [28] je dizajnirao prelazni mehanizam čiji je disk slobodnoobrtan oko ose vratila i sadrži valjke koji prolaze kroz otvore oba ciklozupčanika. Usled ovakve međusobne veze, oba ciklozupčanika imaju jednake ugaone brzine, pa rezultujuće kretanje i obrtni moment sada prihvataju centralni valjci drugog stepena prenosa koji su čvrsto povezani sa izlaznim vratilom.



Slika 3.14 Blagojevićev dvostepeni 2K-H cikloreduktor: a) kinematska šema; b) rastavljeni sklop

Prenosni odnos Blagojevićevog 2K-H cikloreduktora $u_{2KH}^{(K_I)}$ (-) može se odrediti prema izrazu [28]:

$$u_{2KH}^{(K_I)} = z_{I1} \cdot z_{II2} \quad (3.16)$$

gde su: z_{I1} – broj zubaca ciklozupčanika prvog stepena prenosa (-); z_{II2} – broj centralnih valjaka drugog stepena prenosa (broj valjaka pokretnog centralnog zupčanika) (-).

3.5 Cikloreduktori koncepcije 3K

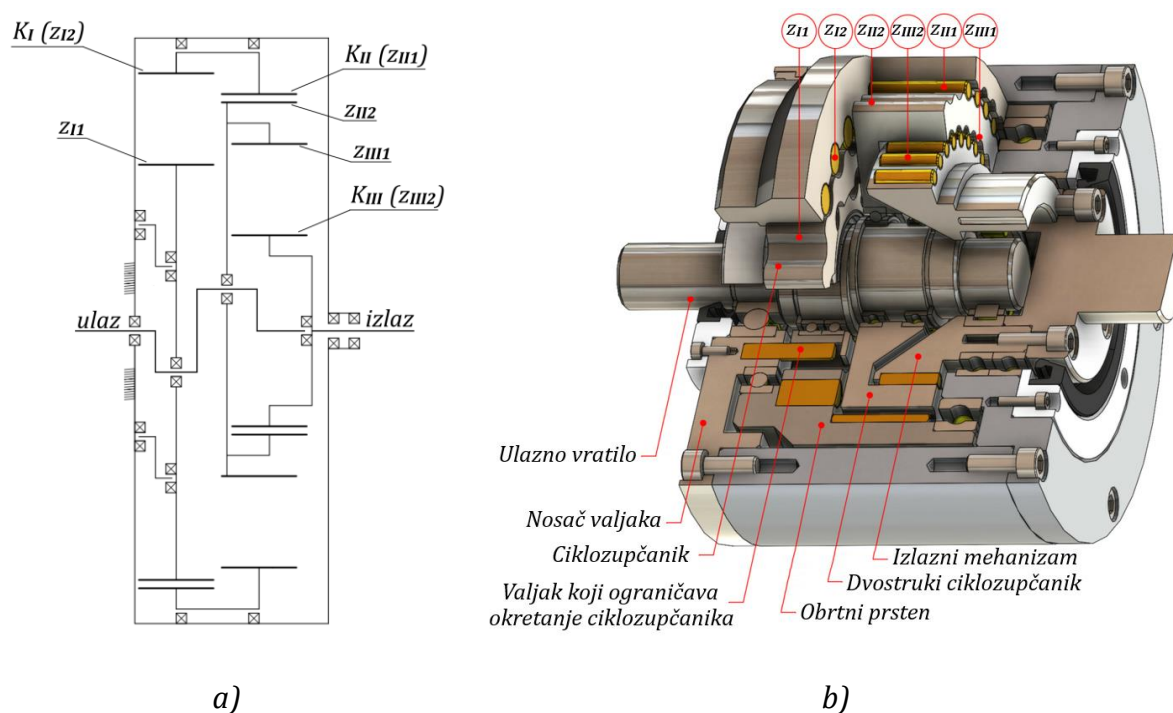
Budući da dvostepeni cikloreduktori koncepcije 2K-V i 2K-H imaju prenosni odnos u opsegu 9 – 225, to znači da se za veće prenosne odnose moraju koristiti klasični dvostepeni cikloreduktori koncepcije K-H-V. S obzirom da je njihova primena na mestima sa prostornim ograničenjima gotovo nemoguća, Lorenzo Maconi (itl. *Lorenzo Maccioni*) [63] je predložio novi koncept cikloreduktora, koji je nazvao *Nested*. Reč je o trostepenom cikloreduktoru koji pri velikim prenosnim odnosima ima kompaktniju konstrukciju od klasične K-H-V koncepcije.

Za razliku od svih dosadašnjih konceptijskih rešenja, *Nested* sadrži tri centralna zupčanika pa se iz tog razloga označava sa 3K. Valjci prvog i drugog centralnog zupčanika raspoređeni su po žlebovima obrtnog prstena, dok su valjci trećeg centralnog zupčanika raspoređeni po žlebovima izlaznog mehanizma. Još jedan razlog zašto je koncept ovog cikloreduktora poseban je dvostruki ciklozupčanic. Reč je o ciklozupčanicu koji sa spoljašnje strane ima zupce čiji je profil ekvidistanta skraćene epitrohoide, dok sa unutrašnje strane ima zupce čiji je profil ekvidistanta skraćene hipotrohoide.

Prvi stepen prenosa ostvaruje se između ulaznog zupčanika sa epicikloidnim ozubljenjem i jednog reda centralnih valjaka obrtnog prstena. Drugi stepen prenosa ostvaruje se između drugog reda centralnih valjaka obrtnog prstena i epicikloidnih zubaca dvostrukog ciklozupčanika. Treći stepen prenosa se realizuje između hipocikloidnih zubaca dvostrukog ciklozupčanika i centralnih valjaka izlaznog mehanizma. Ukupni prenosni odnos u_{3K} (-) može se odrediti prema izrazu [63]:

$$u_{3K} = u_{3K}^I \cdot u_{3K}^{II} \cdot u_{3K}^{III} = \frac{1}{\left(1 - \frac{Z_{I1}}{Z_{I2}} \cdot \frac{Z_{II1}}{Z_{II2}} \cdot \frac{Z_{III1}}{Z_{III2}}\right)} \quad (3.17)$$

gde su: u_{3K}^I – prenosni odnos prvog stepena prenosa (-); u_{3K}^{II} – prenosni odnos drugog stepena prenosa (-); u_{3K}^{III} – prenosni odnos trećeg stepena prenosa (-); z_{I1} – broj zubaca ciklozupčanika (-); z_{I2} – broj centralnih valjaka prvog stepena prenosa (-); z_{II1} – broj centralnih valjaka drugog stepena prenosa (-); z_{II2} – broj epicikloidnih zubaca dvostrukog ciklozupčanika (-); z_{III1} – broj hipocikloidnih zubaca dvostrukog ciklozupčanika (-); z_{III2} – broj centralnih valjaka trećeg stepena prenosa (-).



Slika 3.15 Trostepeni 3K cikloreduktor: a) kinematska šema; b) presek sklopa

3.6 Uporedna analiza konceptijskih rešenja cikloreduktora

I pored toga što je u svetskoj literaturi predložen veliki broj konceptijskih rešenja, u praktičnoj primeni ovaj broj je sveden na nekoliko realizovanih. U cilju njihovog međusobnog poređenja, iz kataloga renomiranih svetskih proizvođača selektovani su cikloreduktori sa približno istim prenosnim odnosima što je prikazano u tabeli 3.2.

K-H-V cikloreduktor - *Fine CYCLO* je u pogledu nominalnog obrtnog momenta i obrtnog momenta pri pokretanju i zaustavljanju pogonskog sistema daleko konkurentniji u odnosu na preostala dva tipa cikloreduktora. Međusobni odnos pomenutih karakteristika može se napisati u sledećem obliku: $RV : \textit{Fine CYCLO} : \textit{Dojen} = 2,3 : 7,3 : 0,5$. Sa druge strane, glavno ograničenje primene *K-H-V* cikloreduktora - *Fine CYCLO* ogleda se u ulaznom broju obrtaja, pa je sa tog aspekta najmanje konkurentan.

Sa aspekta stepena iskorišćenja, *K-H-V* cikloreduktor - *Fine CYCLO* i *2K-V* (RV) cikloreduktor su identični, dok *2K-H* cikloreduktor - *Dojen* ima značajno manji stepen iskorišćenja. Glavni razlog je broj kontakata u kojima se javlja trenje klizanja i kotrljanja.

U pogledu dimenzija kućišta, 2K-H cikloreduktor - *Dojen* i 2K-V (RV) cikloreduktor imaju skoro identične dimenzije, dok je kućište K-H-V cikloreduktora - *Fine CYCLO* relativno većih dimenzija. Glavni razlog je broj zubaca ciklozupčanika koji je ekvivalentan prenosnom odnosu po jednom stepenu prenosa.

Sa stanovišta sopstvene težine, 2K-V (RV) cikloreduktor je daleko konkurentniji u odnosu na preostala dva tipa cikloreduktora, između kojih je razlika sa ove tačke gledišta minimalna.

Sa aspekta tačnosti pozicioniranja, prednost ima 2K-H cikloreduktor - *Dojen*, dok je kod preostala dva tipa tačnost pozicioniranja gotovo identična.

Tabela 3.2 Uporedna analiza osnovnih karakteristika cikloreduktora renomiranih svetskih proizvođača

TEHNIČKE KARAKTERISTIKE	2K-V cikloreduktor NABTESCO (2018) RV-25N [85]	K-H-V cikloreduktor SUMITOMO (2017) Fine CYCLO F2C-A25 [14]	2K-H cikloreduktor ONVIO (2005) Dojen-M03 [90]
Prenosni odnos	1:108	1:119	1:105
Obrtni moment pri pokretanju i zaustavljanju/ Nominalni obrtni moment, (Nm)	612 / 245	1930 / 721	112 / 56
Max. ulazni broj obrtaja, (min ⁻¹)	10 000	4000	6000
Stepen iskorišćenja (pri nominalnom broju obrtaja i obrtnom momentu), (%)	86	87	75
Prazan hod, (arcmin)	< 1	< 1	0
Dimenzije kućišta, (mm)	Ø133 × L=62	Ø156 × L=70	Ø133 × L=58
Težina, (kg)	3,8	7,3	8,8

4. KONTAKTNA ANALIZA VITALNIH ELEMENATA CIKLOREDUKTORA

Budući da je pretvaranje mehaničke energije u toplotu lokalnog karaktera i da se javlja samo u zoni opterećenja kao posledica pojave trenja na kontaktnim površinama spregnutih elemenata, istraživanje termičke stabilnosti prvenstveno će obuhvatiti određivanje vrednosti stvarnih kontaktnih sila, uzimajući u obzir korigovanje profila zupca ciklozupčanika, kontaktne deformacije i unutrašnje zazore između elemenata cikloreduktora.

Posebna pažnja u okviru ovog poglavlja biće posvećena proučavanju kontaktnih površina i maksimalnog površinskog pritiska. Teorijska osnova za ovo istraživanje je klasična Hercova teorija kontakta koja se zasniva na elastično-statičkom kontaktu idealno glatkih površina.

Da bi se istražio uticaj maziva i površinskih neravnina na uslove ostvarivanja kontakta, u ovom poglavlju biće dat i prikaz osnovnih režima podmazivanja. Pri tome, biće prikazana funkcijska zavisnost koeficijenta trenja od debljine uljnog filma, načini kako se koeficijent trenja može smanjiti, kao i izrazi za određivanje debljine uljnog filma.

4.1 Određivanje kontaktnih sila

Prilikom transformacije parametara snage i kretanja u reduktoru, jedan deo mehaničke energije se gubi i pretvara u toplotu. Za jednostepene cikloredukture kod kojih se koriste dva ciklozupčanika, što je i najčešći slučaj, ukoliko se mehanički gubici zanemare ($\eta_{CR} \approx 1$), zavisnost između obrtnih momenata može se napisati u sledećem obliku [77,91-92]:

$$T_{ul} - 2T_2 + T_{iz} = 0 \quad (4.1)$$

gde su: T_{ul} – obrtni moment na ulaznom vratilu (Nm); $2T_2$ – obrtni moment na centralnom zupčaniku (centralnim valjcima) koji potiče od oba ciklozupčanika (Nm); T_{iz} – obrtni moment na izlaznom vratilu (Nm).

Obrtni moment na centralnom zupčaniku koji potiče od oba ciklozupčanika $2T_2$ (Nm) i obrtni moment na izlaznom vratilu T_{iz} (Nm) mogu se odrediti na osnovu sledećih izraza:

$$T_{iz} = T_{ul} \cdot z_1 = T_{ul} \cdot u_{CR} \quad (4.2)$$

$$2T_2 = T_{ul} \cdot (z_1 + 1) = T_{ul} \cdot z_2 \quad (4.3)$$

gde su: z_1 – broj zubaca ciklozupčanika (-); u_{CR} – prenosni odnos cikloreduktora, $u_{CR} = z_1$ (-); z_2 – broj centralnih valjaka (-).

Ako se posmatraju obrtni momenti koji deluju samo na jedan ciklozupčanik, a mehanički gubici se zanemare, tada se jednačina ravnoteže obrtnih momenata može napisati u obliku [77]:

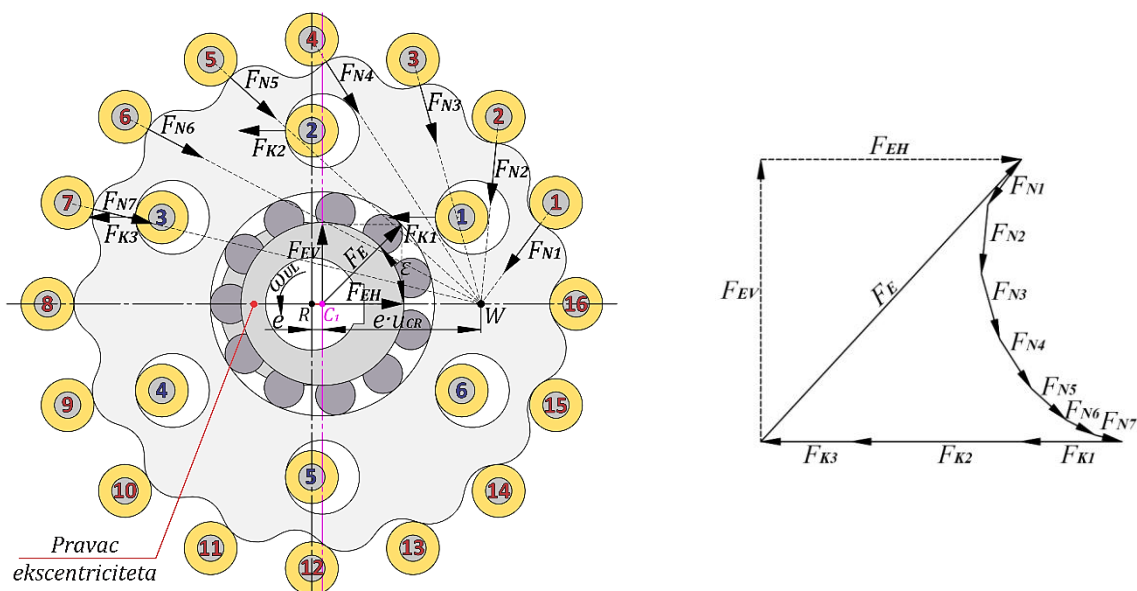
$$T_1 - T_2 + T_3 = 0 \quad (4.4)$$

gde su: T_1 – pogonski obrtni moment jednog ciklozupčanika, $T_1 = T_{ul}/2$ (Nm); T_2 – obrtni moment na centralnom zupčaniku koji potiče od jednog ciklozupčanika (Nm); T_3 – izlazni obrtni moment koji potiče od jednog ciklozupčanika, $T_3 = T_{iz}/2$ (Nm).

Rezultati delovanja pomenutih obrtnih momenta na komponente cikloreduktora su tri kontaktne sile – reakcije, odnosno [20-21,77]:

- kontaktna sila $F_{Ni}(\beta)$ na trenutnoj površini dodira zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka (u daljem tekstu normalna kontaktna sila).
- kontaktna sila $F_{Kj}(\beta)$ na trenutnoj površini dodira izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku (u daljem tekstu izlazna kontaktna sila).
- sila ekscentra $F_E(\beta)$ koja se posmatra kao koncentrisana sila koja deluje u centru ciklozupčanika C_1 и sa x -osom zaklapa ugao ε .

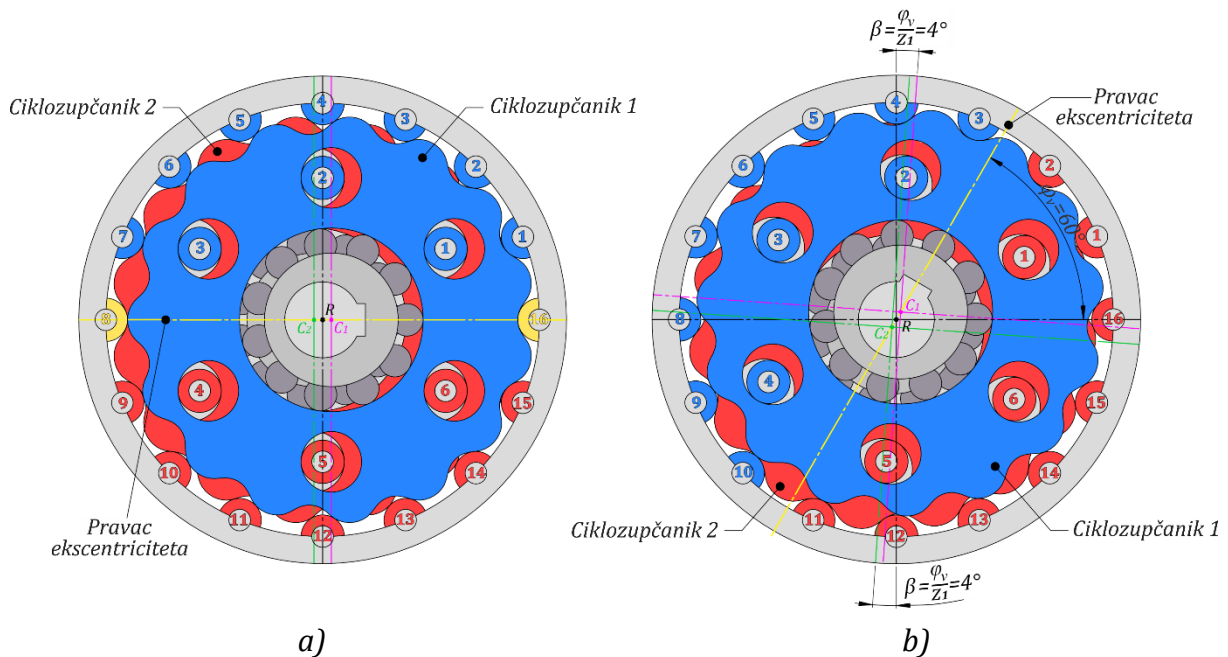
Raspodela navedenih kontaktnih sila na jednom ciklozupčaniku pri pogonskom uglu $\beta = 0^\circ$ prikazana je na Slici 4.1. Na drugom ciklozupčaniku koji nije prikazan, a zaokrenut je za 180° u odnosu na prvi ciklozupčanik, deluju potpuno iste kontaktne sile (takođe zaokrenute za 180°) pa se iz tog razloga u daljim razmatranjima može posmatrati samo jedan ciklozupčanik.



Slika 4.1 Raspodela kontaktnih sila na jednom ciklozupčaniku

Kako su vrednosti kontaktnih sila vremenski zavisne od ugla zaokretanja ciklozupčanika, neophodno je odrediti koji su vitalni elementi cikloreduktora trenutno u kontaktu i prenose odgovarajuće opterećenje. Tu se pre svega misli na centralne i izlazne valjke, kao i na zupce ciklozupčanika, čiji je profil ekvidistanta skraćene epitrohoide. Pri određivanju centralnih i izlaznih valjaka koji u bilo kom trenutku učestvuje u prenošenju opterećenja, veoma važnu ulogu ima pravac ekscentriciteta. Ovaj pravac deli cikloreduktor u dve zone – u jednoj se nalaze valjci koji prenose opterećenje u kontaktu sa ciklozupčanicom 1, dok se u drugoj zoni nalaze valjci koji prenose opterećenje u kontaktu sa ciklozupčanicom 2, pri čemu valjci čiji centri leže na pravcu ekscentriciteta ne prenose obrtni moment.

Na slici 4.2a prikazani su centralni i izlazni valjci koji su u kontaktu sa ciklozupčanicom 1 i 2 pri pogonskom uglu $\beta=0^\circ$. Oznake sa slike su: R – centar cikloreduktora, C_1 – centar ciklozupčanika 1, C_2 – centar ciklozupčanika 2. Zaokretanjem pogonskog vratila za odgovarajući ugao, na primer $\varphi_v = 60^\circ$ (slika 4.2b), ciklozupčanik i izlazni mehanizam se zaokreću za ugao $\beta = \varphi_v/z_1 = 60^\circ/15 = 4^\circ$. Ovo zaokretanje kao rezultat ima promenu valjaka koji prenose obrtni moment, tj. neki valjci se rasterećuju, a neki drugi opterećuju. U prikazanom slučaju, centralni valjci 1 i 2, kao i izlazni valjak 1, koji su pri pogonskom uglu $\beta=0^\circ$ bili opterećeni preko kontakata sa ciklozupčanicom 1, pri pogonskom uglu $\beta=4^\circ$ su u opterećeni preko kontakata sa ciklozupčanicom 2. Identičan slučaj je i sa ostalim valjcima.



Slika 4.2 Određivanje centralnih i izlaznih valjaka koji prenose opterećenje pri pogonskom uglu: a) $\beta=0^\circ$; b) $\beta=4^\circ$

U prikazanom slučaju sprežanja uticaj zazora između elemenata cikloreduktora nije uzet u obzir, pa se pretpostavlja da su svi valjci (centralni i izlazni) u kontaktu sa oba ciklozupčanika, ali samo polovina njih u bilo kom trenutku učestvuje u prenošenju opterećenja. Međutim, u realnim uslovima rada to nije slučaj jer uvek postoje odgovarajući zazori kako bi se anulirale greške nastale u toku izrade, da bi se obezbedili uslovi za korektnu montažu i demontažu, da bi se obezbedilo kvalitetno podmazivanje i sl. Veličina ovih zazora direktno utiče na broj valjaka koji prenosi opterećenje, a samim tim i na raspodelu kontaktnih sila. Što je veličina unutrašnjih zazora veća, to se smanjuje broj odgovarajućih valjaka koji prenosi opterećenje. Pomenuti zazori mogu se ostvariti na više načina i to [28]:

- korigovanjem profila zupca ciklozupčanika,
- povećanjem podeonog prečnika po kome su raspoređeni centralni valjci,
- smanjenjem prečnika centralnih valjaka.

Pošto je širina ciklozupčanika relativno mala u poređenju sa drugim dimenzijama i zbog toga što se greške usled neparalelnosti ulaznog i izlaznog vratila obično zanemaruju

[93], pomenuti zazori se uglavnom ostvaruju korigovanjem profila zupca ciklozupčanika. To se može izvršiti na više načina [28,93]:

- povećanjem poluprečnika tocila pri brušenju ciklozupčanika ($q + \Delta q$),
- primicanjem tocila ka centru ciklozupčanika ($r + \Delta r$),
- malim ugaonim pomeranjem tocila u toku procesa brušenja ciklozupčanika ($\Delta\varphi$), i dr.

Kada je reč o praktičnoj primeni, često je prisutna kombinovana upotreba sva tri postupka, a posebno je prisutna upotreba prvog i drugog postupka [93].

Osim zazora između zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka, zazori su neophodni i između elemenata izlaznog mehanizma [41]. To se postiže:

- smanjenjem poluprečnika izlaznih valjaka ($R_{VK} - \Delta R_{VK}$),
- povećanjem poluprečnika otvora u ciklozupčanicu ($R_{OCZ} + \Delta R_{OCZ}$) i
- njihovom međusobnom kombinacijom.

Kako bi se prisustvo odgovarajućih zazora uzelo u obzir prilikom određivanja kontaktnih sila, pretpostavlja se da 2/3 centralnih i izlaznih valjaka učestvuje u prenošenju opterećenja, odnosno 1/3 valjaka po jednom ciklozupčanicu [28]. Zbog toga se iz procesa prenošenja opterećenja isključuje 20% centralnih i izlaznih valjaka po jednom ciklozupčanicu koji su najbliži pravcu ekscentriciteta.

4.1.1 Kontaktne sile na ciklozupčanicu

Za izračunavanje vrednosti normalnih $F_{Ni}(\beta)$ i izlaznih $F_{Kj}(\beta)$ kontaktnih sila kao najpodesniji matematički model je označen model Lehmana [21]. Ovaj model detaljno je opisan u literaturi [77]. U nastavku rada prikazani su samo osnovni izrazi.

Kada se ciklozupčanik zaokrene za proizvoljni ugao $\Delta\beta$, na mestu kontakta se javljaju normalne $F_{Ni}(\beta)$ i izlazne $F_{Kj}(\beta)$ sile koje izazivaju pomeranja uz pojavu kontaktnih deformacija $\delta_{Ni}(\beta)$ i $\delta_{Kj}(\beta)$. Ako se pretpostavi da postoji linearna zavisnost između kontaktnih sila i nastalih kontaktnih deformacija, tada se krutost centralnih c_N (N/mm) i izlaznih c_K (N/mm) valjaka može opisati jednačinama:

$$c_N = \frac{F_{Ni}(\beta)}{\delta_{Ni}(\beta)} \quad (4.5)$$

$$c_K = \frac{F_{Kj}(\beta)}{\delta_{Kj}(\beta)} \quad (4.6)$$

Pomeranjem ciklozupčanika za proizvoljni ugao $\Delta\beta$, pomeraju se i kontaktne površine za rastojanje $r_{Ni}(\beta) \cdot \Delta\beta$ i $r_{Kj}(\beta) \cdot \Delta\beta$ (jer se centralni i izlazni valjci zaokreću oko svojih osa). Kontaktne deformacije $\delta_{Ni}(\beta)$ (mm) i $\delta_{Kj}(\beta)$ (mm) se mogu odrediti kao projekcije relativnih pomeranja kontaktnih površina na pravce dejstva normalne $F_{Ni}(\beta)$ i izlazne $F_{Kj}(\beta)$ sile (slika 4.3).

$$\delta_{Ni}(\beta) = r_{Ni}(\beta) \cdot \Delta\beta \cdot \sin \psi_{Ni}(\beta) \quad (4.7)$$

$$\delta_{Kj}(\beta) = r_{Kj}(\beta) \cdot \Delta\beta \cdot \sin \psi_{Kj}(\beta) \quad (4.8)$$

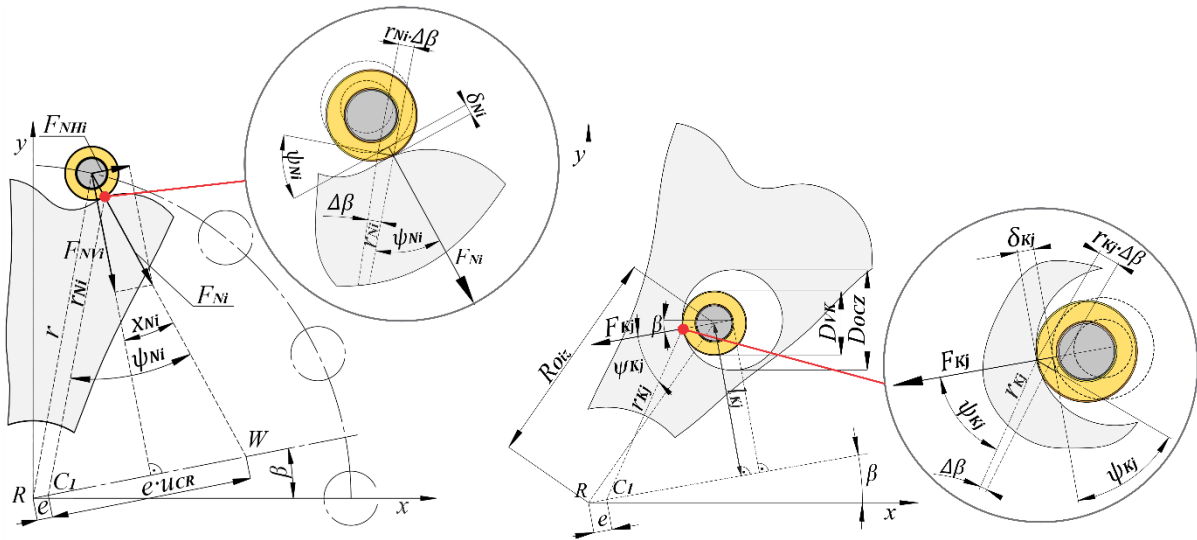
gde su: $r_{Ni}(\beta)$ – rastojanje između kontaktne površine i -tog centralnog valjka i centralne ose ciklozupčanika (mm); $\psi_{Ni}(\beta)$ – ugao između pravca dejstva normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i pravca $r_{Ni}(\beta)$ koji spaja kontaktnu površinu i centralnu osu ciklozupčanika ($^\circ$); $r_{Kj}(\beta)$ – rastojanje između kontaktne površine j -og izlaznog valjka i centralne ose ciklozupčanika (mm); $\psi_{Kj}(\beta)$ – ugao između pravca dejstva izlazne kontaktne sile $F_{Kj}(\beta)$ i pravca $r_{Kj}(\beta)$ koji spaja kontaktu površinu sa centralnom osom ciklozupčanika ($^\circ$).

Ako se sada izrazi (4.7) i (4.8) ubace u (4.5) i (4.6) dobijaju se konačni izrazi za određivanje normalnih $F_{Ni}(\beta)$ (N) i izlaznih $F_{Kj}(\beta)$ (N) kontaktnih sila:

$$F_{Ni}(\beta) = (c_N \cdot \Delta\beta) \cdot r_{Ni}(\beta) \cdot \sin \psi_{Ni}(\beta) \quad (4.9)$$

$$F_{Kj}(\beta) = (c_K \cdot \Delta\beta) \cdot r_{Kj}(\beta) \cdot \sin \psi_{Kj}(\beta) \quad (4.10)$$

Proizvod krutosti centralnih valjaka c_N i proizvoljnog ugaonog zaokretanja ciklozupčanika $\Delta\beta$ može se odrediti iz uslova ravnoteže kontaktnih sila u vertikalnom pravcu (slika 4.1) [77]. Ovde treba naglasiti da se u daljem tekstu pod vertikalnim pravcem podrazumeva pravac koji je upravan na pravac ekscentriciteta e , dok se pod horizontalnim pravcem podrazumeva pravac koji je paralelan sa pravcem ekscentriciteta e .



Slika 4.3 Raspodela kontaktnih sila na jednom ciklozupčaniku

Pošto vertikalnu komponentu sile ekscentra F_{EV} (N) (komponentu koja je upravna na pravac ekscentriciteta) uvek obrazuje suma vertikalnih komponenti normalnih sila $F_{NVi}(\beta)$ (N) ravnotežna jednačina glasi:

$$\sum_i F_{NVi}(\beta) = F_{EV} \quad (4.11)$$

Vertikalna komponenta normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka $F_{NVi}(\beta)$ može se odrediti kao projekcija normalne sile $F_{Ni}(\beta)$ na pravac koji je upravan na pravac ekscentriciteta.

$$F_{NVi}(\beta) = F_{Ni}(\beta) \cdot \cos x_{Ni}(\beta) \quad (4.12)$$

odnosno:

$$\sum_i F_{NVi}(\beta) = (c_N \cdot \Delta\beta) \cdot \sum_i r_{Ni}(\beta) \cdot \sin \psi_{Ni}(\beta) \cdot \cos x_{Ni}(\beta) \quad (4.13)$$

gde je: $x_{Ni}(\beta)$ – ugao između pravca normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i upravnog pravca koji prolazi kroz centar i -tog centralnog valjka ($^\circ$).

Zamenom izraza (4.13) u (4.11) dobija se:

$$(c_N \cdot \Delta\beta) \cdot \sum_i r_{Ni}(\beta) \cdot \sin \psi_{Ni}(\beta) \cdot \cos x_{Ni}(\beta) = F_{EV} \quad (4.14)$$

odakle sledi da je:

$$(c_N \cdot \Delta\beta) = \frac{F_{EV}}{\sum_i r_{Ni}(\beta) \cdot \sin \psi_{Ni}(\beta) \cdot \cos x_{Ni}(\beta)} \quad (4.15)$$

Pošto vertikalna komponenta sile ekscentra F_{EV} (N) nastaje usled ekscentričnog obrtanja ciklozupčanika za veličinu ekscentriciteta e , to je:

$$F_{EV} = \frac{T_1}{e} \quad (4.16)$$

Na osnovu izraza (4.16) evidentno je da se radi o statički neodređenom sistemu jer je jedina poznata sila vertikalna komponenta sile ekscentra F_{EV} .

Horizontalna komponenta normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka $F_{NHi}(\beta)$ može se odrediti kao projekcija normalne sile $F_{Ni}(\beta)$ na pravac ekscentriciteta, odnosno:

$$F_{NHi}(\beta) = F_{Ni}(\beta) \cdot \sin x_{Ni}(\beta) \quad (4.17)$$

Proizvod krutosti izlaznih valjaka c_K i proizvoljnog ugaonog zaokretanja ciklozupčanika $\Delta\beta$ (slika 4.3) takođe se može odrediti iz uslova ravnoteže. Izlazni obrtni moment koji potiče od jednog ciklozupčanika T_3 (Nm) jednak je zbiru svih momenata koji prave izlazne kontaktne sile:

$$T_3 = \sum_j F_{Kj}(\beta) \cdot r_{Kj}(\beta) \cdot \sin \psi_{Kj}(\beta) \quad (4.18)$$

Zamenom izraza (4.10) u (4.18) dobija se:

$$T_3 = (c_K \cdot \Delta\beta) \cdot \sum_j r_{Kj}^2(\beta) \cdot \sin^2 \psi_{Kj}(\beta) \quad (4.19)$$

odakle sledi da je:

$$(c_K \cdot \Delta\beta) = \frac{T_3}{\sum_j r_{Kj}^2(\beta) \cdot \sin^2 \psi_{Kj}(\beta)} \quad (4.20)$$

Horizontalna komponenta sile ekscentra $F_{EH}(\beta)$ (N) može se odrediti na osnovu jednačine ravnoteže svih sila u horizontalnom pravcu. Kada su upitanju izlazne kontaktne sile, ovde treba naglasiti da je njihov pravac uvek paralelan sa pravcem ekscentriciteta, odnosno sa horizontalnom ravni i da se samo u početnom položaju sprezanja ($\beta = 0^\circ$) pravac izlaznih sila poklapa sa pravcem x -ose prikazane na slici 4.1.

$$F_{EH}(\beta) = \sum_i F_{NH_i}(\beta) + \sum_j F_{K_j}(\beta) \quad (4.21)$$

Ukupna vrednost sile ekscentra može se odrediti kao rezultanta horizontalne $F_{EH}(\beta)$ (N) i vertikalne F_{EV} (N) komponente [21,77,94]:

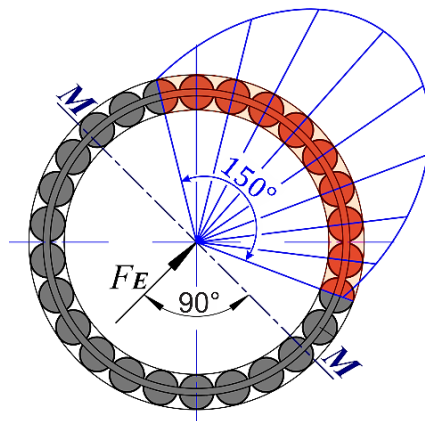
$$F_E(\beta) = \sqrt{F_{EH}(\beta)^2 + F_{EV}^2} \quad (4.22)$$

Pošto sila ekscentra $F_E(\beta)$ (N) uvek deluje u centru ciklozupčanika i sa horizontalnim pravcem zaklapa ugao $\varepsilon(\beta)$ ($^\circ$) veličina ovog ugla može se odrediti kao:

$$\varepsilon(\beta) = \arctg\left(\frac{F_{EV}}{F_{EH}(\beta)}\right) \quad (4.23)$$

4.1.2 Kontaktne sile u ležaju ciklozupčanika

Opterećenje koje potiče od sile ekscentra $F_E(\beta)$ prenosi se sa ciklozupčanika na ekscentar čauru posredstvom kotrljajnih tela (najčešće valjkastog kaveznog ležaja) čiji se ugaoni položaji stalno menjaju tokom rada prenosnika. Pri određivanju kotrljajnih tela koji u bilo kom trenutku učestvuju u prenošenju opterećenja, veoma važnu ulogu ima pravac meridijanske ravni $M - M$ (ravan upravna na pravac napadne linije sile ekscentra) koja je prikazana na slici 4.4. Ova ravan deli ležaj na dve zone – u jednoj se nalaze neopterećena, a u drugoj opterećena kotrljajna tela, pri čemu kotrljajna tela čiji centri leže u meridijanskoj ravni ne prenose opterećenje.



Slika 4.4 Raspodela opterećenja na kotrljajna tela ležaja ciklozupčanika

Zahvaljujući dugogodišnjim istraživanjima, danas su dostupni brojni matematički modeli koji opisuju raspodelu kontaktnih sila u radijalnim ležajima, a posebno se mogu izdvojiti modeli Harisa (eng. *Harris*) [95], Mitrovića [96-97] i Tomovića [98]. Međutim, svi ovi modeli su veoma kompleksni s obzirom da uzimaju u obzir neprestanu promenu

položaja kotrljajnih tela u toku rada ležaja. Zato je u nastavku ovog poglavlja prikazan pojednostavljeni matematički model koji se temelji na sledećim pretpostavkama:

- kotrljajna tela nalaze se u stanju mirovanja pa se centrifugalne sile zanemaruju,
- razmak između kotrljajnih tela je uvek isti,
- pravac sile ekscentra $F_E(\beta)$ uvek prolazi kroz osu jednog kotrljajnog tela.
- zbog postojanja unutrašnjih zazora u radialnom pravcu, zona opterećenih kotrljajnih tela iznosi 150° [99] i nalazi se ispod meridijanske ravni $M - M$.

Ugaoni korak kotrljajnih tela γ ($^\circ$), može se odrediti na osnovu izraza:

$$\gamma = \frac{2\pi}{z_k} \quad (4.24)$$

gde je: z_k – ukupan broj kotrljajnih tela u ležaju (-).

Ovde je važno naglasiti da opterećena kotrljajna tela ne učestvuju jednako u procesu prenošenja opterećenja. Najveće opterećenje prenosi kotrljajno telo koje se nalazi na pravcu napadne linije sile ekscentra $F_E(\beta)$, dok se opterećenje na ostalim kotrljajnim telima smanjuje sa povećanjem ugla između kotrljajnog tela i pravca napadne linije sile ekscentra.

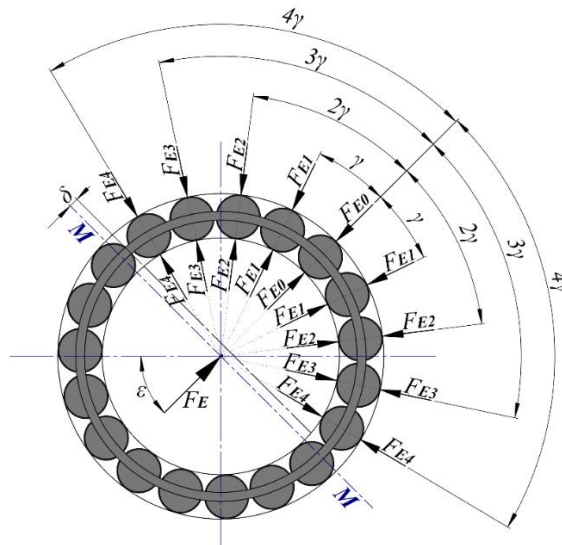
Ravnotežna jednačina za sliku 4.5, može se napisati u obliku:

$$F_E(\beta) = F_{E0}(\beta) + 2 \cdot F_{E1}(\beta) \cdot \cos\gamma + \dots + 2 \cdot F_{Ei}(\beta) \cdot \cos(i \cdot \gamma) \quad (4.25)$$

odnosno:

$$F_E(\beta) = F_{E0}(\beta) + 2 \cdot \sum_{i=1}^{m_k} F_{Ei}(\beta) \cdot \cos(i \cdot \gamma) \quad (4.26)$$

gde su: $F_{E0}(\beta)$ – opterećenje koje prenosi kotrljajno telo koje se nalazi na pravcu napadne linije sile ekscentra – najopterećenije kotrljajno telo (N); $F_{Ei}(\beta)$ – opterećenje koje prenosi i -to kotrljajno telo (N); m_k – broj elemenata sume, $m_k = (z_s - 1)/2$ (-); z_s – stvarni broj kotrljajnih tela koji prenosi opterećenje (-).



Slika 4.5 Raspodela opterećenja na kotrljajna tela ležaja ciklozupčanika

Prema klasičnoj Hercovoj teoriji kontakta, opterećenje koje prenosi i -to kotrljajno telo $F_{Ei}(\beta)$ (N) može se odrediti korišćenjem efektivnog koeficijenta krutosti, pa je [95]:

$$F_{Ei}(\beta) = K \cdot \delta_i(\beta)^n \quad (4.27)$$

gde su: K – ukupni efektivni koeficijent krutosti (N/mmⁿ); $\delta_i(\beta)$ – ukupna kontaktna deformacija spregnutih elemenata na mestu i -tog kotrljajnog tela (jednaka je zbiru kontaktnih deformacija između kotrljajnih tela i unutrašnje staze kotrljanja i kontaktnih deformacija između kotrljajnih tela i spoljašnje staze kotrljanja) (mm); n – eksponent koji zavisi od tipa ležaja (-). Za kuglične ležaje, odnosno tačkaste kontakte vrednost ovog eksponenta iznosi $n = 3/2$, a za ležaje sa valjcima, odnosno linijske kontakte vrednost ovog eksponenta iznosi $n = 10/9$ [100].

Ukupni efektivni koeficijent krutosti K (N/mmⁿ) određuje se prema izrazu:

$$K = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_i^{1/n}} + \frac{1}{K_o^{1/n}} \right)^n} \quad (4.28)$$

gde su: K_i – efektivni koeficijent krutosti za kontakt kotrljajnog tela sa unutrašnjom stazom kotrljanja (N/mmⁿ); K_o – efektivni koeficijent krutosti za kontakt kotrljajnog tela sa spoljašnjom stazom kotrljanja (N/mmⁿ).

Iz izraza (4.27) može se odrediti ukupna kontaktna deformacija $\delta(\beta)$ (mm):

$$\delta(\beta) = \left(\frac{F_{Ei}(\beta)}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.29)$$

Sledeći klasičnu Hercovu teoriju kontakta, Palmgren (eng. *Palmgren*) [101] je definisao jednačinu za određivanje kontaktnih deformacija $\delta(\beta)$ (mm) između kontaktnih površina dva tela, koja u neopterećenom stanju imaju linijski kontakt:

$$\delta(\beta) = 3,843 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{F_{Ei}(\beta)^{9/10}}{l_v^{8/10}} \quad (4.30)$$

gde je: l_v – efektivna dužina kotrljajnih tela (mm).

Iz gornje jednačine, kontaktna sila $F_{Ei}(\beta)$ (N) na mestu i -tog kotrljajnog tela ima vrednost:

$$F_{Ei}(\beta) = [7,97 \cdot 10^4 \cdot l_v^{8/9}] \cdot \delta_i(\beta)^{10/9} \quad (4.31)$$

Izraz u zagradi predstavlja koeficijent krutosti pri linijskom kontaktu K_l (N/mmⁿ), pa je:

$$K_i = K_o = K_l = 7,97 \cdot 10^4 \cdot l_v^{8/9} \quad (4.32)$$

Na osnovu izraza (4.28) može se odrediti ukupni efektivni koeficijent krutosti K (N/mmⁿ):

$$K = 0,46 \cdot K_l = 3,67 \cdot l_v^{8/9} \quad (4.33)$$

Pošto je ukupni efektivni koeficijent krutosti isti za sva kotrljajna tela i staze kotrljanja, može se napisati:

$$\delta_0(\beta) = \left(\frac{F_{E0}(\beta)}{K} \right)^{9/10} \quad (4.34)$$

$$\delta_1(\beta) = \left(\frac{F_{E1}(\beta)}{K} \right)^{9/10} \quad (4.35)$$

...

$$\delta_i(\beta) = \left(\frac{F_{Ei}(\beta)}{K} \right)^{9/10} \quad (4.36)$$

iz čega sledi:

$$K^{9/10} = \frac{F_{E0}(\beta)^{9/10}}{\delta_0(\beta)} = \frac{F_{E1}(\beta)^{9/10}}{\delta_1(\beta)} = \dots = \frac{F_{Ei}(\beta)^{9/10}}{\delta_i(\beta)} \quad (4.37)$$

Ako se kontaktna deformacija usled kontaktne sile $F_{E0}(\beta)$ označi sa $\delta_0(\beta)$, kontaktna deformacija usled kontaktne sile $F_{E1}(\beta)$ sa $\delta_1(\beta) = \delta_0(\beta) \cdot \cos \gamma$, a usled kontaktne sile $F_{Ei}(\beta)$ sa $\delta_i(\beta) = \delta_0(\beta) \cdot \cos(i \cdot \gamma)$, odgovarajućom zamenom se dobija:

$$K^{9/10} = \frac{F_{E0}(\beta)^{9/10}}{\delta_0(\beta)} = \frac{F_{E1}(\beta)^{9/10}}{\delta_0(\beta) \cdot \cos \gamma} = \dots = \frac{F_{Ei}(\beta)^{9/10}}{\delta_0(\beta) \cdot \cos(i \cdot \gamma)} \quad (4.38)$$

Odavde se može odrediti opterećenje koje prenosi i -to kotrljajno telo:

$$F_{E1}(\beta) = F_{E0}(\beta) \cdot \cos^{10/9}(1 \cdot \gamma) \quad (4.39)$$

...

$$F_{Ei}(\beta) = F_{E0}(\beta) \cdot \cos^{10/9}(i \cdot \gamma) \quad (4.40)$$

Zamenom izraza (4.39) i (4.40) u ravnotežnoj jednačini (4.25) dobija se:

$$F_E(\beta) = F_{E0}(\beta) + 2 \cdot F_{E0}(\beta) \cdot \cos^{19/9}(1 \cdot \gamma) + \dots + 2 \cdot F_{E0}(\beta) \cdot \cos^{19/9}(i \cdot \gamma) \quad (4.41)$$

Nakon sređivanja ravnotežne jednačine sledi:

$$F_E(\beta) = F_{E0}(\beta) \cdot [1 + 2 \cdot \cos^{19/9}(1 \cdot \gamma) + \dots + 2 \cdot \cos^{19/9}(i \cdot \gamma)] \quad (4.42)$$

Sada se opterećenje koje prenosi kotrljajno telo, koje se nalazi na pravcu napadne linije sile ekscentra $F_{E0}(\beta)$ (N), može izračunati na osnovu sledećeg izraza:

$$F_{E0}(\beta) = \frac{F_E(\beta)}{1 + 2 \cdot \cos^{19/9}(1 \cdot \gamma) + \dots + 2 \cdot \cos^{19/9}(i \cdot \gamma)} \quad (4.43)$$

4.2 Primena klasične Hercove teorije kontakta na kontakte vitalnih elemenata cikloreduktora

Problemi vezani za mehaničke kontakte dva deformabilna tela predmet su brojnih naučnih istraživanja od kraja 19. veka pa sve do današnjih dana. Poseban doprinos ovoj oblasti dao je nemački fizičar Hajnrih Rudolf Herc (eng. *Heinrich Rudolf Hertz*) koji je analizirao kontakt dva cilindra, paralelnih podužnih osa, sa idealno glatkim površinama. Herc je dokazao da se u neopterećenom stanju, kontakt dva cilindra ostvaruje duž zajedničke linije dodira, dok se sa pojavom opterećenja, kontaktne površine deformišu (usled elastičnih svojstava materijala), pa se dodir spregnutih cilindara ostvaruje preko površina koje teorijski imaju oblik uskog pravougaonika, širine $2b_k$ i dužine l_k . Ove površine se često u literaturi nazivaju Hercove površine dodira ili Hercove kontaktne površine [102-104].

Poluširina pomenute kontaktne površine $b_k(\beta)$ (mm) može se odrediti kao [105-106]:

$$b_k(\beta) = \sqrt{\frac{8 \cdot F_N(\beta) \cdot \rho_{ek}}{\pi \cdot l_k \cdot E_{ek}}} = 1,596 \cdot \sqrt{\frac{F_N(\beta) \cdot \rho_{ek}}{l_k \cdot E_{ek}}} \quad (4.44)$$

gde su: $F_N(\beta)$ – normalna kontaktna sila (N); ρ_{ek} – ekvivalentni radijus krivine (mm); E_{ek} – ekvivalentni modul elastičnosti (MPa).

Ekvivalentni modul elastičnosti E_{ek} (MPa), koji uzima u obzir elastične osobine oba materijala u kontaktu, može se odrediti kao [105-106]:

$$\frac{1}{E_{ek}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (4.45)$$

$$E_{ek} = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{(1 - \nu_1^2) \cdot E_2 + (1 - \nu_2^2) \cdot E_1} \quad (4.46)$$

gde su: E_1, E_2 – moduli elastičnosti materijala u dodiru (MPa); ν_1, ν_2 – Poasonovi koeficijenti materijala u dodiru (-).

Usled sila koje deluju normalno na kontaktne površine, na mestima kontakata se javljaju kontaktna naprezanja ili tzv. Hercov površinski pritisak p_H koji ima eliptičnu raspodelu. Najveći površinski pritisak p_{Hmax} (MPa) generiše se u tačkama koje pripadaju srednjoj liniji dodirne pravougaone površine. Intenzitet ovog pritiska može se izračunati prema sledećem izrazu [105-106]:

$$p_{Hmax}(\beta) = \frac{2 \cdot F_N(\beta)}{\pi \cdot b_k(\beta) \cdot l_k} \quad (4.47)$$

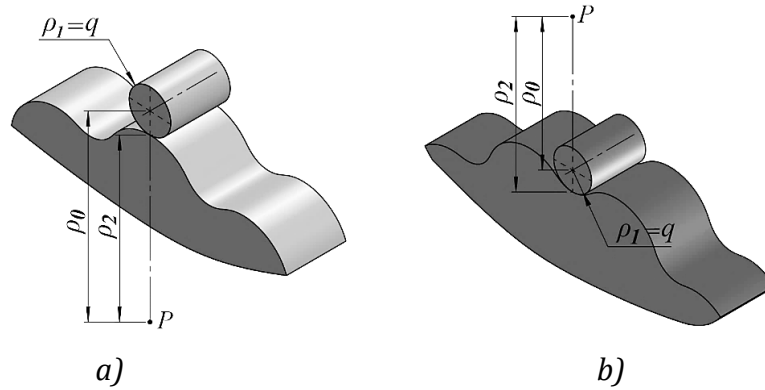
Predstavljeni Hercov model za kontakt dva cilindra može se, uz odgovarajuću analogiju i prilagođavanje, koristiti za kontakt bilo koje dve zakrivljene površine ukoliko se poluprečnici dodirnih valjaka zamene poluprečnicima krivina posmatranih površina.

Ovde je važno napomenuti da se osim Hercov površinskog pritiska u zoni kontakta javljaju i tangencijalni naponi smicanja. Ovaj napon dostiže svoj maksimum $\tau_{max} = 0,304 \cdot p_{Hmax}$ (MPa) na rastojanju $\tau_r = 0,786 \cdot b_k$ (mm) ispod kontaktne površine.

Pošto njegova vrednost za vreme relativnog kretanja elemenata raste od nule do maksimalne vrednosti i ponovo opada do nule, veoma često se naziva i pulzirajući napon [105,107].

4.2.1 Kontakt centralnih valjaka i zuba ciklozupčanika

Pošto je profil zupca ciklozupčanika najčešće ekvidistanta skraćene epitrohoide, poluprečnik zakrivljenosti svake tačke profila je različit, a na samom profilu zupca razlikuju se konveksne i konkavne površine. Sa druge strane, centralni valjci predstavljaju konveksne površine, pa se shodno tome u procesu sprezanja kontakt ostvaruje između dve konveksne (slika 4.6a) ili konveksne i konkavne površine (slika 4.6b).



Slika 4.6 Radijusi krivina ciklozupčanika i centralnih valjaka

Ekvivalentni radijus krivine ρ_{ek} (mm) predstavlja veoma bitan geometrijski parametar u trenutnom kontaktu. Izračunava se izrazom (4.48) za sprezanje dve konveksne površine ili izrazom (4.49) za sprezanje konveksne i konkavne površine [77].

$$\rho_{ek} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} = \frac{q \cdot \rho_2}{q + \rho_2} \quad \text{ako je:} \quad r_{Ni} > R_b + \frac{e}{2} \quad (4.48)$$

$$\rho_{ek} = \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_2 - \rho_1} = \frac{q \cdot \rho_2}{\rho_2 - q} \quad \text{ako je:} \quad r_{Ni} \leq R_b + \frac{e}{2} \quad (4.49)$$

gde su: $\rho_1 = q$ – poluprečnik centralnog valjka (mm); ρ_2 – poluprečnik krivine zupca ciklozupčanika (mm).

Poluprečnik krivine zupca ciklozupčanika ρ_2 izračunava se kao $\rho_0 \pm q$ pri čemu je ρ_0 (mm) poluprečnik krivine centra centralnog valjka. Detaljan postupak za izračunavanje poluprečnika krivine centra centralnog valjka je opisan u referenci [77]. Konačan izraz glasi:

$$\rho_0 = \frac{r \cdot \left[1 + (1 - \xi)^2 - 2 \cdot (1 - \xi) \cdot \cos \left(\frac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2} \right) \right]^{3/2}}{(z_2 + 1) \cdot (1 - \xi) \cdot \cos \left(\frac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2} \right) - z_2 \cdot (1 - \xi)^2 - 1} \quad (4.50)$$

gde su: r – poluprečnik podeonog kruga po kome su raspoređeni centralni valjci (mm); ξ – koeficijent korigovanja profila zupca (mm); z_1 – broj zuba ciklozupčanika (-); z_2 – broj centralnih valjaka (-).

Kod izraza (4.50) treba napomenuti da je izveden za slučaj kada generisanje profila ciklozupčanika kreće od podnožja zupca ciklozupčanika, pa se ugao β_1 izračunava na osnovu pogonskog ugla β , odnosno: $\beta_1 = 180^\circ - \beta$.

Pošto je [20,77]:

$$\frac{e \cdot z_2}{r} = (1 - \xi) \quad (4.51)$$

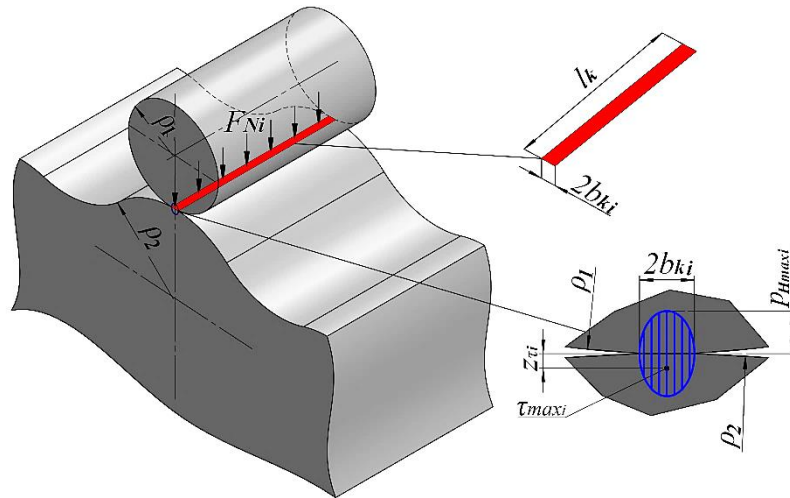
izraz za određivanje poluprečnika krivine centra centralnog valjka ρ_0 (mm) se može definisati i u drugačijem obliku [25]:

$$\rho_0 = \frac{r \cdot \left[1 + \left(\frac{e \cdot z_2}{r} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{e \cdot z_2}{r} \right) \cdot \cos \left(\frac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2} \right) \right]^{3/2}}{\left(1 + z_2 \cdot \left(\frac{e \cdot z_2}{r} \right)^2 \right) - \left(\frac{e \cdot z_2}{r} \right) \cdot (z_2 + 1) \cdot \cos \left(\frac{z_1 \cdot \beta_1}{z_2} \right)} \quad (4.52)$$

Poluširina kontaktne površine i -tog centralnog valjka i zupca ciklozupčanika (slika 4.7) pri Hercovom površinskom pritisku određuje se prema sledećem izrazu:

$$b_{ki}(\beta) = \sqrt{\frac{8 \cdot F_{Ni}(\beta) \cdot \rho_{ek}}{\pi \cdot l_k \cdot E_{ek}}} \quad (4.53)$$

gde je: $F_{Ni}(\beta)$ – trenutna vrednost normalne kontaktne sile na i -tom centralnom valjku (N).



Slika 4.7 Raspodela površinskog pritiska i nominalna površina kontakta u dodiru i -tog centralnog valjka i zupca ciklozupčanika

Maksimalni površinski pritisak u kontaktu i -tog centralnog valjka i zupca ciklozupčanika $p_{Hmax_i}(\beta)$ (MPa) se može odrediti prema izrazu:

$$p_{Hmax_i}(\beta) = \frac{2 \cdot F_{Ni}(\beta)}{\pi \cdot b_{ki}(\beta) \cdot l_k} \quad (4.54)$$

Isti izrazi se mogu koristiti i za određivanje poluširine kontaktne površine i maksimalnog površinskog pritiska u kontaktu i -tog centralnog valjka i njegove osovinice, pri čemu se ekvivalentni radijus krivine ρ_{ek} (mm) određuje kao:

$$\rho_{ek} = \frac{R_{os} \cdot R_{ou}}{R_{os} - R_{ou}} = \frac{D_0 \cdot d_0}{2 \cdot (D_0 - d_0)} \quad (4.55)$$

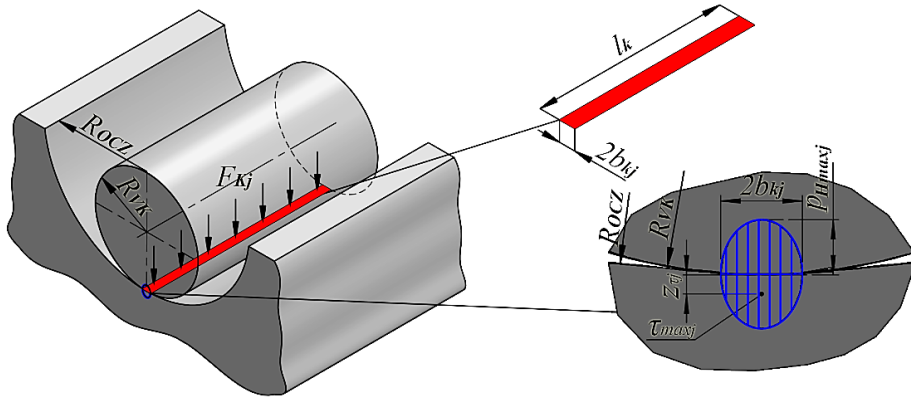
gde su: R_{os} – poluprečnik centralnog valjka (mm); R_{ou} – poluprečnik osovinice centralnog valjka (mm); D_0 – prečnik centralnog valjka (mm); d_0 – prečnik osovinice centralnog valjka (mm).

4.2.2 Kontakt izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku

Kontakt j -tog izlaznog valjka i otvora u ciklozupčaniku prikazan je na slici 4.8. Poluširina kontaktne površine $b_{kj}(\beta)$ (mm) pri Hercovom površinskom pritisku se određuje na osnovu izraza:

$$b_{kj}(\beta) = \sqrt{\frac{8 \cdot F_{Kj}(\beta) \cdot \rho_{ek}}{\pi \cdot l_k \cdot E_{ek}}} \quad (4.56)$$

gde je: $F_{Kj}(\beta)$ – trenutna vrednost izlazne sile na j -tom izlaznom valjku (N).



Slika 4.8 Raspodela površinskog pritiska i nominalna površina kontakta u dodiru j -tog izlaznog valjka i otvora u ciklozupčaniku

Ekvivalentni radijus krivine ρ_{ek} (mm) se može odrediti na osnovu izraza:

$$\rho_{ek} = \frac{R_{OCZ} \cdot R_{VK}}{R_{OCZ} - R_{VK}} = \frac{D_{OCZ} \cdot D_{VK}}{2 \cdot (D_{OCZ} - D_{VK})} \quad (4.57)$$

gde su: R_{OCZ} – poluprečnik otvora u ciklozupčaniku (mm); R_{VK} – poluprečnik izlaznog valjka (mm); D_{VK} – prečnik izlaznog valjka (mm); D_{OCZ} – prečnik otvora u ciklozupčaniku (mm).

Maksimalni površinski pritisak u kontaktu j -tog izlaznog valjka i otvora u ciklozupčaniku $p_{Hmaxj}(\beta)$ (MPa) se određuje na osnovu sledećeg izraza:

$$p_{Hmaxj}(\beta) = \frac{2 \cdot F_{Kj}(\beta)}{\pi \cdot b_{kj}(\beta) \cdot l_k} \quad (4.58)$$

Isti izrazi mogu se primeniti i za određivanje poluširine kontaktne površine i maksimalnog površinskog pritiska u kontaktu j -og izlaznog valjka i njegove osovinice, pri čemu se ekvivalentni radijus krivine ρ_{ek} (mm) određuje kao:

$$\rho_{ek} = \frac{R_{VKs} \cdot R_{VKu}}{R_{VKs} - R_{VKu}} = \frac{D_{VK} \cdot d_{VK}}{2 \cdot (D_{VK} - d_{VK})} \quad (4.59)$$

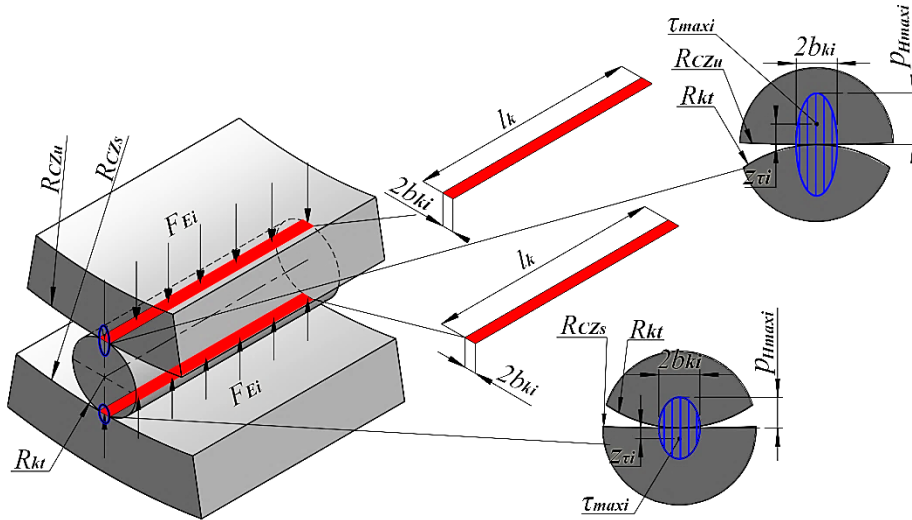
gde su: R_{VKs} – poluprečnik izlaznog valjka (mm); R_{VKu} – poluprečnik osovinice izlaznog valjka (mm); d_{VK} – prečnik osovinice izlaznog valjka (mm).

4.2.3 Kontakt kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika sa stazama kotrljanja

Kotrljajna tela ležaja ciklozupčanika su u kontaktu sa centralnim otvorom ciklozupčanika koji predstavlja spoljašnju stazu kotrljanja i ekscentar čaurom koja predstavlja unutrašnju stazu kotrljanja (slika 4.9). Poluširina kontaktne površine $b_{ki}(\beta)$ (mm) i -tog kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika i staza kotrljanja može se odrediti prema izrazu:

$$b_{ki}(\beta) = \sqrt{\frac{8 \cdot F_{Ei}(\beta) \cdot \rho_{ek}}{\pi \cdot l_k \cdot E_{ek}}} \quad (4.60)$$

gde je: $F_{Ei}(\beta)$ – opterećenje koje prenosi i -to kotrljajno telo (N).



Slika 4.9 Raspodela površinskog pritiska i nominalna površina kontakta u dodiru i -tog kotrljajnog tela i staza kotrljanja

Ekvivalentni radijus krivine ρ_{ek} (mm) za unutrašnji dodir se određuje na osnovu izraza:

$$\rho_{ek} = \frac{R_{Czu} \cdot R_{kt}}{R_{Czu} + R_{kt}} = \frac{d_{CZ} \cdot d_{kt}}{2 \cdot (d_{CZ} + d_{kt})} \quad (4.61)$$

gde su: R_{Czu} – poluprečnik unutrašnje staze kotrljanja (mm); R_{kt} – poluprečnik kotrljajnog tela (mm); d_{CZ} – unutrašnji prečnik ležaja ciklozupčanika (mm); d_{kt} – prečnik kotrljajnog tela (mm).

Ekvivalentni radijus krivine za spoljašnji dodir ρ_{ek} (mm) može se izračunava na osnovu izraza:

$$\rho_{ek} = \frac{R_{CZs} \cdot R_{kt}}{R_{CZs} - R_{kt}} = \frac{D_{CZ} \cdot d_{kt}}{2 \cdot (D_{CZ} - d_{kt})} \quad (4.62)$$

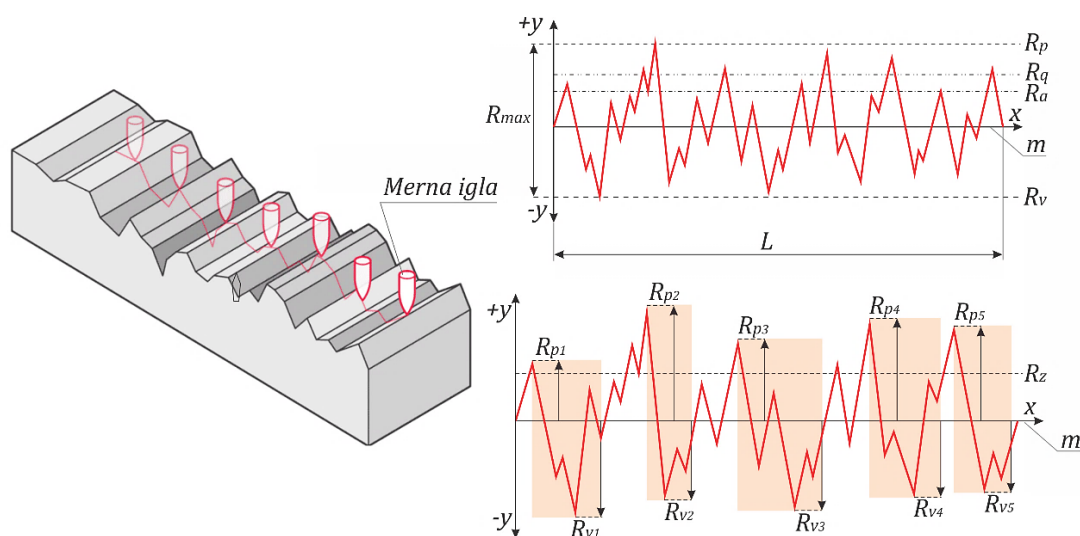
gde je: R_{CZs} – poluprečnik spoljašnje staze kotrljanja (mm).

Maksimalni površinski pritisak u kontaktu i -tog kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika i staza kotrljanja $p_{Hmax_i}(\beta)$ (MPa) se određuje na osnovu izraza:

$$p_{Hmax_i}(\beta) = \frac{2 \cdot F_{Ei}(\beta)}{\pi \cdot b_{ki}(\beta) \cdot l_k} \quad (4.63)$$

4.3 Tribološke karakteristike cikloreduktora i kontaktnih površina

Budući da se kontaktne površine spregnutih elemenata sastoje od većeg ili manjeg broja neravnina koje mogu biti različitih dimenzija i oblika (slika 4.10), za kontaktanu analizu je, osim klasične Hercove teorija kontakta (koja se odnosi na idealno glatke površine), od izuzetnog značaja poznavanje i triboloških uslova ostvarivanja kontakta. Ove geometrijske nepravilnosti posledica su prolaska reznih alata tokom završne obrade (strugarskih noževa, glodala, tocila i sl.). Za definisanje hrapavosti obrađene površine postoji više od 30 parametara. Najčešće korišćeni parametri su: R_a – srednje aritmetičko odstupanje profila od srednje linije (μm), R_z – srednja visina neravnina (μm), R_{max} – maksimalna visina neravnina (μm), R_q – srednje kvadratno odstupanje profila od srednje linije (μm), R_p – najveća visina neravnina (μm) i R_v – najmanja visina neravnina (μm) [107-108]. Za njihovo definisanje koriste se dva osnovna parametra, a to su: m – srednja linija profila (x -osa) i L – referentna dužina (mm).



Slika 4.10 Prikaz mikrogeometrije površine elementa nakon izrade

Veličine pomenutih parametara hrapavosti za najčešće korišćenje postupke obrade metala rezanjem prikazane su u tabeli 4.1 [109].

Tabela 4.1 Osnovni parametri hrapavosti površina za različite vrste obrade

Vrsta obrade	Klasa hrapavosti	Hrapavost u μm		
		R_a	R_z	R_{max}
Fino struganje	N6 – N8	0,8 – 3,2	3,2 – 12,5	5 – 20
Fino glodanje	N6 – N8	0,8 – 3,2	3,2 – 12,5	5 – 20
Fino okruglo brušenje	N3 – N6	0,1 – 0,8	0,4 – 3,2	0,64 – 5
Honovanje	N2 – N4	0,05 – 0,2	0,2 – 0,8	0,32 – 1,25

4.3.1 Podmazivanje cikloreduktora

Podmazivanje, pored smanjenja trenja i habanja, ima i niz drugih veoma važnih funkcija kao što su: hlađenje kontaktnih površina, amortizacija udarnih i vibracionih opterećenja, zaštita od nečistoća, korozije i drugo. Iz tih razloga, mazivo sredstvo mora da poseduje dobru sposobnost prijanjanja uz materijal, dovoljnu viskoznost kako bi se obezbedio uljni film između kontaktnih površina kao i da ne nagriza materijale sa kojima je u kontaktu.

Za podmazivanje cikloreduktora i njihovih odgovarajućih elemenata pretežno se koriste tečna maziva mineralne osnove i polutečna maziva (tehničke masti), dok su sintetička maziva manje zastupljena.

Tehničke masti su u odnosu na tečna maziva daleko postojanije i pogodnije u slučaju otežanog pristupa reduktoru. Zamena tehničke masti vrši se tek posle 20000 časova rada (ukoliko cikloreduktor radi na prosečnoj radnoj temperaturi od 40°C), dok se zamena tečnih maziva vrši znatno ranije, posle 5.000 časova rada [7,9,85]. Osim toga, tehničke masti u poređenju sa tečnim mazivima pružaju veći stepen iskorišćenja pri malim brojevima obrtaja i smanjuju rizik od pokretanja na suvo (bolje prijanjaju na kontaktne površine). Takođe, reduktori napunjeni tehničkom mašću su pogodni za sve položaje ugradnje (horizontalni, vertikalni i kosi) u odnosu na reduktore napunjene tečnim mazivom kod kojih se kosim postavljanjem smanjuje njihov nivo, a prekomernim dolivanjem se uzrokuje penušanje. Između ostalog, reduktori napunjeni tehničkom mašću su manje skloni curenju u odnosu na reduktore napunjene tečnim mazivom, a glavni razlog je što tehnička mast bolje prijanja na površine radijalnih zaptivača, a time se obezbeđuje i njihovo trajno podmazivanje. Ipak, tečna maziva imaju bolju sposobnost hlađenja od tehničkih masti, odnosno brže odvođuju toplotu i omogućavaju bržu homogenizaciju temperature na kontaktim površinama pa su pogodna za cikloreduktore sa velikim brojem obrtaja i teškim uslovima rada. Još jedna velika prednost tečnih maziva je što omogućavaju taloženje pohabanih čestica, pa se time sprečava njihovo prisustvo na kontaktnim površinama.

U tabeli 4.2 prikazane su preporučene viskozitetne grupe tečnih maziva prema međunarodnom ISO standardu i sapunski brojevi za tehničke masti prema Nacionalnom institutu za mazive masti (eng. *National Lubricating Grease Institute, NLGI*) od strane renomiranih proizvođača cikloreduktora (*Nabtesco, Sumitomo, Spinea*). Veličine viskozitetnih grupa za tečna maziva izražavaju se na temperaturi od 40°C koja se veoma često javlja kao radna temperatura kod mnogih elemenata i sklopova u industriji.

Tabela 4.2 Preporučene vrste sredstava za podmazivanje cikloreduktora [7,9,85]

Tip mazivog sredstva	Viskozitetna grupa (ISO VG)	NLGI broj
Tehničke masti	-	NLGI-0 ÷ NLGI-2
Tečna maziva sintetičke osnove	ISO VG 150	-
Tečna maziva mineralne osnove	ISO VG 68 ÷ ISO VG 460	-

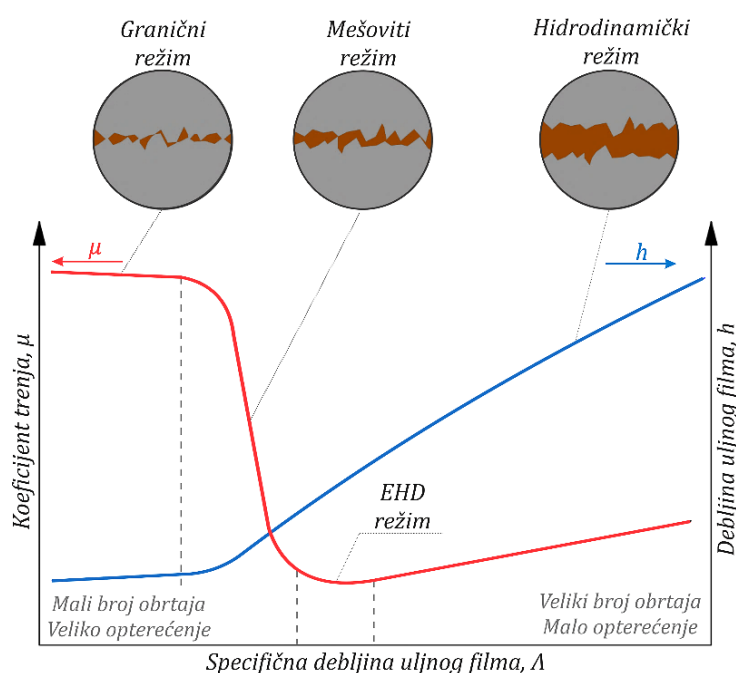
4.3.2 Osnovni režimi podmazivanja

U zavisnosti od načina podmazivanja, geometrijskih karakteristika i eksploatacionih uslova, razlikuju se sledeći režimi podmazivanja: granični, mešoviti, hidrodinamički i elastohidrodinamički (u daljem tekstu EHD).

Promenu režima podmazivanja između kontaktnih površina najbolje ilustruje tzv. Stribekova kriva (eng. *Stribeck*). Ona predstavlja eksperimentalno utvrđenu funkcijsku zavisnost koeficijenta trenja μ (-) od specifične debljine uljnog filma Λ (-) (slika 4.11) [104]. Specifična debljina uljnog filma predstavlja odnos između minimalne debljine uljnog filma h_{min} (m) i srednjeg kvadratnog odstupanja profila od srednje linije R_q (μm).

$$\Lambda = \frac{h_{min} \cdot 10^{-6}}{\sqrt{R_{q1}^2 + R_{q2}^2}} \quad (4.64)$$

Kao indikator promene režima podmazivanja, takođe se može koristiti i Hersijev broj (eng. *Hersey number*) koji se zapisuje u obliku $(\eta_m \cdot n)/F_N$ [104], gde je η_m dinamička viskoznost maziva ($\text{Pa} \cdot \text{s}$), n je broj obrtaja (min^{-1}), a F_N je normalno opterećenje (N).



Slika 4.11 Stribekova kriva [104]

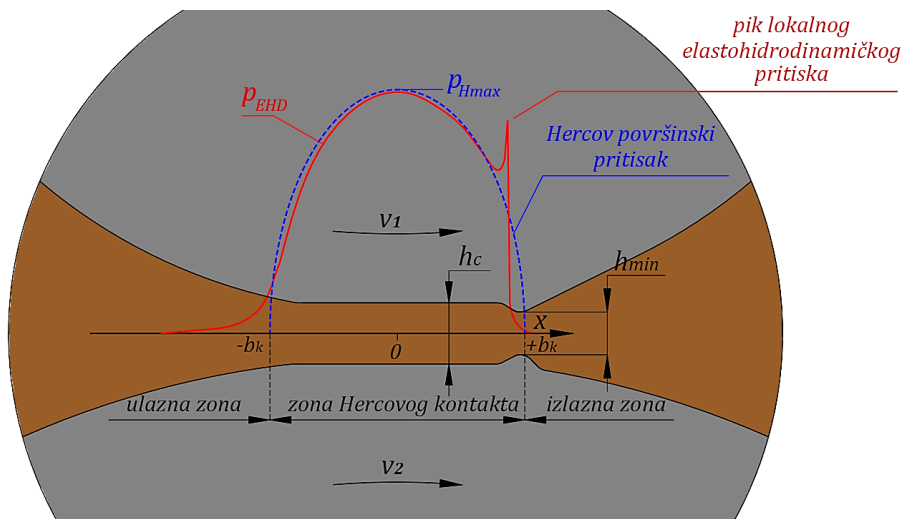
Početni (ravni) deo krive predstavlja granični režim podmazivanja pri kome su spregnute kontaktne površine u direktnom kontaktu, što znači da film maziva nije dovoljan da spreči dodir kontaktnih površina.

Zona u kojoj se dešava pad vrednosti koeficijenta trenja naziva se mešoviti režim podmazivanja. Ovaj režim podmazivanja predstavlja kombinaciju graničnog i hidrodinamičkog podmazivanja, pri čemu se dodir kontaktnih površina ostvaruje po vrhovima neravnina (više ili manje raspoređenih po površini). Opterećenje se u ovom slučaju prenosi delimično preko mazivog sloja, a delimično preko vrhova neravnina.

Krajni deo krive predstavlja hidrodinamički režim podmazivanja pri kome je debljina sloja maziva u najužem delu znatno veća od zbira neravnina obe kontaktne površine. Opterećenje se u ovom slučaju prenosi isključivo preko mazivog sloja.

Poseban deo Stribekove krive predstavlja zona između mešovitog i hidrodinamičkog podmazivanja, koja se naziva EHD režim podmazivanja. U ovom režimu dolazi do lokalnog povećanja pritiska u uljnom filmu, što za posledicu ima eksponencijalno povećanje viskoznosti maziva do te mere, da sloj maziva u potpunosti razdvaja kontaktne površine. Povećanje lokalnog pritiska dovodi i do elastičnih deformacija površinskih neravnina, pa su kontaktne površine pri ovom režimu podmazivanja međusobno paralelne, ravne i blago uvećane [105].

Raspodela EHD pritiska p_{EHD} (MPa), unutar Hercove širine dodira $2b_k$ (mm), koja približno odgovara idealnoj eliptičnoj raspodeli Hercovog površinskog pritiska p_H (MPa) prikazana je na slici 4.12. Razlika je u zoni ulaza i u zoni izlaza. Tokom Hercove širine dodira $2b_k$ (mm), kontaktne površine su odvojene konstantnom debljinom uljnog filma h_c (m), dok se na kraju Hercove oblasti nalazi suženje koje se formira kako bi se održao kontinuitet protoka i nadoknadio gubitak viskoznosti mazivog sredstva, a naziva se minimalna debljina uljnog filma h_{min} (m). Kao rezultat sabijanja uljnog filma, na mestu suženja pojavljuje se oštar vrh (pik) lokalnog EHD pritiska, a to potvrđuju i brojna eksperimentalna istraživanja za raspodelu pritiska [107].



Slika 4.12 Debljina uljnog filma i raspodela pritiska u EHD režimu podmazivanja

Za elemente cikloreduktora je teško sa sigurnošću reći da li rade u mešovitom, EHD ili hidrodinamičkom režimu podmazivanja. Ako određeni elementi pri stacionarnim radnim uslovima rade u EHD režimu podmazivanja, pri nestacionarnim radnim uslovima

sigurno dolazi do porasta radne temperature i opadanja viskoznosti maziva pri čemu se smanjuje debljina mazivog sloja i dolazi do prelaska u režim mešovito podmazivanja. Pošto je preporučeni indeks viskoznosti veći od 100, veoma je mala verovatnoća da elementi cikloreduktora uopšte rade u uslovima graničnog podmazivanja, osim možda u fazi pokretanja (ukoliko se podmazuju tečnim mazivima) i pri dugotrajnim preopterećenjima [13].

4.3.3 Određivanje koeficijenta trenja

U inženjerskoj praksi se trenutna vrednost koeficijenta trenja μ (-) u odgovarajućem kontaktu najčešće procenjuje korišćenjem empirijsko-matematičkih modela. Većina ovih modela može se zapisati u opštoj formi [110]:

$$\mu = (v_m, \eta_m, v_s, v_\Sigma, \rho_{ek}, F_N, p_{Hmax}, R_a, \dots) \quad (4.65)$$

gde su: v_m – kinematska viskoznost maziva (mm^2/s), v_s – brzina klizanja profila spregnutih kontaktnih površina (m/s), v_Σ – zbirna brzina kotrljanja profila spregnutih kontaktnih površina (m/s), ρ_{ek} – ekvivalentni radijus krivine (mm), F_N – normalno opterećenje (N), R_a – srednje aritmetičko odstupanje profila od srednje linije (μm), p_{max} – maksimalni površinski pritisak u kontaktu (MPa).

Međutim, tačnost ovog pristupa je ograničena odgovarajućim opsegom radnih uslova. Da bi se ukinula ova ograničenja, grupa istraživača je za procenu koeficijenta trenja uključila model termo-elastohidrodinamičkog podmazivanja (TEHL) [43,67,111] i numerički alat zasnovan na Računarskoj dinamici fluida (CFD) [112-113]. Na taj način, koeficijent trenja se izračunava direktno u zavisnosti od primenjenih radnih uslova, hrapavosti kontaktnih površina i karakteristika maziva. Međutim, modeliranje složenih triboloških procesa, itekako povećava složenost pristupa i vreme proračuna. Zbog toga se za stacionarne radne uslove uglavnom koriste srednje vrednosti koeficijenata trenja koje su utvrđene kombinovanjem teorijskih pretpostavki i eksperimentalnih ispitivanja. U tabeli 4.3 prikazane su najčešće korišćene srednje vrednosti koeficijenata trenja predložene od strane brojnih istraživača u ovoj oblasti.

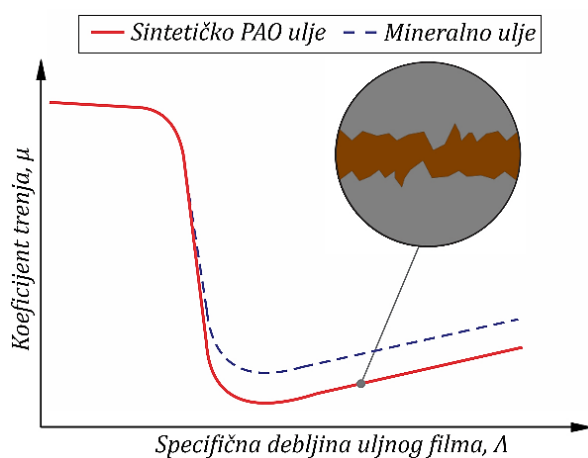
Tabela 4.3 Uporedni prikaz koeficijenata trenja

Istraživač	Koef.					
	Koef. trenja klizanja, (-)	Koef. trenja kotrljanja, (-)	Ulazan broj obrtaja, (min^{-1})	Obrtni moment, (Nm)	Prenosni odnos, (-)	Stepen iskorišćenja, (%)
Kudrjavcev [20]	0,07	-	960	28,3	11	86,5
Malhotra [22]	0 – 0,08	-	-	2,4	24	87-93
He [114]	0,01	-	-		165	90
Mačkić [48]	0,03	0,003	1420	27	13	94-95
Mihailidis [43]	0,024 – 0,039	-	1200 – 2400	20 – 40	20	81-84
Pham [44]	0,015	-	-	10-120	79	93-98

4.3.4 Uticaj vrste maziva na koeficijent trenja

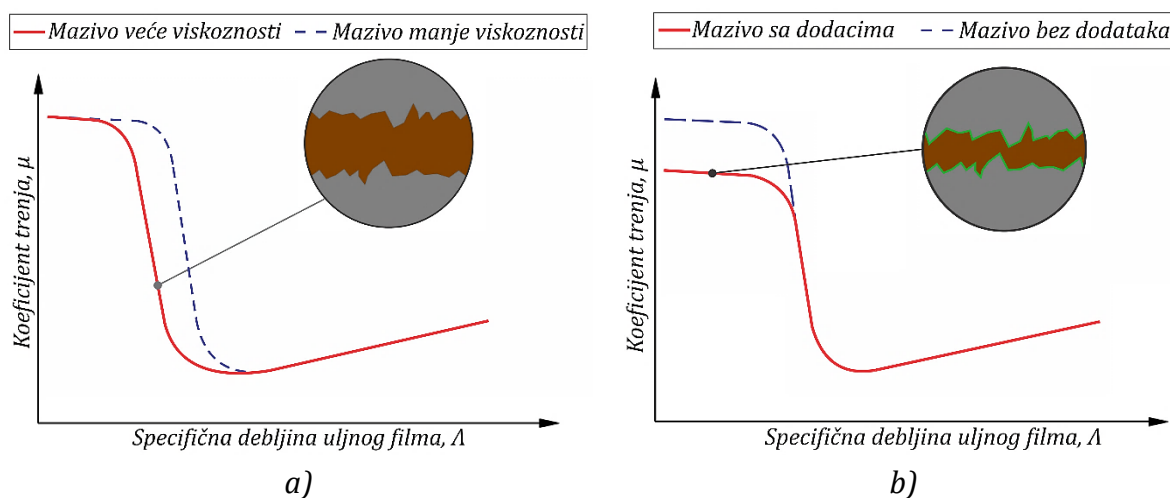
Srednja vrednost koeficijenta trenja varira u zavisnosti od vrste maziva, hrapavosti kontaktnih površina, stepena zaprljanosti maziva, radne temperature maziva, opterećenja, načina podmazivanja i sl.

Na slici 4.13 prikazana je Stribekova kriva za mineralno i sintetičko ulje polialfaolefin (PAO). Može se uočiti da primena sintetičkog ulja obezbeđuje manji koeficijent trenja u zoni mešovitog i elastohidrodinamičkog podmazivanja. Štaviše, najmanji koeficijent trenja postiže se primenom sintetičkog ulja polialkilenglikol (PAG). Ovde je jako važno napomenuti da se debljina uljnog filma linearno povećava sa povećanjem parametra Λ (-). Međutim, zavisnost koeficijenta trenja i parametra Λ (-) nije linearna. Sa stanovišta koeficijenta trenja, optimalno podmazivanje se ostvaruje pri vrednosti parametra Λ (-) koja odgovara tački minimuma Stribekove krive, odnosno EHD režimu podmazivanja [104].



Slika 4.13 Zavisnost koeficijenta trenja od vrste baznih ulja [104]

Dominantan uticaj na koeficijent trenja ima i viskoznost primenjenog maziva. Maziva veće viskoznosti omogućavaju stvaranje veće debljine uljnog filma, što dovodi do smanjenja zone graničnog podmazivanja, a time i do smanjenja koeficijenta trenja (slika 4.14a).



Slika 4.14 Zavisnost koeficijenta trenja od: a) viskoznosti primenjenog maziva; b) dodataka (aditiva i modifikatora trenja) [104]

Takođe, na smanjenje koeficijenta trenja u zoni graničnog podmazivanja mogu uticati aditivi i modifikatori trenja (slika 4.14b). Reč je o dodacima koji prijanjaju uz kontaktne površine, stvarajući barijere koje sprečavaju direktan dodir kontaktnih površina.

Na osnovu prethodno rečenog, primetno je da se optimalnom kombinacijom pomenutih uticajnih faktora može ostvariti višestruko smanjenje koeficijenta trenja u svim režimima podmazivanja.

4.3.5 Određivanje debljine uljnog filma

Određivanje minimalne i konstantne debljine uljnog filma u EHD režimu podmazivanja najčešće zahteva veliki broj numeričkih iteracija koje su prilično kompleksne. Stoga je nekoliko istraživača razvilo jednostavne empirijske izraze koji daju prihvatljive rezultate. Najveći doprinos dali su Doson (eng. *Dowson*), Higinson (eng. *Higginson*) [115], Moes (eng. *Moes*) kao i Tojoda (eng. *Toyoda*) [116] koji su izveli približne izraze za minimalnu i konstantnu debljinu uljnog filma između pravougaonih kontaktnih površina, a ti izrazi su eksperimentalno i potvrđeni za različita područja primene.

Minimalna debljina uljnog filma h_{min} (m) može se odrediti prema empirijskom izrazu Dosona i Higinsona [115,117]:

$$h_{min} = 2,65 \cdot \rho_{ek} \cdot 10^{-3} \cdot G^{0,54} \cdot U^{0,7} \cdot W^{-0,13} \quad (4.66)$$

gde su: G – parametar elastičnosti (-); U – parametar brzine (-); W – parametar opterećenja (-).

Parametar elastičnosti G se određuje prema izrazu:

$$G = \alpha_p \cdot E_{ek} \cdot 10^{-6} \quad (4.67)$$

gde su: E_{ek} – ekvivalentni modul elastičnosti (MPa); α_p – koeficijent koji zavisi od odnosa viskoznost - pritisak tečnog maziva (Pa^{-1}). Njegova vrednost se za najčešće korišćene vrste reduktorskih maziva kreće oko $14,5 \cdot 10^{-9}$ (Pa^{-1}) [118].

Parametar brzine U (-) se izračunava na osnovu izraza:

$$U = \frac{\eta_m \cdot v_{sr}}{2 \cdot \rho_{ek} \cdot 10^{-3} \cdot E_{ek}} \quad (4.68)$$

gde su: η_m – dinamička viskoznost maziva na radnoj temperaturi ($\text{Pa} \cdot \text{s}$); ρ_{ek} – ekvivalentni radijus krivine (mm); v_{sr} – srednja obimna brzina (brzina uvlačenja maziva) koja se određuje na osnovu izraza $v_{sr} = 0,5 \cdot (v_1 \pm v_2)$ [119] ili kao $v_{sr} = v_{\Sigma}/2$ [118] (m/s) pri čemu su v_1 i v_2 obimne brzine elemenata u kontaktu, a v_{Σ} je ukupna brzina kotrljanja.

Parametar opterećenja W (-) određuje se prema izrazu:

$$W = \frac{F_N(\beta)}{l_k \cdot \rho_{ek} \cdot 10^{-3} \cdot E_{ek}} \quad (4.69)$$

Konstantna debljina uljnog filma h_c (m) prema Dosonu i Tojodi može se izračunati na sledeći način [115]:

$$h_c = 3,06 \cdot \rho_{ek} \cdot 10^{-3} \cdot G^{0,56} \cdot U^{0,69} \cdot W^{-0,1} \quad (4.70)$$

Za tačno određivanje parametra brzine U (-), potrebno je poznavati dinamičku i kinematsku viskoznost maziva na radnoj temperaturi. Dinamička viskoznost maziva na radnoj temperaturi η_m (Pa · s) se može proceniti prema izrazu:

$$\eta_m = 10^{-6} \cdot \nu_m \cdot \rho_m \quad (4.71)$$

gde su: ν_m – kinematska viskoznost maziva na radnoj temperaturi (mm²/s), ρ_m – gustina maziva na radnoj temperaturi (kg/m³).

Kinematska viskoznost maziva ν_m (mm²/s) za opseg radnih temperatura t_{lub} između 0,1°C i 100°C se može proceniti ukoliko je poznata kinematska viskoznost maziva na temperaturi 40°C i kinematska viskoznost maziva na temperaturi 100°C [119].

$$\nu_m = 10^C - 0,7 \quad (4.72)$$

gde su:

$$C = 10^{A \cdot \log(t_{lub} + 273) + B} \quad (4.73)$$

$$A = -13,129 \cdot \log\left(\frac{\log(\nu_{40} + 0,7)}{\log(\nu_{100} + 0,7)}\right) \quad (4.74)$$

$$B = \log(\log(\nu_{40} + 0,7)) - 2,496 \cdot A \quad (4.75)$$

Gustina maziva ρ_m (kg/m³) na radnoj temperaturi može se proceniti na osnovu izraza [120]:

$$\rho_m = \rho_{15} + \alpha_{p,15} \cdot (15 - t_{lub}) \quad (4.76)$$

gde su: ρ_{15} – gustina maziva na temperaturi 15°C (kg/m³); $\alpha_{p,15}$ – koeficijent koji zavisi od gustine maziva na temperaturi 15°C (-), ($\alpha_{p,15} = 0,65$ za $831 < \rho_{15} < 950$; $\alpha_{p,15} = 0,60$ za $951 < \rho_{15} < 1000$) [120].

Ako se pažljivo analizira izraz (4.68), lako se može uočiti da je za određivanje parametra brzine U (-) takođe potreban proračun ukupnih brzina kotrljanja u zoni odgovarajućih kontakata.

Za određivanje ukupne brzine kotrljanja u zoni kontakata zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka $v_{\Sigma G1}(\beta)$ (m/s), kao i ukupne brzine kotrljanja u zoni kontakata izlaznih valjaka i kružnih otvora u ciklozupčaniku $v_{\Sigma G2}$ (m/s), mogu se primeniti izrazi koje je definisao Mihailidis [121]:

$$v_{\Sigma G1}(\beta) = \omega_{ul} \cdot \cos(\delta_i(\beta) + \gamma_i(\beta)) \cdot \left[-e + 2 \cdot \frac{r_{RW} \cdot 0,5D_0}{r_{MiW}(\beta)} \right] \cdot 10^{-3} + \omega_3 \cdot r_{Ni}(\beta) \cdot \sin \psi_{Ni}(\beta) \cdot 10^{-3} \quad (4.77)$$

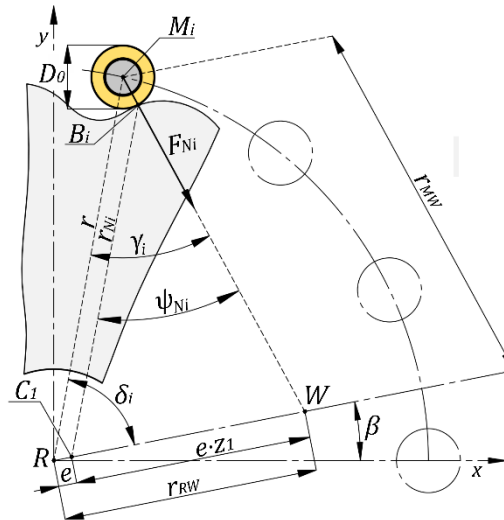
$$v_{\Sigma G2} = \omega_{ul} \cdot \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{D_{ocz} + D_{VK}}{2} \cdot 10^{-3} \quad (4.78)$$

gde su: ω_{ul} – ugaona brzina ulaznog vratila (s^{-1}); $\delta_i(\beta)$ – ugao između pravca dejstva normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i pravca $\overline{RW}$ ($^\circ$); $\gamma_i(\beta)$ – ugao između pravca dejstva normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i pravca $\overline{M_iW}$ ($^\circ$); $\psi_{Ni}(\beta)$ – ugao između pravca dejstva normalne kontaktne sile i -tog centralnog valjka i pravca r_{Ni} ($^\circ$); r_{RW} – rastojanje između trenutnog pola obrtanja W i centralne ose ciklozupčanika, $r_{RW} = (z + 1) \cdot e$ (mm); $r_{M_iW}(\beta)$ – rastojanje između trenutnog pola obrtanja W i centra i -og centralnog valjka (mm); $r_{Ni}(\beta)$ – rastojanje između kontaktne površine i -tog centralnog valjka i centralne ose ciklozupčanika (mm); D_0 – prečnik centralnih valjaka (mm); D_{ocz} – prečnik otvora u ciklozupčaniku (mm); D_{VK} – prečnik izlaznih valjaka (mm).

Detaljan postupak za izračunavanje rastojanja $r_{M_iW}(\beta)$ (mm) sa slike 4.15, je opisan u referenci [77]. Konačan izraz glasi:

$$r_{M_iW}(\beta) = \sqrt{(x_{Mi} - x_W(\beta))^2 + (y_{Mi} - y_W(\beta))^2} \quad (4.79)$$

gde su: x_{Mi} , y_{Mi} – koordinate centra i -tog centralnog valjka M_i (mm); $x_W(\beta)$, $y_W(\beta)$ – koordinate trenutnog pola obrtanja W (mm).



Slika 4.15 Određivanje ukupne brzine kotrljanja u zoni kontakta zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka

Za određivanje ukupne brzine kotrljanja u zoni kontakta kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i centralnog otvora ciklozupčanika, kao i u zoni kontakta kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i ekscentar čaure koristi se matematički model koji je razvijen na osnovu kinematske analize ležaja ciklozupčanika (slika 4.16). Ovde treba naglasiti da je reč o valjkastom ležaju u kome kotrljajne staze rotiraju u suprotnim smerovima, različitim ugaonim brzinama.

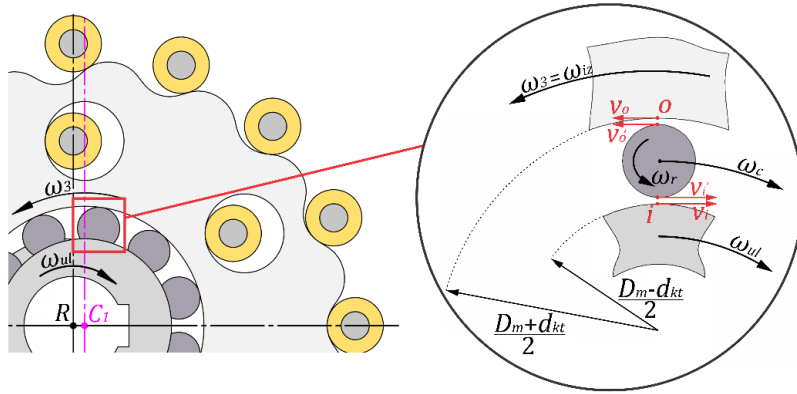
Brzine tačaka na kontaktnoj liniji između kotrljajnog tela i unutrašnje staze kotrljanja v_i (m/s), kao i na kontaktnoj liniji između kotrljajnog tela i spoljašnje staze kotrljanja v_o (m/s), mogu se izraziti pomoću ugaone brzine ekscentar čaure (ugaone

brzine ulaznog vratila) ω_{ul} (s^{-1}), odnosno ugaone brzine ciklozupčanika ω_3 (s^{-1}), kao i odgovarajućih poluprečnika kontaktnih kružnica.

$$v_i = \frac{D_m - d_{kt}}{2} \cdot \omega_{ul} \quad (4.80)$$

$$v_o = \frac{D_m + d_{kt}}{2} \cdot \omega_3 \quad (4.81)$$

gde su: D_m – srednji prečnik ležaja, $D_m = (D_{CZ} + d_{CZ})/2$ (mm); D_{CZ} – spoljašnji prečnik ležaja ciklozupčanika (mm); d_{CZ} – unutrašnji prečnik ležaja ciklozupčanika (mm); d_{kt} – prečnik kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika (mm).



Slika 4.16 Kinematska analiza ležaja ciklozupčanika

Takođe, brzine v'_i (m/s) i v'_o (m/s) se mogu izraziti i pomoću ugaone brzine kotrljajnog tela ω_r (s^{-1}) i kaveza ω_c (s^{-1}), kao i odgovarajućih poluprečnika kontaktnih kružnica.

$$v'_i = \frac{d_{kt}}{2} \cdot \omega_r + \frac{D_m - d_{kt}}{2} \cdot \omega_c \quad (4.82)$$

$$v'_o = \frac{d_{kt}}{2} \cdot \omega_r - \frac{D_m + d_{kt}}{2} \cdot \omega_c \quad (4.83)$$

Ako se usvoji pretpostavka da u tačkama dodira kotrljajnih staza i kotrljajnih tela nema klizanja, brzine tačaka na osi kotrljajnog tela v_c (m/s), a samim tim i brzine tačaka na osi kaveza koji pridržava kotrljajna tela, moraju biti jednake aritmetičkoj sredini brzina na unutrašnjoj i spoljašnjoj stazi kotrljanja [122], tj.:

$$v_c = \frac{v_i - v_o}{2} \quad (4.84)$$

Sa druge strane, brzine tačaka na osi kaveza v_c (m/s) mogu se odrediti pomoću ugaone brzine kaveza ω_c (s^{-1}) i poluprečnika kaveza $D_m/2$ (mm):

$$v_c = \frac{D_m}{2} \cdot \omega_c \quad (4.85)$$

Pošto je reč o istoj brzini, izrazi (4.84) i (4.85) se mogu izjednačiti:

$$\frac{D_m}{2} \cdot \omega_c = \frac{v_i - v_o}{2} \quad (4.86)$$

Ako se sada izrazi (4.80) i (4.81) zamene u (4.86) dobija se da je ugaona brzina kaveza ω_c (s^{-1}) jednaka:

$$\omega_c = \frac{\omega_{ul}}{2} \cdot \left(1 - \frac{d_{kt}}{D_m}\right) - \frac{\omega_3}{2} \cdot \left(1 + \frac{d_{kt}}{D_m}\right) \quad (4.87)$$

Ukupna brzina kotrljanja u zoni kontakta kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i centralnog otvora ciklozupčanika $v_{\Sigma Bi}(\beta)$ (m/s), kao i ukupna brzina kotrljanja u zoni kontakta kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i ekscentar čaure $v_{\Sigma Bo}(\beta)$ (m/s) može se odrediti kao:

$$v_{\Sigma Bi}(\beta) = \frac{D_m - d_{kt}}{2} \cdot (\omega_{ul} + \omega_c) \cdot 10^{-3} + \frac{d_{kt}}{2} \cdot \omega_r \cdot 10^{-3} \quad (4.88)$$

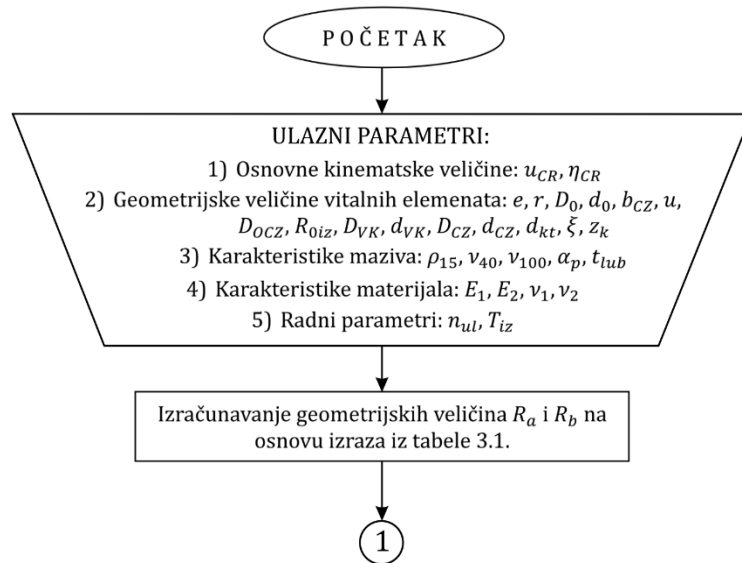
$$v_{\Sigma Bo}(\beta) = \frac{D_m + d_{kt}}{2} \cdot (\omega_3 - \omega_c) \cdot 10^{-3} + \frac{d_{kt}}{2} \cdot \omega_r \cdot 10^{-3} \quad (4.89)$$

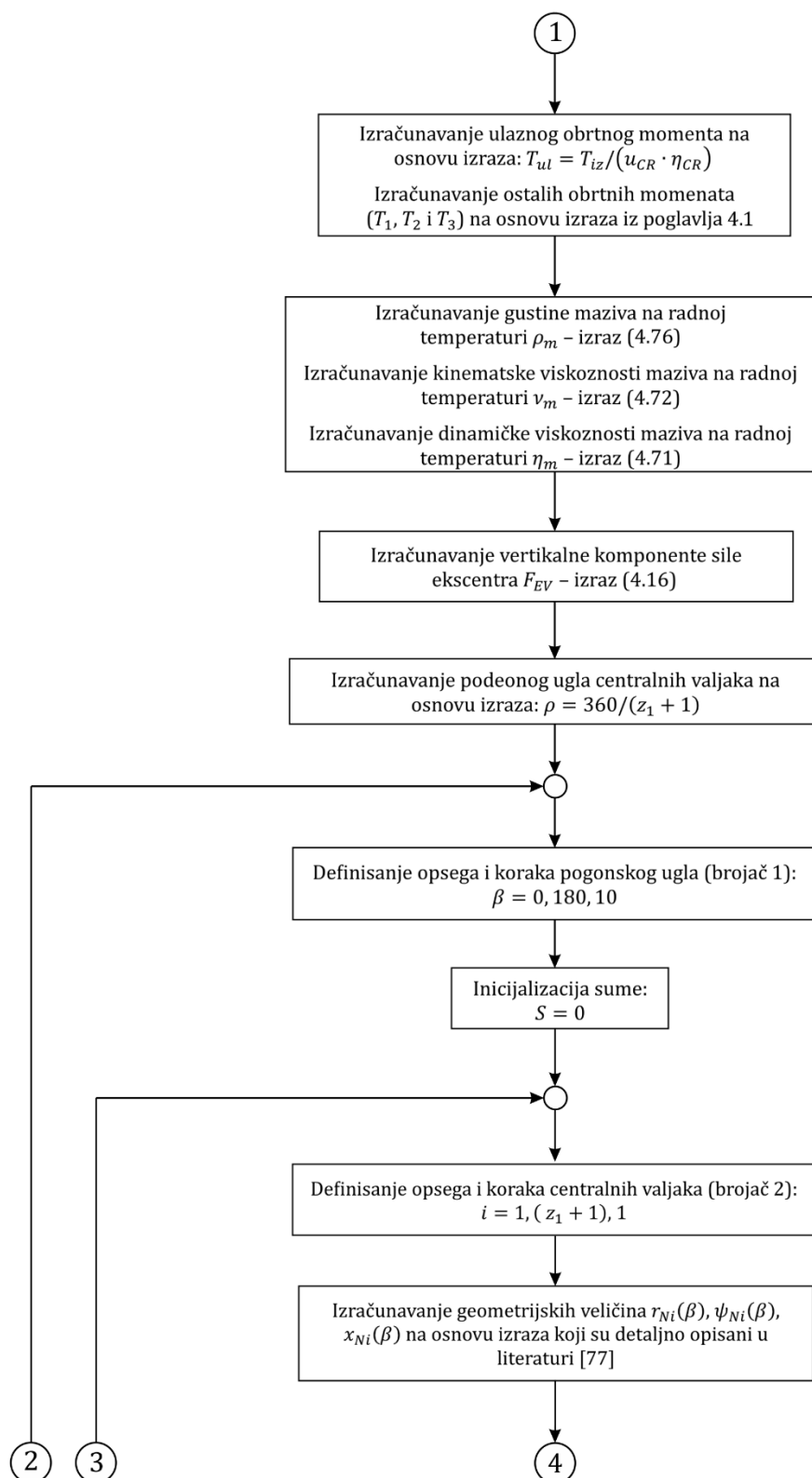
Ugaona brzina kotrljajnog tela ω_r (s^{-1}) određuje se prema izrazu:

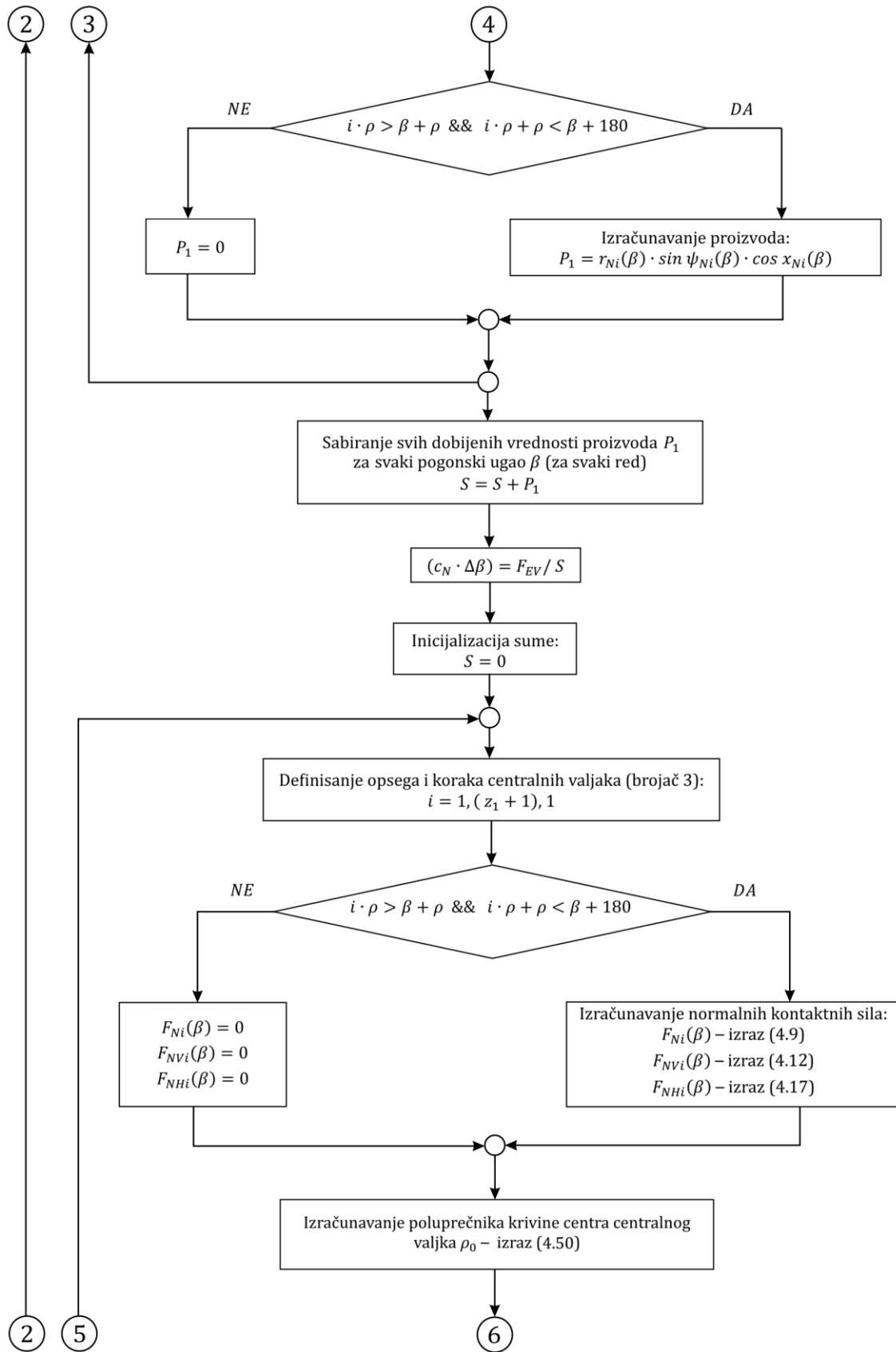
$$\omega_r = \frac{D_m - d_{kt}}{2} \cdot (\omega_{ul} - \omega_c) \quad (4.90)$$

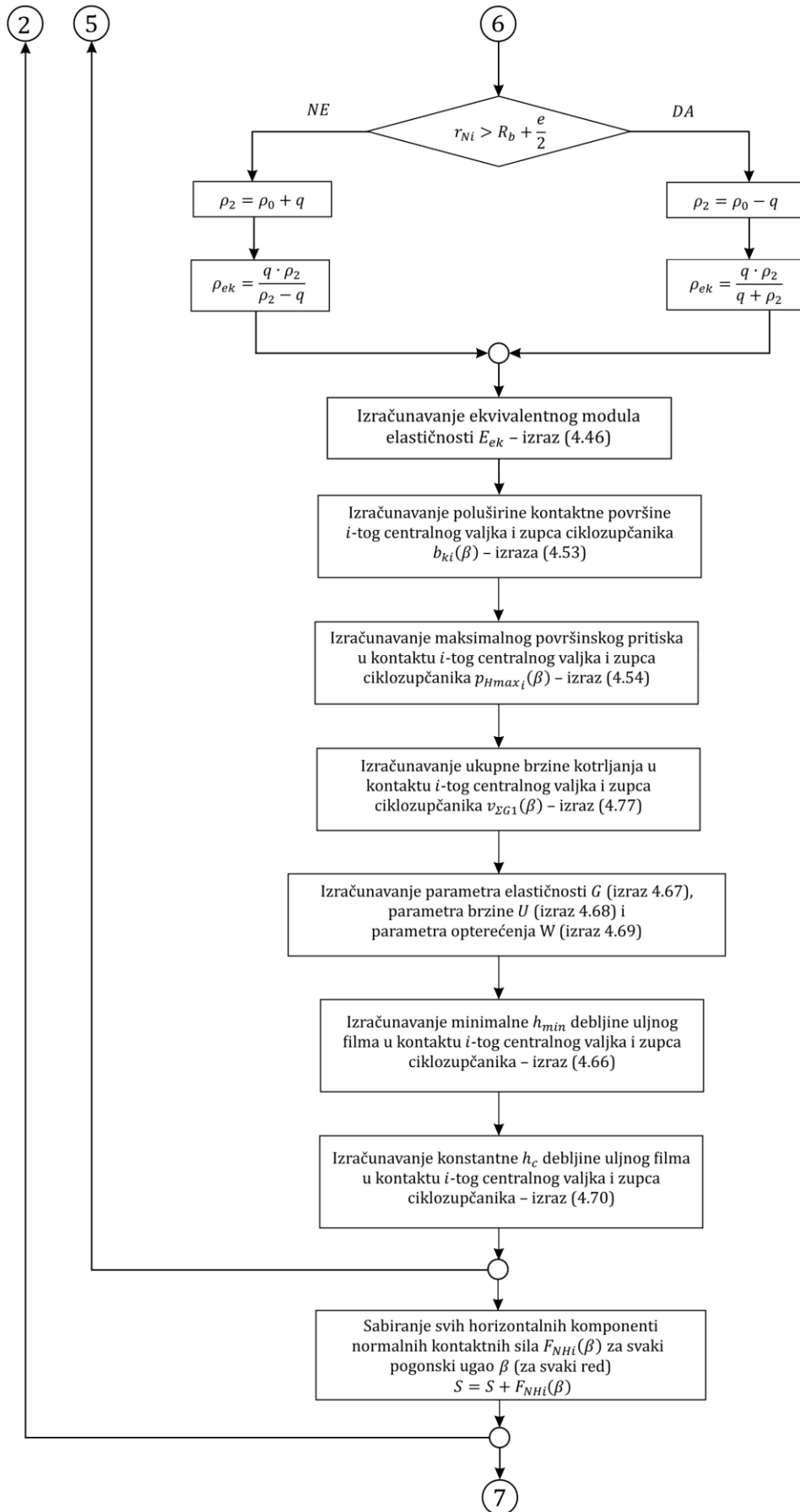
4.4 Algoritam za kontaktanu analizu

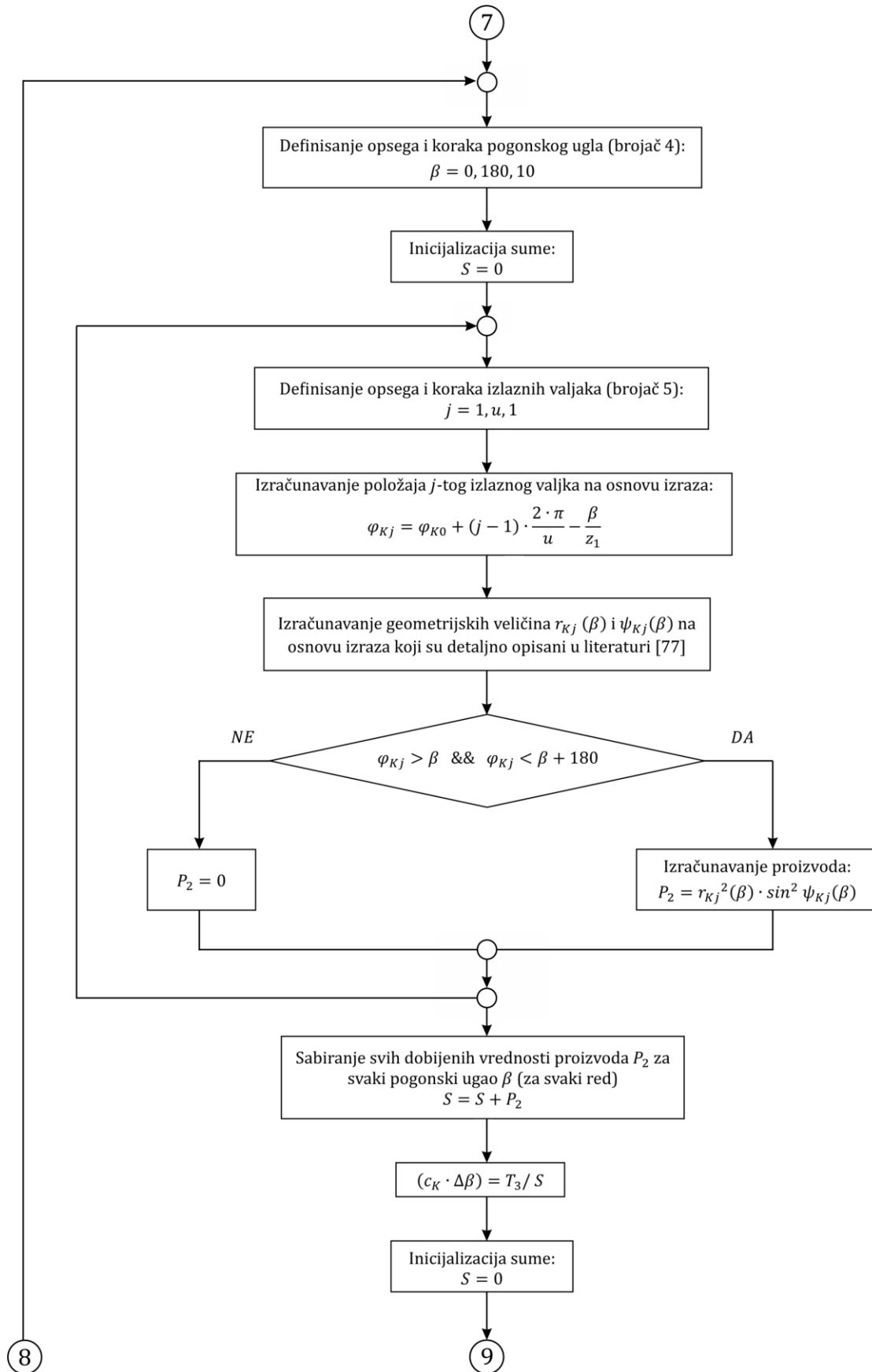
Budući da kod cikloreduktora postoji veliki broj kontaktnih zona i da su vrednosti kontaktnih sila vremenski zavisne od ugla zaokretanja ciklozupčanika, rešavanje predstavljenih matematičkih modela je nezamislivo bez sveobuhvatne primene računara i odgovarajućih softvera, pogotovo što u obzir treba uzeti i uticaj korigovanja profila ciklozupčanika (ekvidistante skraćene epitrohoide), kontaktne deformacije i ostale uticajne parametare. Iz tog razloga su svi analitički proračuni realizovani u softverskom okruženju *Matlab 2017*. Algoritam koji opisuje tok proračuna, prikazan je na slici 4.17.

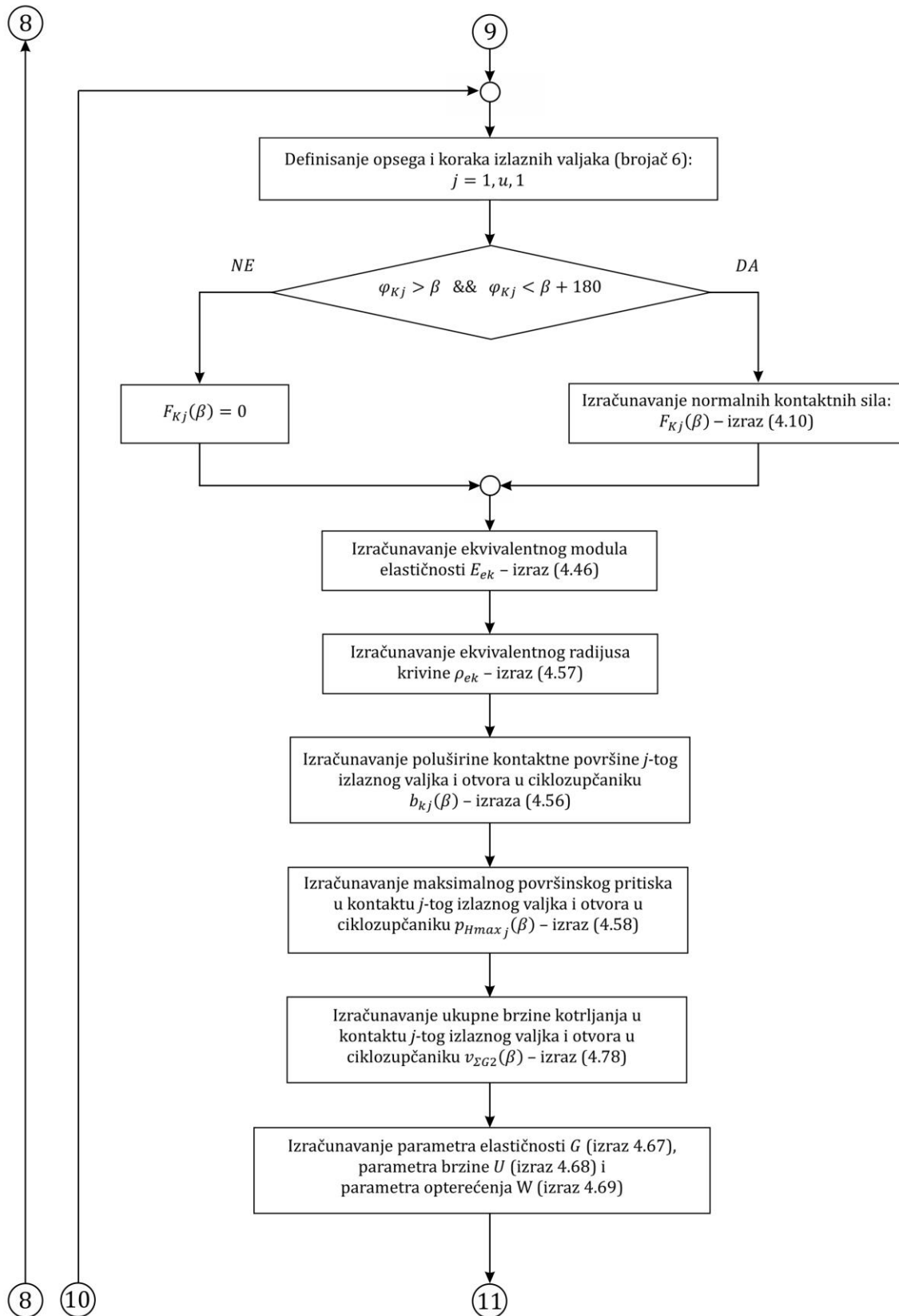


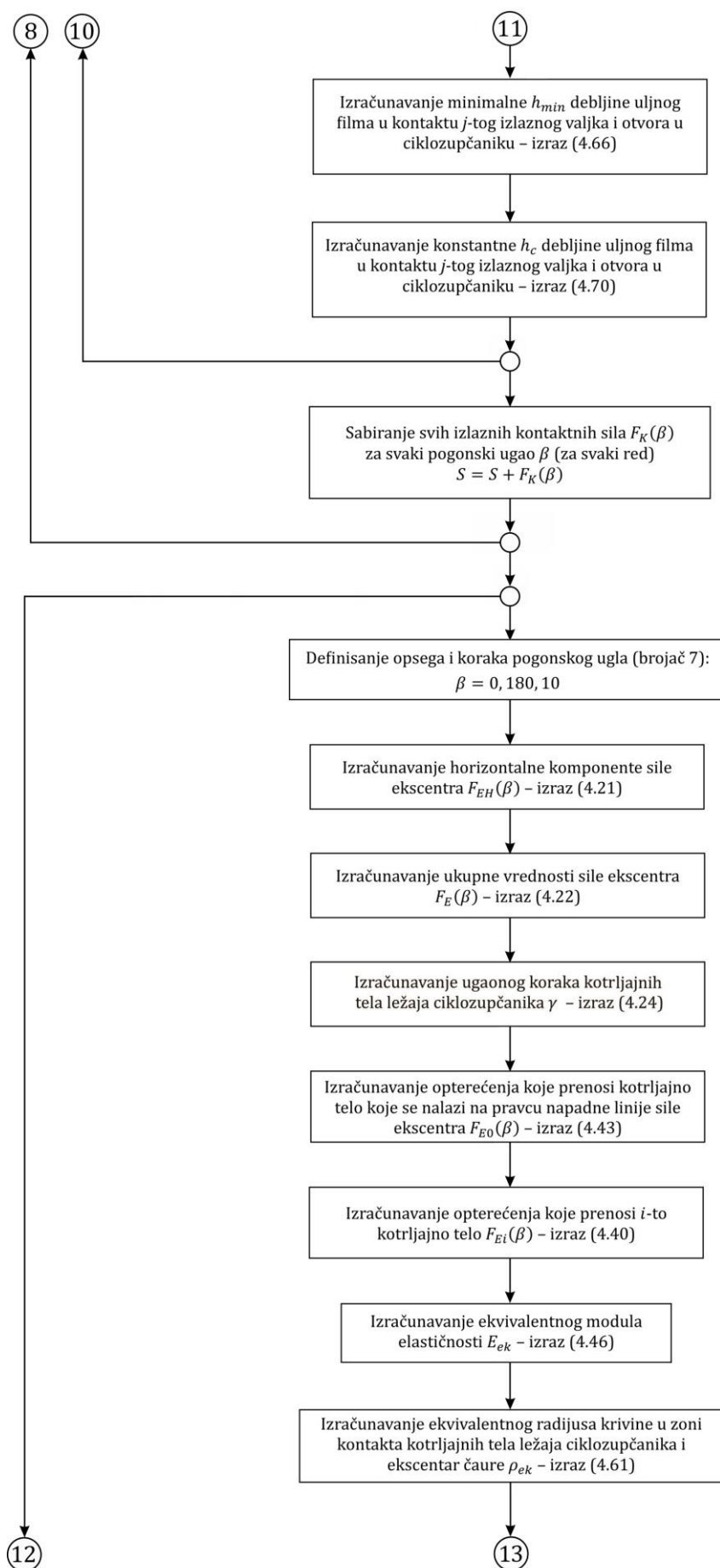


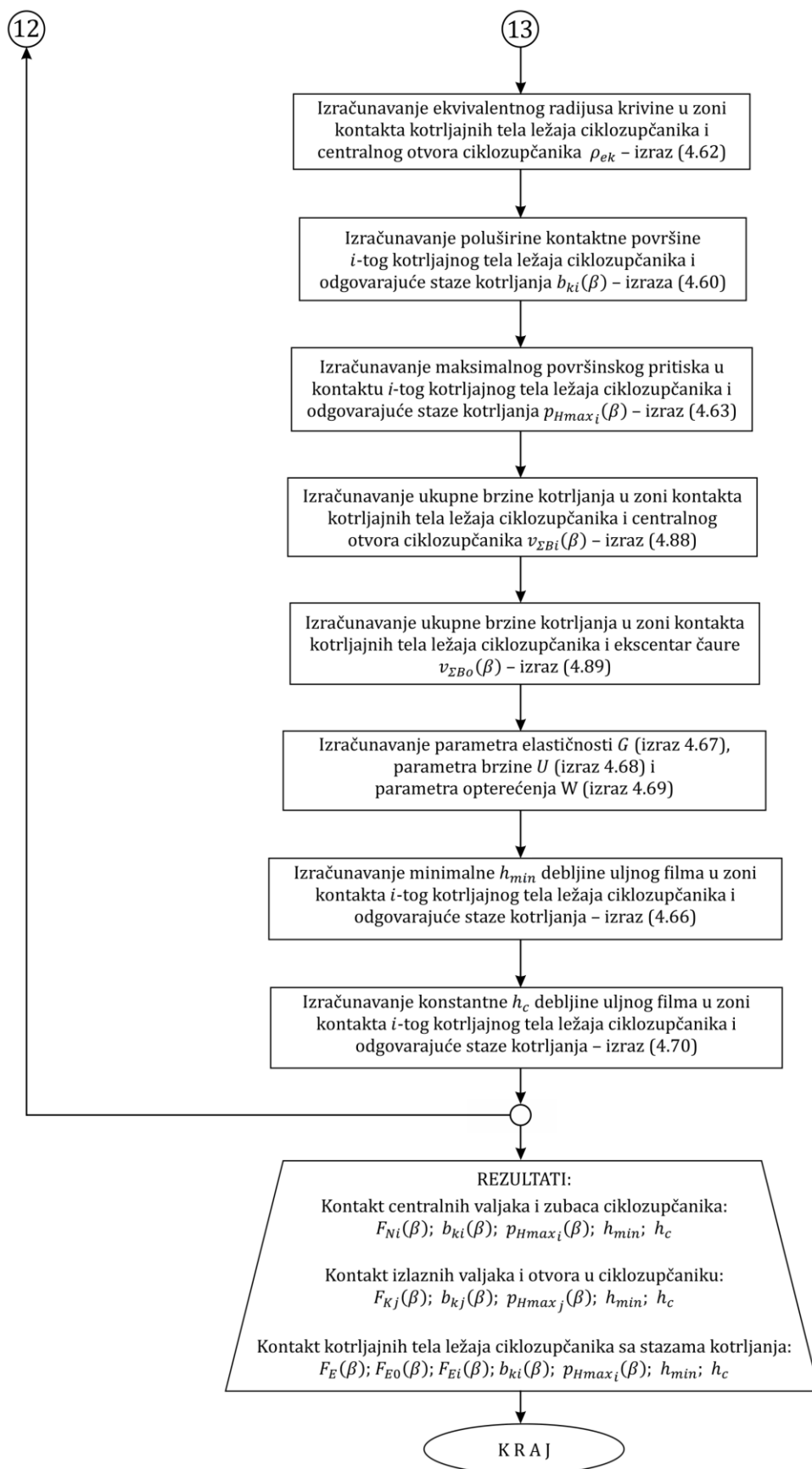












Slika 4.17 Algoritam za kontaktnu analizu

5. GUBICI SNAGE I STEPEN ISKORIŠĆENJA CIKLOREDUKTORA

Ključni deo u istraživanju termičke stabilnosti cikloreduktora jeste određivanje parcijalnih gubitaka snage, odnosno intenziteta termičkih izvora koji nastaju u zoni odgovarajućih kontakata, kao i određivanje ukupnog stepena iskorišćenja.

Analitičko određivanje stepena iskorišćenja se može ostvariti primenom različitih matematičkih modela. Svaki model ima svoje karakteristike, kako u metodološkom pristupu, tako i u uzimanju ili neuzimanju u obzir odgovarajućih gubitaka snage. U ovom poglavlju će biti predstavljen kratak pregled najpoznatijih i najprihvatljivijih matematičkih modela za procenu vrednosti stepena iskorišćenja, kao i kritički osvrt na njihove osnovne specifičnosti. To se pre svega odnosi na model Kudrjavceva, model Malhotre i Paramešvarana, kao i model Nimana (nem. *Niemann*) i Vintera (nem. *Winter*) koji se uz određenu analogiju i prilagođavanje može primeniti i na cikloreduktore. Posebna pažnja u okviru ovog poglavlja će biti posvećena definisanju matematičkih modela za procenu vrednosti parcijalnih gubitaka snage.

5.1 Matematički modeli za predviđanje vrednosti stepena iskorišćenja

Postojeći modeli za procenu vrednosti stepena iskorišćenja razvijeni su na osnovu već pomenutih specifičnosti cikloreduktora. To je jedan od glavnih razloga zbog čega se ne mogu primenjivati za druge prenosnike snage, s obzirom da se konstrukcija, struktura i geometrija vitalnih elemenata značajno razlikuju. Štaviše, istraživanja su pokazala da postoje određena odstupanja u rezultatima modela usled razlika u metodološkom pristupu, pojednostavljenja koja isključuju opis složenih triboloških procesa i ne uzimanja u obzir određenih gubitaka snage [123].

Prema **modelu Kudrjavceva** [20], stepen iskorišćenja cikloreduktora η_{CR} (-) se određuje prema sledećem izrazu:

$$\eta_{CR} = \frac{1 - \psi}{1 + z_1 \cdot \psi} \quad (5.1)$$

gde su: z_1 – broj zubaca ciklozupčanika (-); ψ – ukupni koeficijent gubitaka snage (-).

Ukupni koeficijent gubitaka snage ψ (-) određuje se kao zbir pojedinačnih koeficijenata gubitaka snage usled trenja: između centralnih valjaka i njihovih osovinica, između izlaznih valjaka i njihovih osovinica, u ležaju ciklozupčanika. Detaljna metodologija proračuna ukupnog koeficijenta gubitka snage po ovom modelu opisana je u literaturi [40]. Konačan izraz može se napisati u sledećem obliku:

$$\psi = \frac{K_3 \cdot \mu_0}{z_2} + \frac{4 \cdot e \cdot \mu_{VK}}{\pi \cdot R_{Oiz}} + 1,625 \cdot \frac{f_r}{r_1} \cdot \left(1 + \frac{d_{CZ}}{d_{kt}}\right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{4}{\pi} \cdot \frac{r_1}{R_{Oiz}} - K_y\right)^2} \quad (5.2)$$

gde su: K_3 , K_y – faktori koji zavise od koeficijenta korigovanja profila zupca ciklozupčanika (-); z_2 – broj centralnih valjaka (-); e – veličina ekscentriciteta (mm); R_{Oiz} – poluprečnik kružnice po kome su raspoređeni otvori na ciklozupčaniku (mm); d_{CZ} – unutrašnji prečnik ležaja ciklozupčanika (mm); d_{kt} – prečnik kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika (mm); r_1 – poluprečnik nepokretne kružnice (mm); f_{rCZ} – koeficijent otpora kotrljanja ležaja ciklozupčanika (mm); μ_0 – koeficijent trenja između centralnih valjaka i osovinica; μ_{VK} – koeficijent trenja između izlaznih valjaka i osovinica.

Detaljnijom analizom izraza (5.2), može se primetiti da je model Kudrjavceva relativno jednostavan i lako primenljiv, jer uzima u obzir samo geometrijske parametre i vrednosti koeficijenta trenja.

Još jedan veoma često korišćen model za određivanje stepena iskorišćenja cikloreduktora jeste **model Malhotre i Paramešvarana** [22]. On se bazira na određivanju ukupnog rada sile trenja u odgovarajućim kontaktima tokom jednog obrtaja ulaznog vratila. Prema ovom modelu, stepen iskorišćenja η_{CR} (-) se izračunava kao:

$$\eta_{CR} = \frac{T_{ul} \cdot 2\pi - W_f}{T_{ul} \cdot 2\pi} \quad (5.3)$$

gde su: T_{ul} – obrtni moment na ulaznom vratilu (Nmm); W_f – ukupni rad sile trenja (Nmm).

Ukupni rad sile trenja W_f (Nmm) obuhvata trenje: u ležaju ciklozupčanika, između zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka, između centralnih valjaka i njihovih osovinica, između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku i između izlaznih valjaka i njihovih osovinica. Detaljna metodologija proračuna ukupnog rada sile trenja po ovom modelu opisana je u literaturi, [40]. Konačni izraz koji se dobija integraljenjem elementarnih radova dW_{fi} za jedan obrt ulaznog vratila, može se napisati u sledećem obliku:

$$W_f = \frac{f_{rcz} \cdot D_m \cdot z_1}{d_{kt}} \int_0^{\frac{2\pi}{z_1}} F_E(\beta) \cdot d\beta + z_1 \cdot \left(f_{rVK} + \frac{\mu_{VK} \cdot d_{VK}}{2} \right) \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{z_1}} \sum_{j=1}^q F_{Kj}(\beta) \cdot d\beta + \\ + (z_1 + 1) \cdot \left(f_{r0} + \frac{\mu_0 \cdot d_0}{2} \right) \cdot \int_0^{\frac{2\pi}{z_1}} \sum_{i=1}^p F_{Ni}(\beta) \cdot d\beta \quad (5.4)$$

gde su: $F_{Ni}(\beta)$ – normalna kontaktna sila na trenutnoj površini dodira zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka (N); $F_{Kj}(\beta)$ – izlazna kontaktna sila na trenutnoj površini dodira izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku (N); $F_E(\beta)$ – sila ekscentra (N); f_{r0} – koeficijent otpora kotrljanja centralnih valjaka (mm); f_{rVK} – koeficijent otpora kotrljanja izlaznih valjaka (mm); D_m – srednji prečnik ležaja ciklozupčanika (mm); d_0 – prečnik centralnih osovinica (mm); d_{VK} – prečnik izlaznih osovinica (mm); p – trenutni broj centralnih valjaka koji su u kontaktu sa zupcima jednog ciklozupčanika i prenose opterećenje (-); q – trenutni broj izlaznih valjaka koji su u kontaktu sa otvorima jednog ciklozupčanika i prenose opterećenje (-).

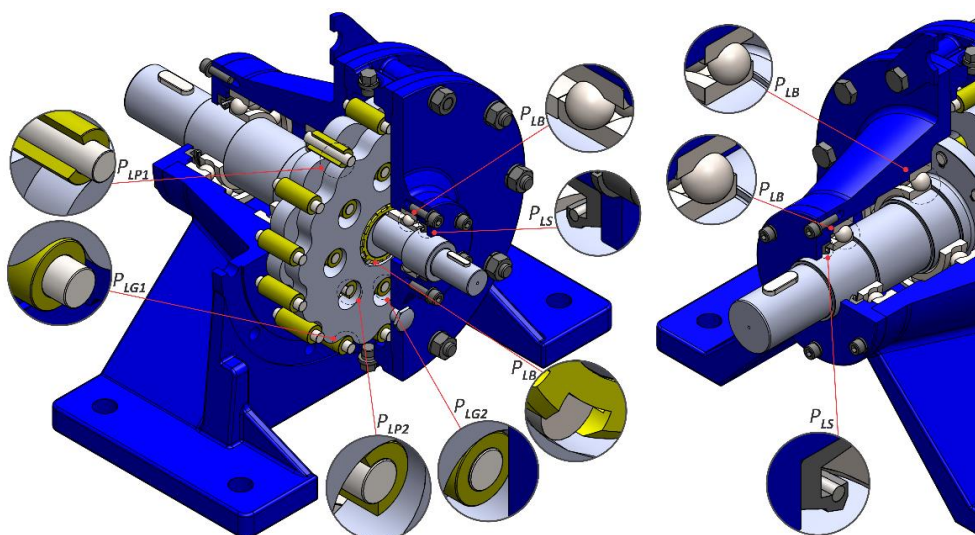
Analizom izraza (5.4), može se primetiti da model Malhotre i Paramešvarana uključuje vremensku zavisnost kontaktnih sila od ugla zaokretanja ciklozupčanika. Međutim, osnovni nedostatak ovog modela je što ne uzima u obzir radove sile trenja u ostalim kontaktima (ležajima ulaznog i izlaznog vratila), kao i rad sile trenja koji potiče od interakcije maziva sa odgovarajućim elementima.

U savremenoj inženjerskoj praksi stepen iskorišćenja η_{CR} (-) zupčastih prenosnika snage najčešće se određuje prema **modelu Nimana i Vintera** [124]. Ovaj model se bazira na određivanju odnosa između korisne i uložene energije, pa je:

$$\eta_{CR} = \frac{P_{iz}}{P_{ul}} = \frac{P_{ul} - P_L}{P_{ul}} = 1 - \frac{P_L}{P_{ul}} < 1, \quad (5.5)$$

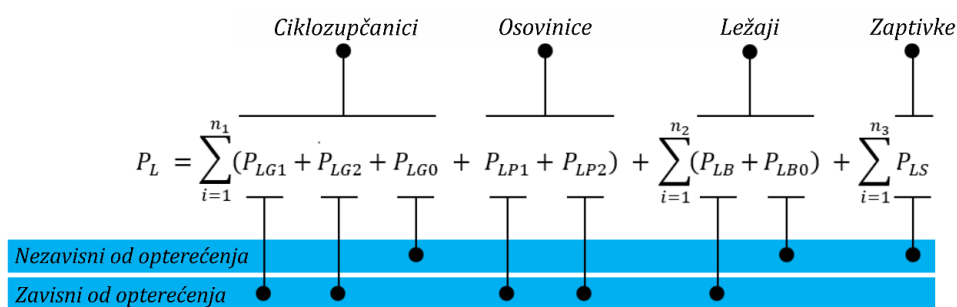
gde su: P_{ul} – ulazna snaga u cikloreduktor (W); P_{iz} – izlazna snaga iz cikloreduktora (W); P_L – ukupni gubitak snage (W).

Gubici snage u zupčastim prenosnicima u osnovi se mogu podeliti na one koji zavise od opterećenja i na one koji ne zavise od opterećenja (index L_0). Prvi su direktno proporcionalni obrtnom momentu, dok drugi ne zavise od istog. Međutim, veći obrtni moment podrazumeva veću radnu temperaturu. Pri većoj radnoj temperaturi, menjaju se svojstva maziva (gustina i viskoznost), što dovodi do neposrednog uticaja na gubitke snage koji ne zavise od opterećenja. Kada je reč o cikloreduktorima, to se pre svega odnosi na gubitke snage koji potiču od interakcije maziva sa ciklozupčanicom P_{LG0} i interakcije maziva sa elementima ležaja P_{LB0} . Dalja podela gubitaka snage može se napraviti prema kontaktima mehaničkih komponenata što je prikazano na Slici 5.1. Ovi gubici nastaju kao rezultat trenja između: ciklozupčanika i odgovarajućih valjaka (centralnih P_{LG1} i izlaznih P_{LG2}), osovinica i odgovarajućih valjaka (centralnih P_{LP1} i izlaznih P_{LP2}), elemenata odgovarajućih ležaja P_{LB} (ležaja ciklozupčanika, ležaja ulaznog i izlaznog vratila) i radijalnih zaptivača vratila P_{LS} .



Slika 5.1 Lokacije mehaničkih gubitaka snage

Ukupni gubitak snage u cikloreduktoru P_L (W) može se odrediti sabiranjem pojedinačnih gubitaka (zavisni i nezavisni od opterećenja) što je prikazano na Slici 5.2. Oznake sa slike su: n_1 – ukupni broj ciklozupčanika (-), n_2 – ukupni broj ležaja (-), n_3 – ukupni broj radijalnih zaptivača (-).



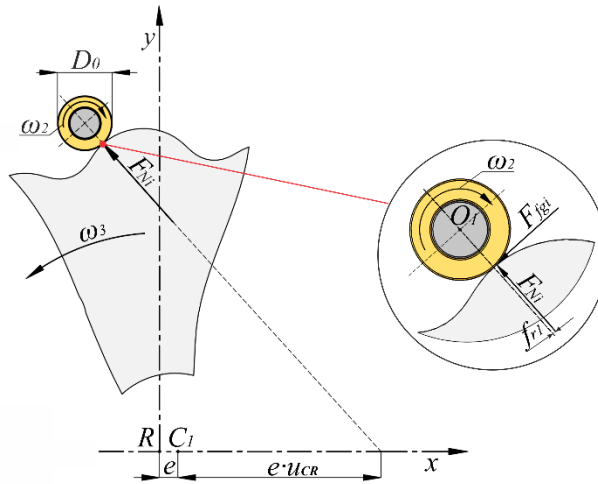
Slika 5.2 Ukupni gubici snage u cikloreduktoru

S obzirom da se dopunjavanjem matematičkog modela Nimana i Vintera uzima u obzir širi spektar uticajnih parametara, to ga čini optimalnim izborom za određivanje ukupnog stepena iskorišćenja i intenziteta termičkih izvora prilikom istraživanja termičke stabilnosti cikloreduktora.

5.2 Gubici snage ciklozupčanika zavisni od opterećenja

Gubici snage ciklozupčanika zavisni od opterećenja nastaju između zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka P_{LG1} , kao i između kružnih otvora u ciklozupčaniku i izlaznih valjaka P_{LG2} . Za njihovu procenu koristi se matematički model koji je razvijen na osnovu kinematske analize sprezanja ciklozupčanika sa odgovarajućim elementima i klasične kontaktne mehanike.

Na slici 5.3 prikazana je kontaktna sila $F_{Ni}(\beta)$ između zupca ciklozupčanika i i -tog centralnog valjka, kao i sila trenja $F_{f_{gi}}(\beta)$ koja se suprostavlja zaokretanju valjka. Pravac kontaktne sile $F_{Ni}(\beta)$ pomenen je od srednje linije kontaktne površine za odgovarajuću vrednost koeficijenta otpora kotrljanja f_{r1} . Pomeranje nastaje u smeru kotrljanja usled razlike između mehaničkog rada koji se troši na elastične deformacije na prednjoj strani kontakta i mehaničkog rada koji se troši na elastične deformacije na zadnjoj strani kontakta [109,125].



Slika 5.3 Kinematska analiza sprezanja ciklozupčanika sa centralnim valjcima

Ako se pažljivo analizira slika 5.3, lako se može uočiti da kontaktna sila $F_{Ni}(\beta)$ (N) u odnosu na osu koja prolazi kroz tačku O_1 obrazuje moment $M_{G1,i}(\beta)$ (Nm) koji se suprostavlja zaokretanju valjka (moment suprotnog smera). Ovaj moment se naziva moment trenja pri kotrljanju, a njegov intenzitet se izračunava prema sledećem izrazu:

$$M_{G1,i}(\beta) = F_{Ni}(\beta) \cdot f_{r1} \cdot 10^{-3} \quad (5.6)$$

gde je: f_{r1} – koeficijent otpora kotrljanja centralnih valjaka (mm).

U literaturi se veoma često za definisanje momenta trenja pri kotrljanju umesto koeficijenta otpora kotrljanja f_{r1} (mm) koristi koeficijent trenja kotrljanja μ_{r1} (-). Ova dva koeficijenta se međusobno razlikuju. Koeficijent trenja kotrljanja je bezdimenzionalan, a koeficijenta otpora kotrljanja ima dimenziju dužine. Njihova međusobna zavisnost data je sledećom relacijom:

$$f_{r1} = \mu_{r1} \cdot \frac{D_0}{2} \quad (5.7)$$

gde je: D_0 – prečnik centralnih valjaka (mm); μ_{r1} – koeficijent trenja kotrljanja u kontaktu ciklozupčanika i centralnih valjaka (-).

Gubitak snage između i -tog centralnog valjka i zupca jednog ciklozupčanika $P_{LG1,i}(\beta)$ (W), za odgovarajući pogonski ugao β , se može izračunati kao proizvod momenta trenja $M_{G1,i}(\beta)$ i ugaone brzine centralnih valjaka ω_2 (s⁻¹), odnosno:

$$P_{LG1,i}(\beta) = M_{G1,i}(\beta) \cdot \omega_2 = F_{Ni}(\beta) \cdot \mu_{r1} \cdot \frac{D_0}{2} \cdot 10^{-3} \cdot \omega_2 \quad (5.8)$$

Ugaona brzina centralnih valjaka ω_2 (s⁻¹) se izračunava prema sledećem izrazu:

$$\omega_2 = \frac{\omega_{ul}}{(z_1 + 1)} \quad (5.9)$$

gde su: ω_{ul} – ugaona brzina ulaznog vratila (s⁻¹); z_1 – broj zubaca ciklozupčanika (-).

Da bi se odredili ukupni gubici snage u kontaktu zubaca jednog ciklozupčanika i centralnih valjaka P_{LG1} (W) najpre je potrebno za svaki pogonski ugao β , koji se menja u intervalu od 0° do 180°, sabrati sve pojedinačne vrednosti $P_{LG1,i}(\beta)$ (kao što je dato u izrazu 5.10), a zatim je potrebno odrediti njihovu srednju vrednost za sve pogonske uglove β (kao što je dato u izrazu 5.11).

$$P_{LG1}(\beta) = \sum_{i=1}^{z_2} P_{LG1,i}(\beta) \quad (5.10)$$

$$P_{LG1} = \frac{1}{n_\beta} \cdot \sum_{i=1}^{n_\beta} P_{LG1}(\beta) \quad (5.11)$$

gde je: n_β – ukupni broj razmatranih pogonskih uglova (-). Ako se vrednost pogonskog ugla β kreće u intervalu od 0° do 180° sa korakom od 10° tada je $n_\beta = 19$.

Izraz za proračun gubitaka snage između kružnih otvora u ciklozupčaniku i izlaznih valjaka razvijen je korišćenjem istog metodološkog pristupa. Na slici 5.4 prikazana je kontaktne sile $F_{Kj}(\beta)$ između j -tog izlaznog valjka i otvora u ciklozupčaniku, kao i sile trenja $F_{fj}(\beta)$. Pravac dodira kontaktne sile $F_{Kj}(\beta)$ pomenen je od centra obrtne ose u smeru kotrljanja valjka za odgovarajuću vrednost koeficijenta otpora kotrljanja f_{r2} .

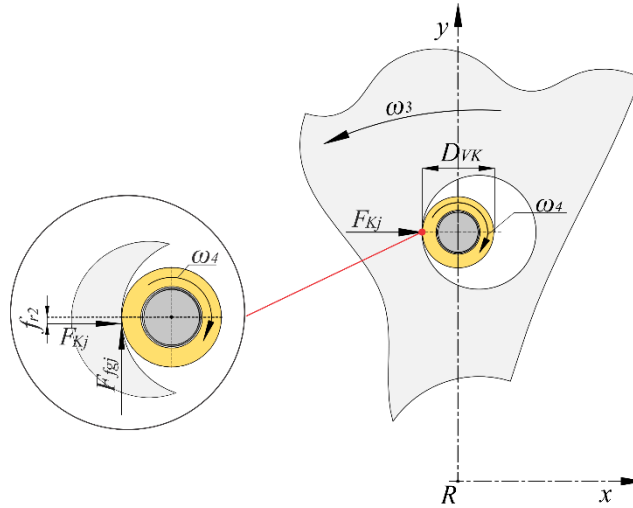
Moment trenja u j -tom kontaktu $M_{G2,j}(\beta)$ (Nm) može se izračunati kao proizvod izlazne kontaktne sile $F_{Kj}(\beta)$ (N) i koeficijenta otpora kotrljanja f_{r2} (mm):

$$M_{G2,j}(\beta) = F_{Kj}(\beta) \cdot f_{r2} \cdot 10^{-3} \quad (5.12)$$

Koeficijent otpora kotrljanja f_{r2} (mm) se definiše kao:

$$f_{r2} = \mu_{r2} \cdot \frac{D_{VK}}{2} \quad (5.13)$$

gde su: μ_{r2} – koeficijent trenja kotrljanja između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku (-); D_{VK} – prečnik izlaznih valjaka (mm).



Slika 5.4 Kinematska analiza sprezanja ciklozupčanika sa izlaznim valjcima

Gubitak snage između j -tog izlaznog valjka i kružnog otvora u ciklozupčaniku $P_{LG2,j}(\beta)$ (W), za odgovarajući pogonski ugao β , se može izračunati kao proizvod momenta trenja $M_{G2,j}(\beta)$ i ugaone brzine izlaznih valjaka ω_4 , odnosno:

$$P_{LG2,j}(\beta) = M_{G2,j}(\beta) \cdot \omega_4 = F_{Kj}(\beta) \cdot \mu_{r2} \cdot \frac{D_{VK}}{2} \cdot 10^{-3} \cdot \omega_4 \quad (5.14)$$

Ugaona brzina izlaznog valjka ω_4 (s⁻¹) se izračunava prema sledećem izrazu:

$$\omega_4 = \omega_{ul} \cdot \frac{z_2}{z_1} \quad (5.15)$$

Da bi se odredili ukupni gubici snage u ovom kontaktu najpre je potrebno za svaki pogonski ugao β , koji se menja u intervalu od 0° do 180°, sabrati sve pojedinačne vrednosti $P_{LG2,j}(\beta)$ (kao što je dato u izrazu 5.16), a zatim je potrebno odrediti njihovu srednju vrednost za sve pogonske uglove β (kao što je dato u izrazu 5.17).

$$P_{LG2}(\beta) = \sum_{j=1}^u P_{LG2,j}(\beta) \quad (5.16)$$

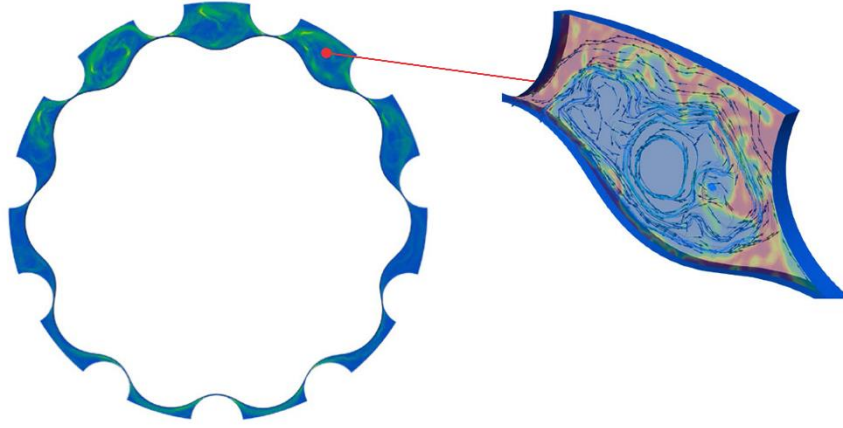
$$P_{LG2} = \frac{1}{n_\beta} \cdot \sum_{j=1}^{n_\beta} P_{LG2}(\beta) \quad (5.17)$$

5.3 Gubici snage ciklozupčanika nezavisni od opterećenja

U opštem slučaju, gubici snage usled interakcije odgovarajućih elemenata sa mazivom se mogu podeliti na gubitke pri mešanju, raspršivanju i istiskivanju. Kod cikloreduktora, prevladavajući su gubici koji nastaju pri istiskivanju, dok su gubici pri mešanju manje izraženi [112].

Određivanje gubitaka snage pri istiskivanju predstavljaju jedan od teško rešivih problema, kako za inženjersku praksu, tako i za nauku, s obzirom na to da podrazumeva sagledavanje strujnica pri prolazu kroz složeni geometrijski prostor. Reč je o haotičnom

strujanju koje uglavnom dovodi do formiranja vrtložnog toka sa nepravilnim, vremenski promenljivim i međusobno izmešanim strujnicama (slika 5.5). Da bi se ukinula ova ograničenja, grupa istraživača je za procenu ovog gubitka snage uključila numeričke metode (CFD) [126,127]. Međutim, eksperimentalna verifikacija ovog pristupa još uvek nije izvršena.



Slika 5.5 Strujnica maziva pri istiskivanju [126]

Sa druge strane, gubici snage pri mešanju nastaju u uslovima delimičnog potapanja, odnosno kada je prisutno razbacivanje maziva u slobodni prostor [127]. Mogu se proceniti empirijsko-matematičkim modelima Mauza (nem. *Mauz*) [128], Šanženea (fra. *Changenet*) [129-130] ili numeričkim metodama kao što je CFD analiza [112,131]. Budući da je strujanje maziva veoma složen fenomen, matematički modeli su primenljivi samo u ograničenom opsegu radnih uslova i uglavnom važe za cilindrične zupčanike. Mnogo pouzdaniji rezultati se mogu dobiti primenom numeričkih simulacija koje direktno uzimaju u obzir složene hidrodinamičke procese. Iako su tačnost i primenljivost ovih metoda superiorni, nedostatak je što je vreme proračuna veoma dugo. Iz tog razloga, u ovoj disertaciji je za približni proračun gubitaka snage pri mešanju korišćen matematički model Šanženea koji je uz odgovarajuću analogiju prilagođen cikloreduktorima (slika 5.6). Shodno tome, moment trenja usled zaokretanja ciklozupčanika kroz sredstvo za podmazivanje M_{G0} (Nm) može se izračunati na osnovu sledećeg izraza [129-130]:

$$M_{G0} = \frac{1}{2} \cdot \rho_m \cdot \omega_3^2 \cdot R_b^3 \cdot S_m \cdot C_m \quad (5.18)$$

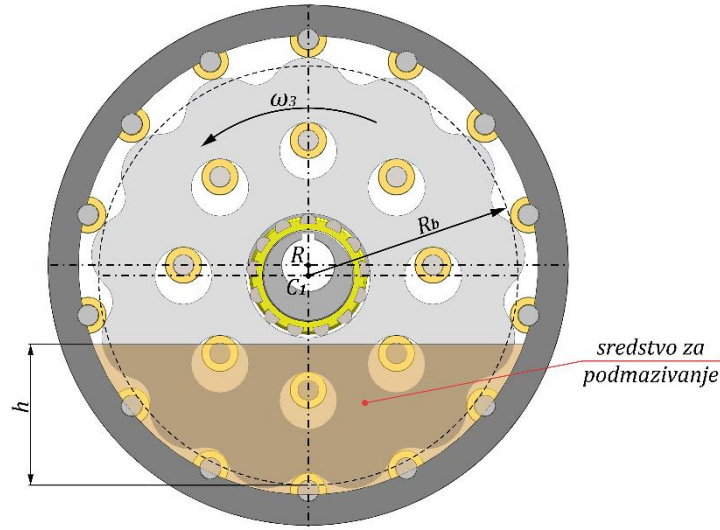
gde su: ρ_m – gustina maziva na radnoj temperaturi (kg/m^3); ω_3 – ugaona brzina ciklozupčanika (s^{-1}), pri čemu je $\omega_3 = \omega_{iz}$; S_m – potopljena površina ciklozupčanika (m^2); R_b – poluprečnik osnovne kružnice ciklozupčanika (m); C_m – koeficijent momenta trenja (-).

Koeficijent momenta trenja C_m (-) zavisi od režima strujanja prilikom interakcije maziva sa ciklozupčanicom. Može se izračunati na osnovu sledećih izraza [129-130]:

$$C_m = 1,366 \cdot \left(\frac{h_{CZ}}{2R_b}\right)^{0,45} \cdot \left(\frac{V_0}{8R_b^3}\right)^{0,1} \cdot F_r^{-0,6} \cdot R_e^{-0,21} \quad \frac{\omega_3 \cdot R_b \cdot b_{CZ} \cdot 10^{-3}}{v_m} < 6000 \quad (5.19)$$

$$C_m = 3,644 \cdot \left(\frac{h_{CZ}}{2R_b}\right)^{0,1} \cdot \left(\frac{V_0}{8R_b^3}\right)^{-0,35} \cdot F_r^{-0,88} \cdot \left(\frac{b}{2R_b}\right)^{0,85} \quad \frac{\omega_3 \cdot R_b \cdot b_{CZ} \cdot 10^{-3}}{v_m} > 9000 \quad (5.20)$$

gde su: b_{CZ} – širina ciklozupčanika (mm); ν_m – kinematska viskoznost maziva pri radnoj temperaturi (m^2/s); h_{CZ} – dubina potapanja ciklozupčanika (m); V_0 – zapremina sredstva za podmazivanje (m^3); F_r – Frudov broj (-); R_e – Reynoldsov broj (-).



Slika 5.6 Dubina potapanja ciklozupčanika

Frudov broj F_r (-) se određuje prema sledećem izrazu:

$$F_r = \frac{\omega_3^2 \cdot R_b}{g} \quad (5.21)$$

gde je: g – ubrzanje Zemljine teže (m/s^2).

Reynoldsov broj R_e (-) se određuje prema sledećem izrazu:

$$R_e = \frac{\omega_3 \cdot R_b^2}{\nu} \quad (5.22)$$

Konačno, izraz za izračunavanje gubitaka snage usled interakcije maziva sa ciklozupčanicom P_{LG0} (W) glasi:

$$P_{LG0} = \frac{1}{2} \cdot \rho_m \cdot \omega_3^3 \cdot R_b^3 \cdot S_m \cdot C_m \quad (5.23)$$

5.4 Gubici snage u osovinicama

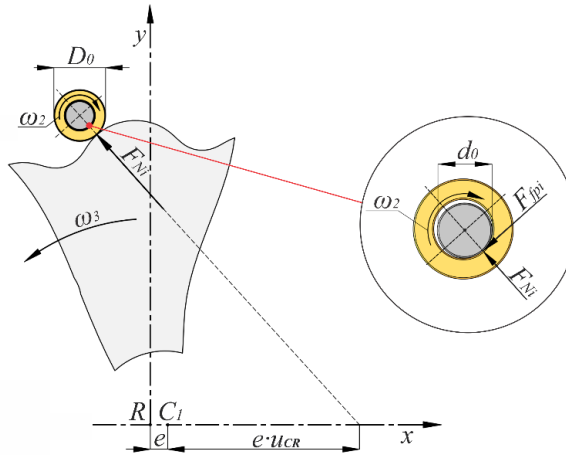
U klasičnim konceptijskim rešenjima cikloreduktora, centralni i izlazni valjci su ugrađeni direktno na osovinice pa se u ovom kontaktu javlja trenje klizanja koje dovodi do gubitaka snage P_{LP1} i P_{LP2} . U nastavku disertacije, predstavljen je matematički model koji se koristi za njihovu procenu.

Na slici 5.7 prikazana je kontaktna sila $F_{Ni}(\beta)$ koja preko i -tog centralnog valjka izaziva opterećenje osovinice. Njihov međusobni dodir u neopterećenom stanju ostvaruje se po liniji, a pojavom opterećenja, linije postaju kontaktne površine (usled elastičnih deformacija materijala). Između kontaktnih površina se pojavljuje sila trenja $F_{fpi}(\beta)$ koja se suprostavlja zaokretanju valjka.

Moment trenja u i -tom kontaktu $M_{P1,i}(\beta)$ (Nm) se može izračunati kao proizvod sile trenja $F_{fpi}(\beta)$ i poluprečnika centralnih osovinica $d_0/2$ (mm). Pošto je intenzitet sila trenja $F_{fpi}(\beta) = F_{Ni}(\beta) \cdot \mu_{s1}$ (N), zamenom se dobija:

$$M_{P1,i}(\beta) = F_{Ni}(\beta) \cdot \mu_{s1} \cdot \frac{d_0}{2} \cdot 10^{-3} \quad (5.24)$$

gde su: μ_{s1} – koeficijent trenja klizanja između centralnih valjaka i njihovih osovinica (-); d_0 – prečnik centralne osovinice (mm).



Slika 5.7 Kinematska analiza sprezanja ciklozupčanika sa centralnim valjcima

Gubitak snage između i -tog centralnog valjka i osovinice $P_{LP1,i}(\beta)$ (W), za odgovarajući pogonski ugao β , može se izračunati kao proizvod momenta trenja $M_{P1,i}(\beta)$ i ugaone brzine centralnih valjaka ω_2 :

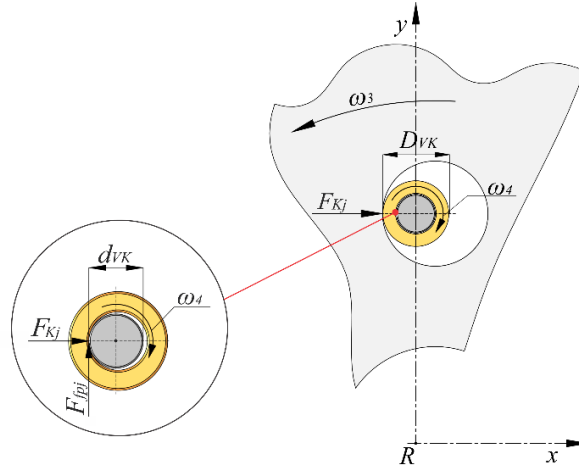
$$P_{LP1,i}(\beta) = M_{P1,i}(\beta) \cdot \omega_2 = F_{Ni}(\beta) \cdot \mu_{s1} \cdot \frac{d_0}{2} \cdot 10^{-3} \cdot \omega_2 \quad (5.25)$$

Da bi se odredili ukupni gubici snage u kontaktu centralnih valjaka i njihovih osovinica P_{LP1} (W) najpre je potrebno za svaki pogonski ugao β , koji se menja u intervalu od 0° do 180° , sabrati sve pojedinačne vrednosti $P_{LP1,i}(\beta)$ (kao što je dato u izrazu 5.26), a zatim je potrebno odrediti njihovu srednju vrednost za sve pogonske uglove β (kao što je dato u izrazu 5.27).

$$P_{LP1}(\beta) = \sum_{i=1}^{z_2} P_{LP1,i}(\beta) \quad (5.26)$$

$$P_{LP1} = \frac{1}{n_\beta} \cdot \sum_{i=1}^{n_\beta} P_{LP1}(\beta) \quad (5.27)$$

Izraz za proračun gubitaka snage između izlaznih valjaka i njihovih osovinica razvijen je korišćenjem istog metodološkog pristupa. Na slici 5.8 prikazana je kontakt sila $F_{Kj}(\beta)$ koja preko j -tog izlaznog valjka izaziva opterećenje osovinice, kao i sila trenja $F_{fpj}(\beta)$.



Slika 5.8 Kinematska analiza sprezanja ciklozupčanika sa izlaznim valjcima

Moment trenja u j -tom kontaktu $M_{P2,j}(\beta)$ (Nm) se može izračunati kao proizvod sile trenja $F_{fpj}(\beta)$ (N) i poluprečnika izlazne osovinice $d_{VK}/2$ (mm). Pošto je intenzitet sile trenja $F_{fpj}(\beta) = F_{Kj}(\beta) \cdot \mu_{s2}$ (N), zamenom se dobija:

$$M_{P2,j}(\beta) = F_{Kj}(\beta) \cdot \mu_{s2} \cdot \frac{d_{VK}}{2} \cdot 10^{-3} \quad (5.28)$$

gde su: μ_{s2} – koeficijent trenja klizanja između izlaznih valjaka i njihovih osovinica (-); d_{VK} – prečnik izlazne osovinice (mm).

Gubitak snage između j -tog izlaznog valjka i osovinice $P_{LP2,j}(\beta)$ (W), za odgovarajući pogonski ugao β , može se izračunati kao proizvod momenta trenja $M_{P2,j}(\beta)$ i ugaone brzine izlaznih valjaka ω_4 :

$$P_{LP2,j}(\beta) = M_{P2,j}(\beta) \cdot \omega_4 = F_{Kj}(\beta) \cdot \mu_{s2} \cdot \frac{d_{VK}}{2} \cdot 10^{-3} \cdot \omega_4 \quad (5.29)$$

Da bi se odredili ukupni gubici snage u kontaktu izlaznih valjaka i njihovih osovinica P_{LP2} (W) najpre je potrebno za svaki pogonski ugao β , koji se menja u intervalu od 0° do 180° , sabrati sve pojedinačne vrednosti $P_{LP2,j}(\beta)$ (kao što je dato u izrazu 5.30), a zatim je potrebno odrediti njihovu srednju vrednost za sve pogonske uglove β (kao što je dato u izrazu 5.31).

$$P_{LP2}(\beta) = \sum_{i=1}^u P_{LP2,j}(\beta) \quad (5.30)$$

$$P_{LP2} = \frac{1}{n_\beta} \cdot \sum_{i=1}^{n_\beta} P_{LP2}(\beta) \quad (5.31)$$

5.5 Gubici snage u ležajima

Gubici snage u ležajima sastoje se od gubitaka snage koji zavise od opterećenja P_{LB} (W) i gubitaka snage koji ne zavise od opterećenja P_{LB0} (W). Za njihovu procenu se mogu koristiti empirijsko-matematički modeli, komercijalni softveri proizvođača ležaja (SKF,

Šefler) [132,133] ili numeričke metode kao što je CFD analiza [112]. Najširu primenu, zbog svoje jednostavnosti, ima Šeflerov (nem. Schaeffler) empirijsko-matematički model koji daje veoma dobre rezultate. Ovaj model zahteva poznavanje: geometrije ležaja, opterećenja, ugaone brzine, radne temperature, načina podmazivanja i vrste maziva. Shodno tome, gubici snage koji ne zavise od opterećenja P_{LB0} (W) se izračunavaju na osnovu sledećeg izraza:

$$P_{LB0} = 10^{-10} \cdot f_0 \cdot (v_m \cdot n)^{\frac{2}{3}} \cdot D_m^3 \cdot \omega \quad (5.32)$$

gde su: f_0 – koeficijent koji zavisi od tipa ležaja i načina podmazivanja (-); v_m – kinematska viskoznost maziva pri radnoj temperaturi (mm^2/s); n – broj obrtaja odgovarajućeg ležaja (min^{-1}); D_m – srednji prečnik ležaja (mm); ω – ugaona brzina odgovarajućeg ležaja (s^{-1}). Ovde je važno napomenuti da se kod ležaja ciklozupčanika apsolutna ugaona brzina određuje kao $(\omega_{ul} + \omega_{iz})$ jer se ulazno vratilo okreće u suprotnom smeru od izlaznog vratila.

Vrednost koeficijenta f_0 (-), za najčešće korišćene ležaje cikloreduktora, data je u tabeli 5.1 i važi za podmazivanje tehničkom mašću, podmazivanje uljnom maglom, podmazivanje potapanjem i cirkulaciono podmazivanje.

Tabela 5.1 Vrednost koeficijenta f_0 za različite tipove ležaja i podmazivanja [134,135]

Tip ležaja	Podmazivanje tehničkom mašću	Podmazivanje uljnom maglom	Podmazivanje potapanjem	Cirkulaciono podmazivanje
Kuglični radijalni ležaj	0,75-2	1	2	4
Igličasti ležaj sa kavezom	12	6	12	24
Cilindrično valjkasti ležaj:				
serija 10, 2, 3, 4	0,6	1,5	2,2	2,2
serija 22	0,8	2,1	3	3
serija 23	1	2,8	4	4

Sa druge strane, izrazi za izračunavanje gubitaka snage koji zavise od opterećenja P_{LB} se međusobno razlikuju.

Gubitak snage između i -tog kotrljajnog tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja $P_{LB,CZ,i}(\beta)$ (W), pri određenom pogonskom uglu β , može se izračunati prema sledećem izrazu:

$$P_{LB,CZ,i}(\beta) = f_1 \cdot F_{Ei}(\beta) \cdot D_m \cdot 10^{-3} \cdot (\omega_{ul} + \omega_{iz}) \quad (5.33)$$

gde su: f_1 – faktor koji zavisi od tipa ležaja i pravca opterećenja (-); $F_{Ei}(\beta)$ – opterećenje koje prenosi i -to kotrljajno telo (N).

Ukupni gubici snage u ležaju ciklozupčanika $P_{LB,CZ}(\beta)$ (W), za odgovarajući pogonski ugao β , se određuju na osnovu izraza:

$$P_{LB,CZ}(\beta) = f_1 \cdot F_E(\beta) \cdot D_m \cdot 10^{-3} \cdot (\omega_{ul} + \omega_{iz}) \quad (5.34)$$

Njihova srednja vrednost se može izračunati kao:

$$P_{LB,CZ} = \frac{1}{n_\beta} \cdot \sum_{i=1}^{n_\beta} P_{LB,CZ}(\beta) \quad (5.35)$$

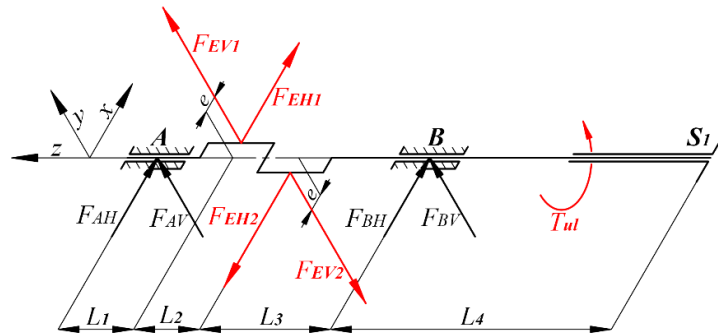
Da bi se odredili gubici snage u ležajima ulaznog i izlaznog vratila, neophodno je odrediti otpore oslonaca, odnosno veličine njihovih aksijalnih i radijalnih sila.

Ulazno vratilo je opterećeno silama ekscentra $F_{E1}(\beta)$ (N) i $F_{E2}(\beta)$ (N) koje potiču od ciklozupčanika 1 i 2, kao i momentom uvijanja T_{ul} (Nm) koji potiče od pogonskog motora (slika 5.9). Ova opterećenja, prenose se na oslonce A i B, čime se ostvaruje statička ravnoteža.

Otpor oslonca $F_{AH}(\beta)$ (N) u ravni $y - z$ za ležaj A može se odrediti na osnovu izraza:

$$\sum M_B = -F_{EH2}(\beta) \cdot L_3 + F_{EH1}(\beta) \cdot (L_2 + L_3) + F_{AH}(\beta) \cdot (L_1 + L_2 + L_3) = 0 \quad (5.36)$$

$$F_{AH}(\beta) = \frac{F_{EH2}(\beta) \cdot L_3 - F_{EH1}(\beta) \cdot (L_2 + L_3)}{(L_1 + L_2 + L_3)} \quad (5.37)$$



Slika 5.9 Prostorni prikaz opterećenja ulaznog vratila jednostepenog K-H-V cikloreduktora sa dva ciklozupčanika

Otpor oslonca $F_{BH}(\beta)$ (N) u ravni $y - z$ za ležaj B može se odrediti na osnovu izraza:

$$\sum M_A = F_{EH1}(\beta) \cdot L_1 - F_{EH2}(\beta) \cdot (L_1 + L_2) + F_{BH}(\beta) \cdot (L_1 + L_2 + L_3) = 0 \quad (5.38)$$

$$F_{BH}(\beta) = \frac{F_{EH2}(\beta) \cdot (L_1 + L_2) - F_{EH1}(\beta) \cdot L_1}{(L_1 + L_2 + L_3)} \quad (5.39)$$

Otpor oslonca F_{AV} (N) u ravni $x - z$ za ležaj A može se odrediti na osnovu izraza:

$$\sum M_B = -F_{EV2} \cdot L_3 + F_{EV1} \cdot (L_2 + L_3) + F_{AV} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) = 0 \quad (5.40)$$

$$F_{AV} = \frac{F_{EV2} \cdot L_3 - F_{EV1} \cdot (L_2 + L_3)}{(L_1 + L_2 + L_3)} \quad (5.41)$$

Otpor oslonca F_{BV} (N) u ravni $x - z$ za ležaj B može se odrediti na osnovu izraza:

$$\sum M_A = F_{EV1} \cdot L_1 - F_{EV2} \cdot (L_1 + L_2) + F_{BV} \cdot (L_1 + L_2 + L_3) = 0 \quad (5.42)$$

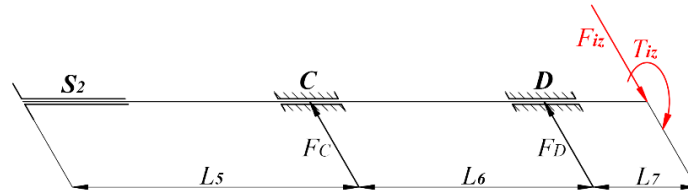
$$F_{BV} = \frac{F_{EV2} \cdot (L_1 + L_2) - F_{EV1} \cdot L_1}{(L_1 + L_2 + L_3)} \quad (5.43)$$

Rezultujući otpori oslonca $F_A(\beta)$ (N) i $F_B(\beta)$ (N) mogu se odrediti na osnovu sledećih izraza:

$$F_A(\beta) = \sqrt{F_{AH}(\beta)^2 + F_{AV}^2} \quad (5.44)$$

$$F_B(\beta) = \sqrt{F_{BH}(\beta)^2 + F_{BV}^2} \quad (5.45)$$

Za razliku od ulaznog vratila, izlazno vratilo je opterećeno samo momentom uvijanja T_{iz} (Nm) i uravnotežavajućim reakcijama u osloncima C i D . Šema opterećenja izlaznog vratila prikazana je na slici 5.10.



Slika 5.10 Prostorni prikaz opterećenja izlaznog vratila jednostepenog K-H-V cikloreduktora

Određivanje veličine reakcija u osloncima C i D izvršeno je na osnovu obimne sile F_{iz} (N) koja se izračunava kao:

$$F_{iz} = \frac{T_{iz}}{R_{Oiz} \cdot 10^{-3}} \quad (5.46)$$

Otpor oslonca F_C (N) može se odrediti na osnovu izraza:

$$\sum M_D = F_{iz} \cdot L_7 = F_C \cdot L_6 \quad (5.47)$$

$$F_C = \frac{F_{iz} \cdot L_7}{L_6} = \frac{T_{iz} \cdot L_7}{R_{Oiz} \cdot L_6} \quad (5.48)$$

Otpor oslonca F_D (N) može se odrediti na osnovu izraza:

$$\sum M_C = F_D \cdot L_6 - F_{iz} \cdot (L_6 + L_7) = 0 \quad (5.49)$$

$$F_D = \frac{F_{iz} \cdot (L_6 + L_7)}{L_6} = \frac{T_{iz} \cdot (L_6 + L_7)}{R_{Oiz} \cdot L_6} \quad (5.50)$$

Gubici snage u ležajima ulaznog vratila koji zavise od opterećenja, za odgovarajući pogonski ugao β , se izračunava kao:

$$P_{LB,A}(\beta) = f_1 \cdot F_A(\beta) \cdot D_m \cdot 10^{-3} \cdot \omega_{ul} \quad (5.51)$$

$$P_{LB,B}(\beta) = f_1 \cdot F_B(\beta) \cdot D_m \cdot 10^{-3} \cdot \omega_{ul} \quad (5.52)$$

Da bi se odredili ukupni gubici snage u ležajima ulaznog vratila $P_{LB,A}$ (W) i $P_{LB,B}$ (W) koji zavise od opterećenja, potrebno je odrediti srednje vrednosti $P_{LB,A}(\beta)$ i $P_{LB,B}(\beta)$ za sve pogonske uglove β (kao što je dato u izrazima 5.53 i 5.54).

$$P_{LB,A} = \frac{1}{n_\beta} \cdot \sum_{i=1}^{n_\beta} P_{LB,A}(\beta) \quad (5.53)$$

$$P_{LB,B} = \frac{1}{n_\beta} \cdot \sum_{i=1}^{n_\beta} P_{LB,B}(\beta) \quad (5.54)$$

Gubici snage u ležajima izlaznog vratila koji zavise od opterećenja se izračunavaju na osnovu izraza:

$$P_{LB,C} = f_1 \cdot F_C \cdot D_m \cdot 10^{-3} \cdot \omega_{iz} \quad (5.55)$$

$$P_{LB,D} = f_1 \cdot F_D \cdot D_m \cdot 10^{-3} \cdot \omega_{iz} \quad (5.56)$$

Vrednost koeficijenta f_1 (-) za cilindrično valjkaste i igličaste ležaje je konstantna veličina, dok je za kuglične ležaje promenljiva zbog izražene zakrivljenosti kontaktnih površina (tabela 5.2).

Tabela 5.2 Vrednosti koeficijenta f_1 za različite tipove ležaja [134,136]

Tip ležaja	Kuglični radijalni ležaji	Igličasti ležaji	Cilindrično valjkasti ležaji
f_1	$(0,0005 \div 0,0009) \cdot \left(\frac{P_0}{C_0}\right)^{0,55-1})$	0,0005	0,0002 ÷ 0,0004

¹⁾ P_0 – ekvivalentno statičko opterećenje (N); C_0 – statička moć nošenja (N).

Ekvivalentno statičko opterećenje $P_0(\beta)$ (N) za radijalne kuglične ležaje ulaznog i izlaznog vratila se može odrediti na osnovu izraza [95]:

$$P_0(\beta) = X_0 \cdot F_r(\beta) + Y_0 \cdot F_a \quad (5.57)$$

gde su: $F_r(\beta)$ – radijalna komponenta dinamičkog opterećenja ležaja (N); F_a – aksijalna komponenta dinamičkog opterećenja ležaja (N); X_0 – koeficijent koji za radijalni jednoredni ležaj ima vrednost 0,6 (-); Y_0 – koeficijent koji za radijalni jednoredni ležaj ima vrednost 0,5 (-) [95].

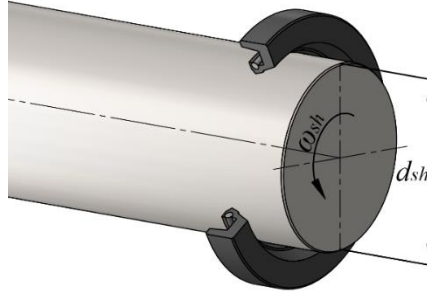
5.6 Gubici snage u zaptivačima

Gubici snage u kontaktu radijalnih zaptivača i vratila P_{LS} (W) zavise od različitih faktora kao što su: materijal zaptivača, hrapavost površine vratila u predelu zaptivnih usana, vrsta korišćenog maziva i temperatura na mestu zaptivanja. Za njihovu procenu mogu se koristiti katalozi proizvođača koji sadrže sve neophodne informacije. Ipak, zbog

svoje jednostavnosti, najširu primenu ima empirijski izraz iz standarda ISO/TR 14179-2 [134]:

$$P_{LS} = 7,69 \cdot 10^{-12} \cdot d_{sh}^2 \cdot n_{sh} \quad (5.58)$$

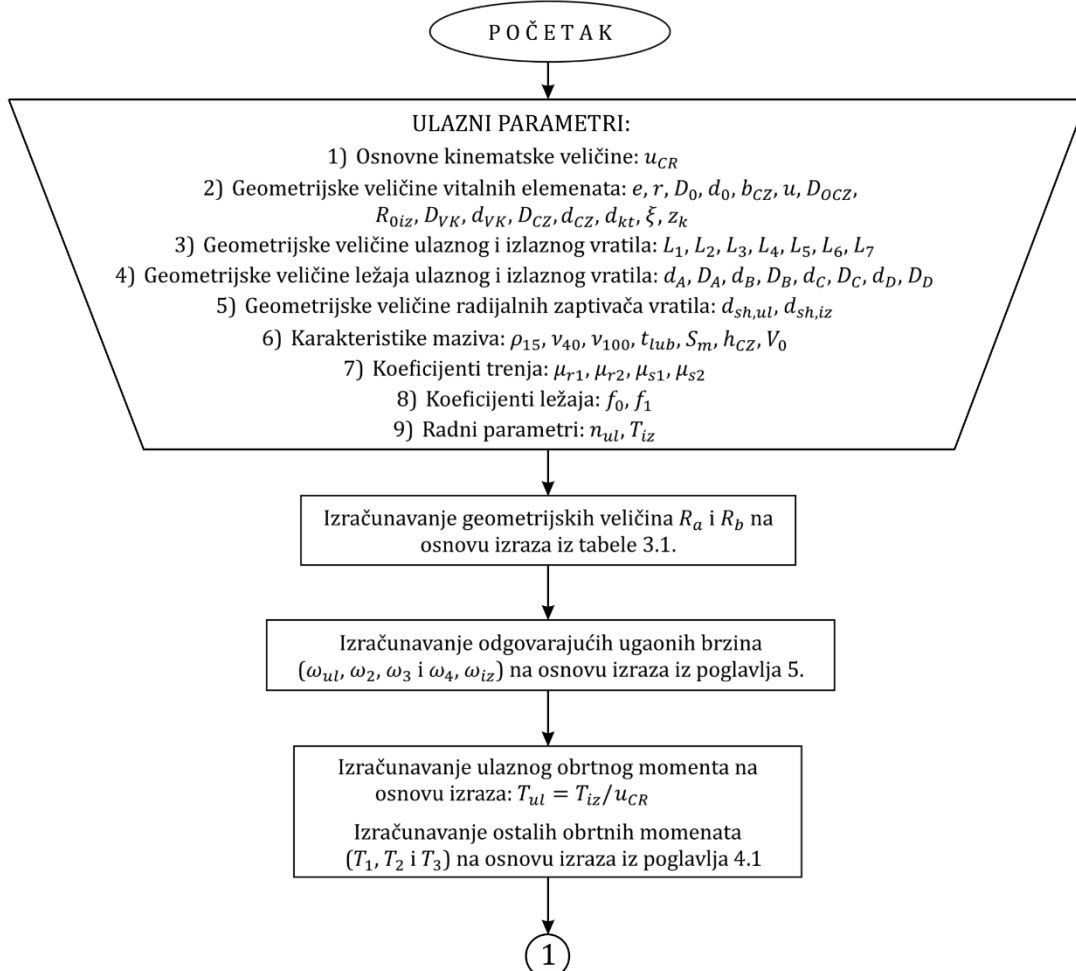
gde su: d_{sh} – prečnik vratila na mestu radijalnog zaptivača (mm); n_{sh} – broj obrtaja vratila (min^{-1}).

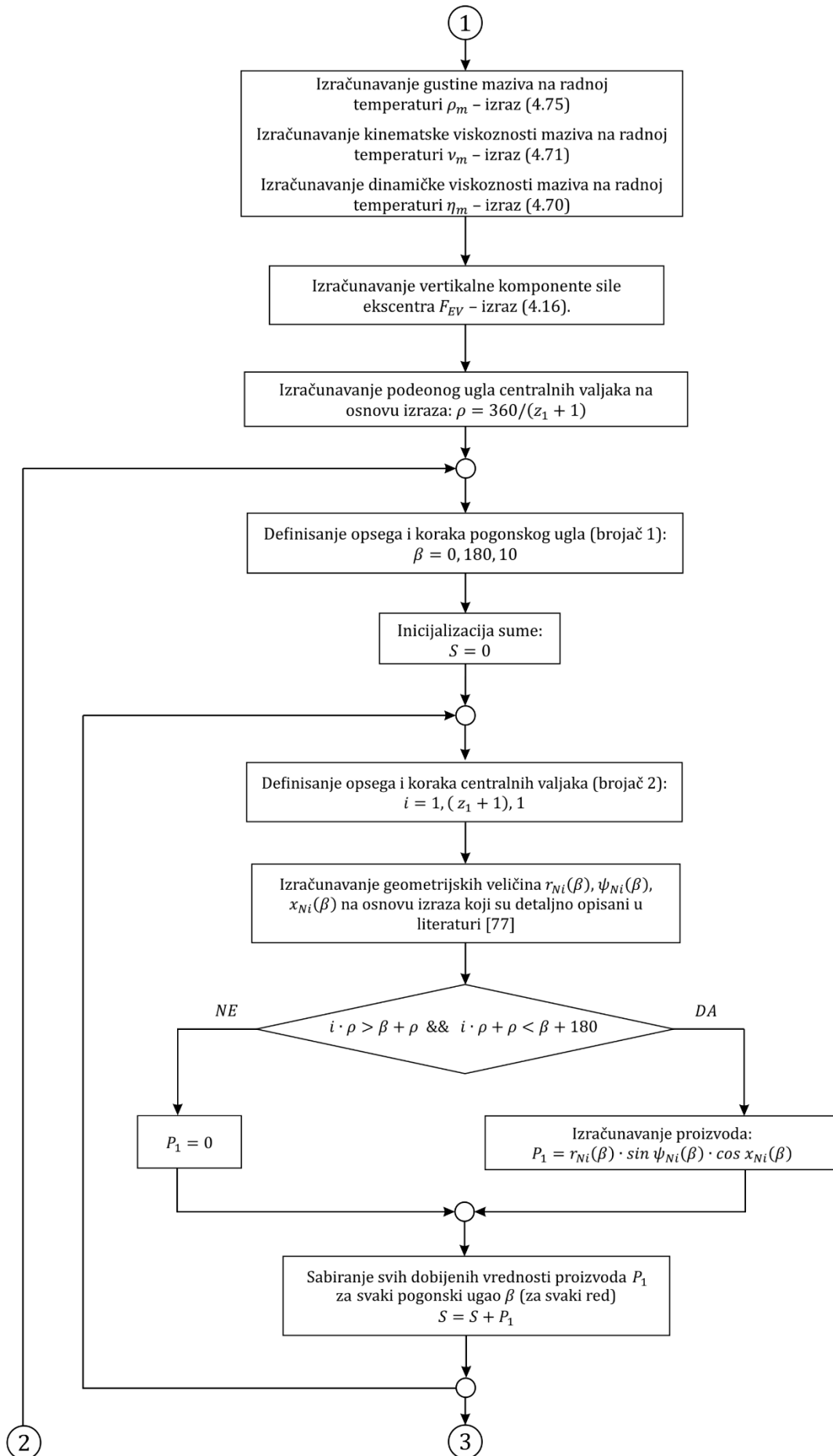


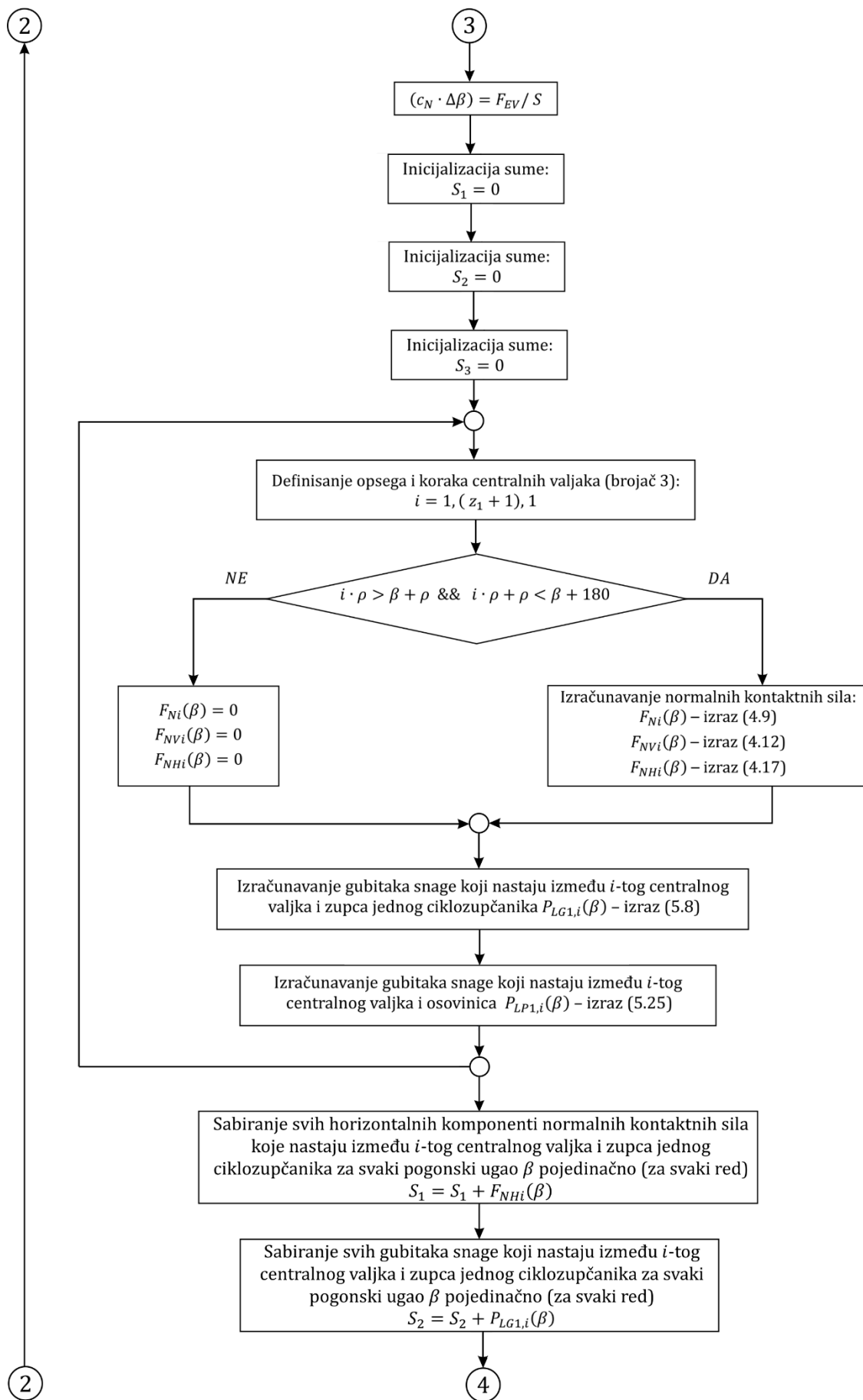
Slika 5.11 Radijalni zaptivač i rukavac vratila

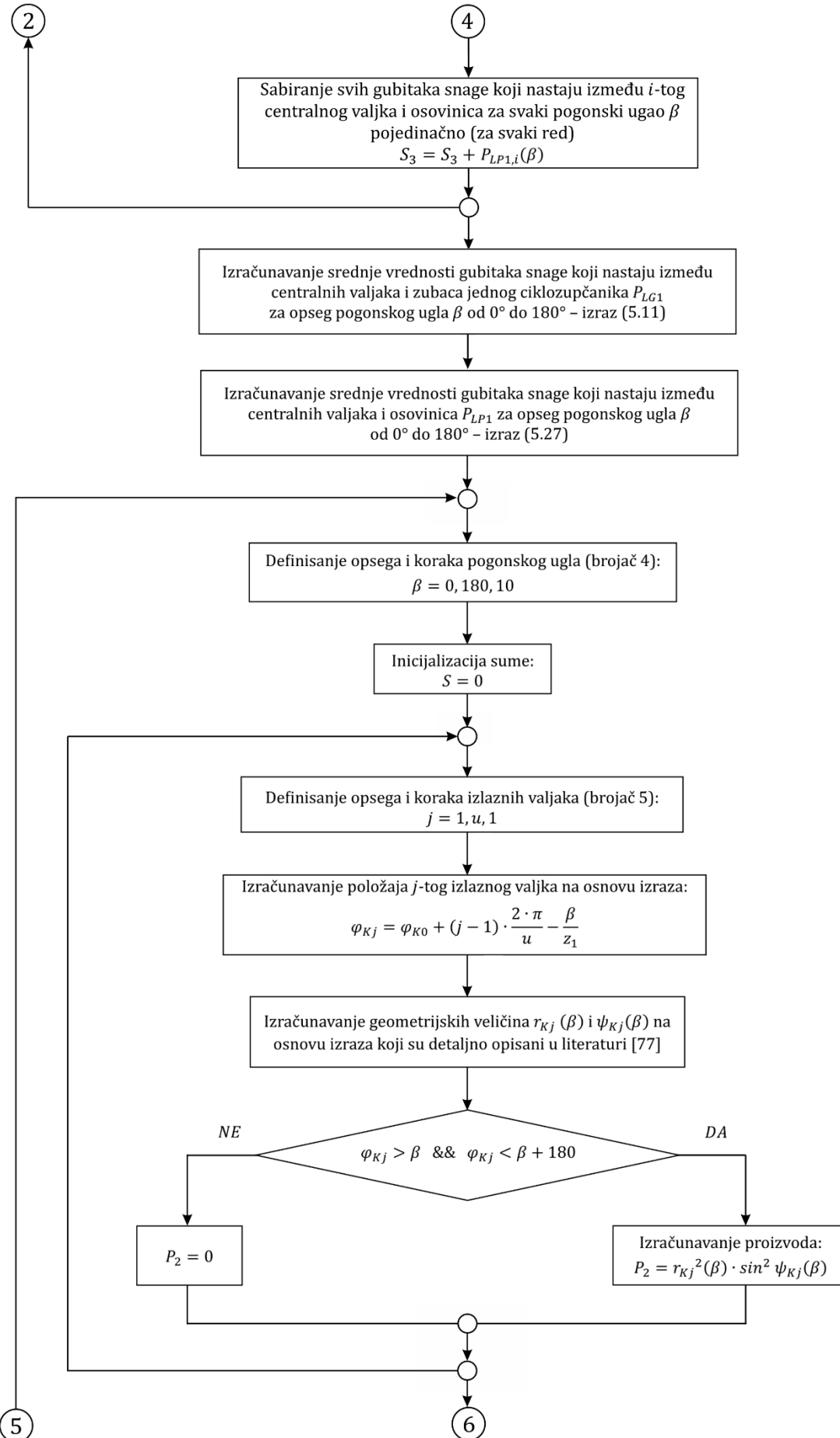
5.7 Algoritam za proračun gubitaka snage i stepena iskorišćenja cikloreduktora

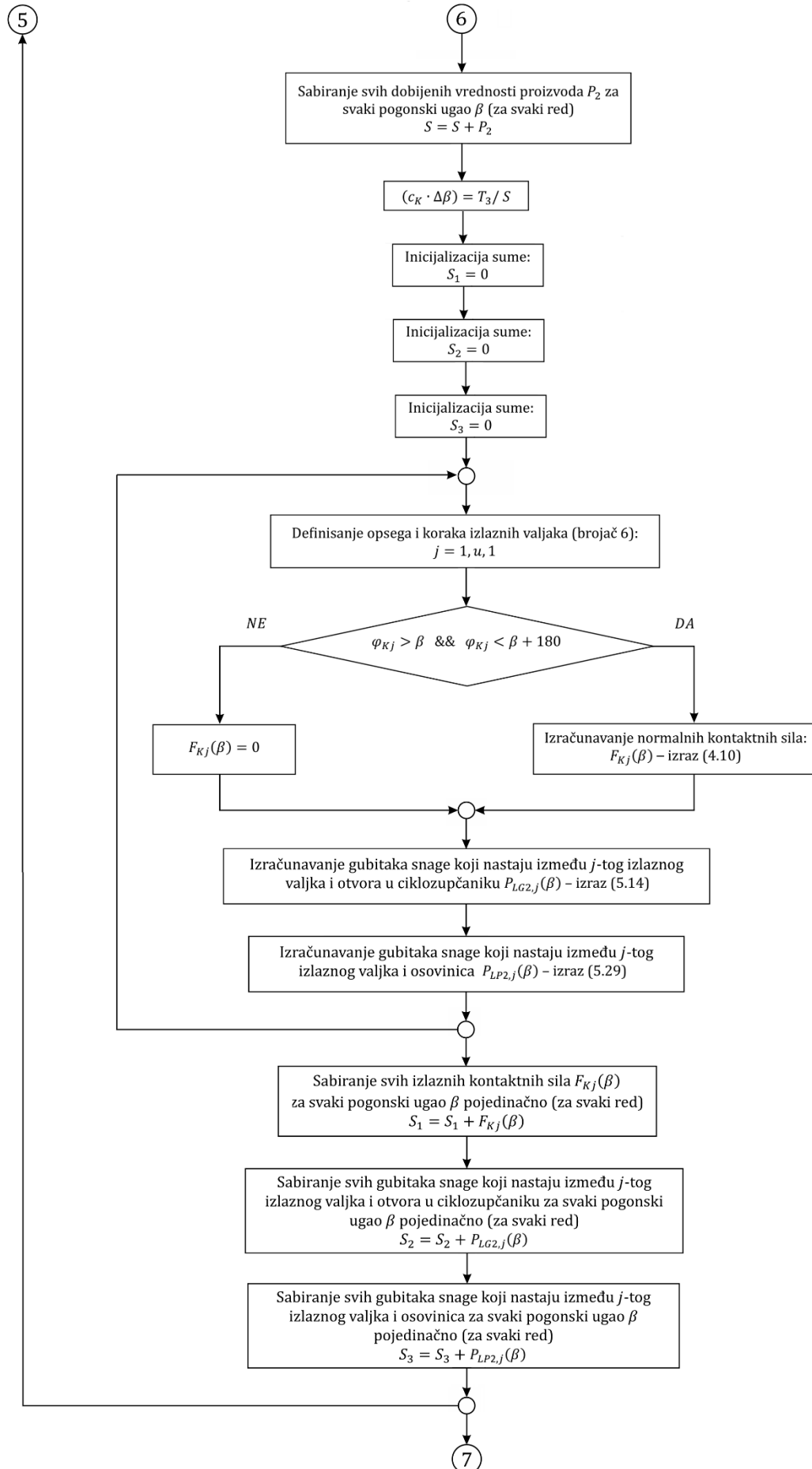
S obzirom da je matematički model za proračun gubitaka snage i stepena iskorišćenja veoma kompleksan, za njegovo rešavanje biće korišćen softverski paket *Matlab 2017*. Algoritam koji na jedan uprošćen i uopšten način opisuje tok proračuna, prikazan je na slici 5.12.

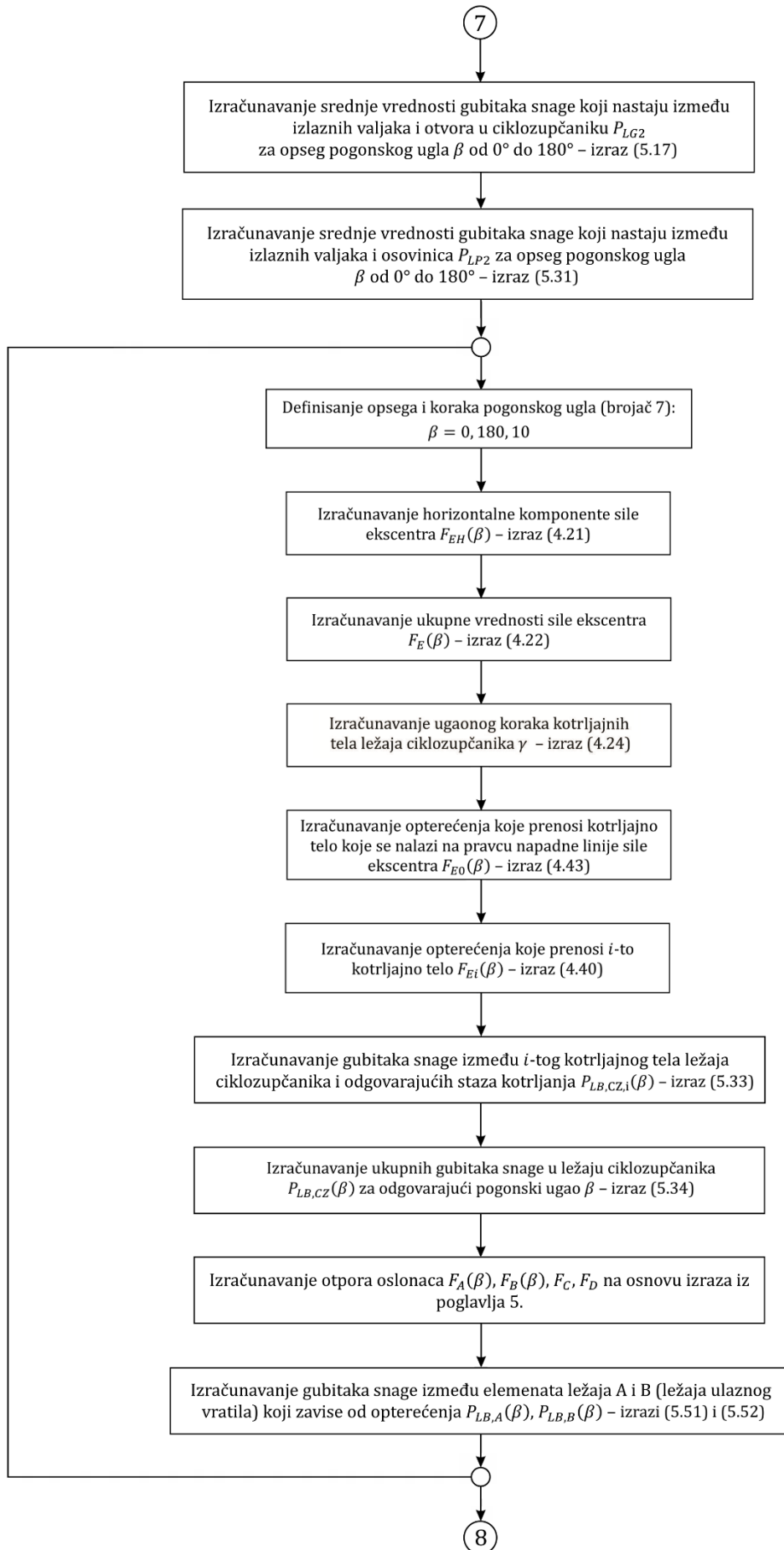


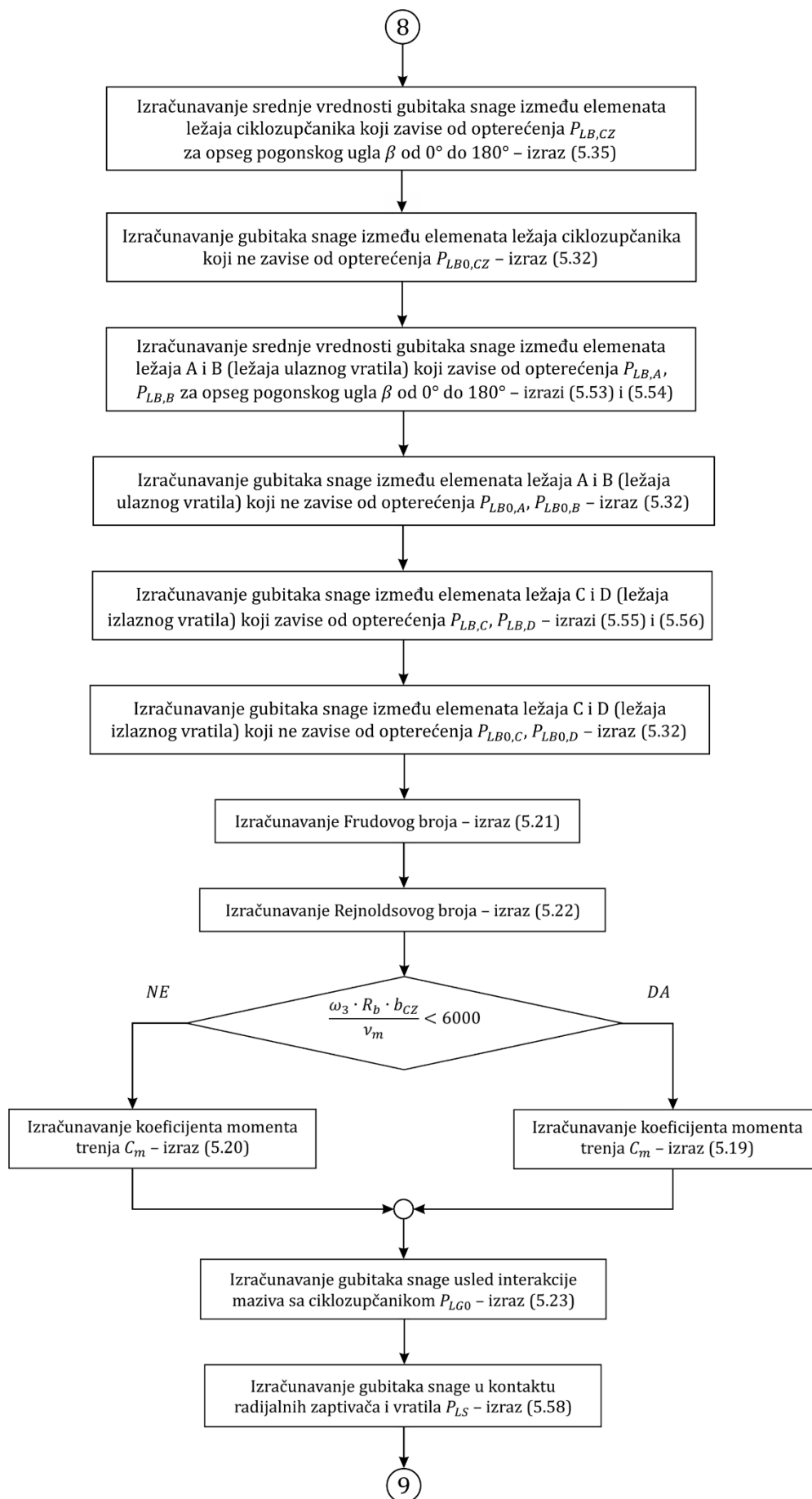


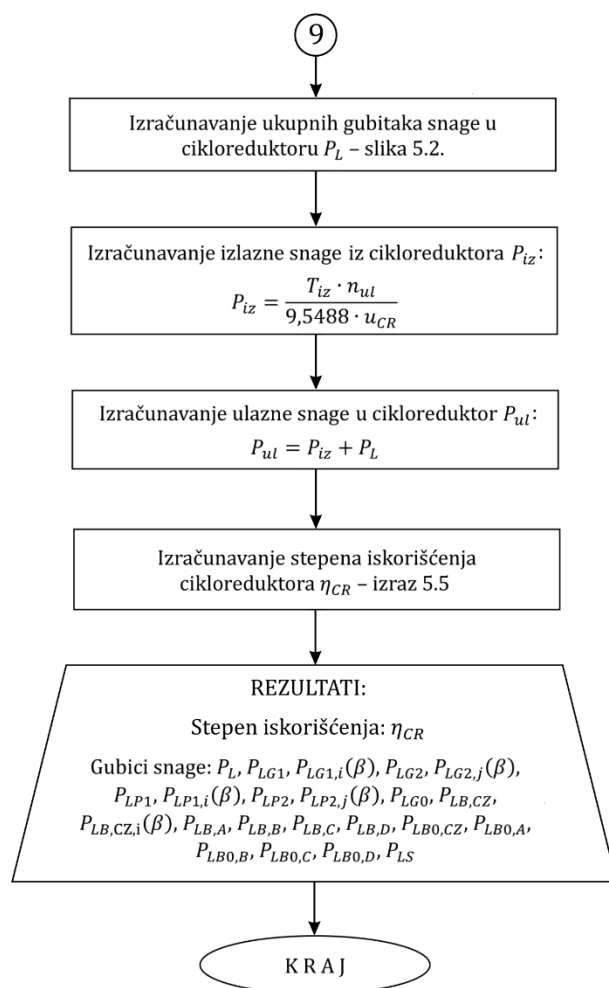












Slika 5.12 Algoritam za proračun gubitaka snage i stepena iskorišćenja cikloreduktora

6. TERMIČKA STABILNOST CIKLOREDUKTORA

Kako je provera termičke stabilnosti konvencionalnih zupčastih prenosnika definisana međunarodnim standardom ISO/TR 14179-2:2001 [134], u okviru ovog poglavlja će, uz odgovarajuću analogiju i prilagođavanje, biti korišćen isti standard kao polazna osnova za razvoj metodologije za proveru termičke stabilnosti cikloreduktora.

Posebna pažnja u okviru ovog poglavlja će biti posvećena definisanju matematičkih modela za procenu otpora prenosu toplote iz unutrašnjosti cikloreduktora na okolni vazduh. Teorijska osnova za ovo istraživanje su osnovni zakoni prenosa toplote i električna analogija.

6.1 Globalni energetska bilans i ravnotežna temperatura maziva

Pošto je za reprezentativni parametar termičke stabilnosti označena ravnotežna temperatura maziva, njenu vrednost je neophodno predvideti za svaku kombinaciju radnih uslova. Za ostvarivanje ovog cilja, potrebno je uspostaviti globalni energetski bilans između ukupnih gubitaka snage P_L (W) koji se pretvaraju u toplotu i ukupne količine toplote $\dot{Q}$ (W) koja se iz unutrašnjosti cikloreduktora prenosi na okolni vazduh.

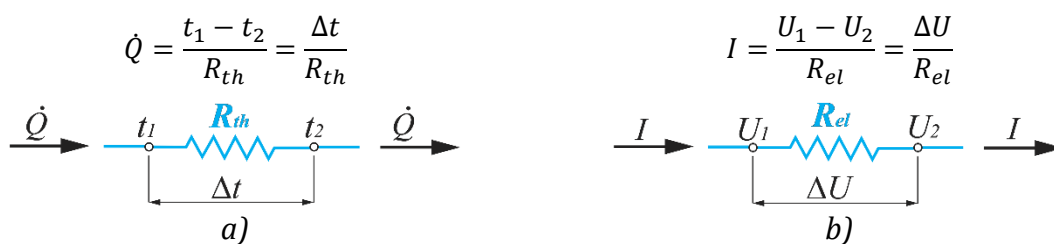
Ukoliko se gubici snage iskazuju posredstvom ulazne snage P_{ul} (W) i stepena iskorišćenja η_{CR} (-), tada se jednačina globalnog energetskog bilansa može napisati u sledećem obliku:

$$P_{ul} \cdot (1 - \eta_{CR}) = \dot{Q} \quad (6.1)$$

Prema međunarodnom standardu ISO/TR 14179-2:2001 [134], ukupna količina toplote $\dot{Q}$ (W) koja se sa maziva prenosi na okolni vazduh se može podeliti na toplotu koja se prenosi preko: kućišta $\dot{Q}_{ho}$ (W), vratila $\dot{Q}_{sh}$ (W) i povezanih spojnica $\dot{Q}_{co}$ (W).

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{ho} + \sum_{i=1}^n \dot{Q}_{sh} + \sum_{i=1}^n \dot{Q}_{co} \quad (6.2)$$

Sposobnost prenosa toplote kroz odgovarajuću mehaničku komponentu može se proceniti korišćenjem električne analogije koja se zasniva na sličnosti matematičkih jednačina koje opisuju električne i toplotne procese [137,138]. Prema Omovom zakonu, jačina struje kroz provodnik je direktno srazmerna naponu na njegovim krajevima, a obrnuto srazmerna njegovoj električnoj otpornosti. Dakle, količina toplote $\dot{Q}$ (W) odgovara jačini struje I (A), otpor prenosu toplote R_{th} (°C/W) odgovara električnom otporu R_{el} (Ω), a temperaturna razlika Δt (°C) odgovara naponskoj razlici ΔU (V) (slika 6.1).



Slika 6.1 Električna analogija: a) prenos toplote; b) prenos električne struje

Zamenom (6.2) u (6.1) dobija se osnovna jednačina za termički proračun:

$$P_{ul} \cdot (1 - \eta_{CR}) = \frac{\Delta t}{R_{ho}} + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t}{R_{sh}} + \sum_{i=1}^n \frac{\Delta t}{R_{co}} \quad (6.3)$$

gde su: R_{ho} – ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko kućišta ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$); R_{sh} – ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko vratila ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$); R_{co} – ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko spojnice ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$);

Ako je temperaturna razlika Δt ($^{\circ}\text{C}$) ista za navedene otpore prenosu toplote i predstavlja razliku između ravnotežne temperature maziva i temperature okolnog vazduha ($t_{lub} - t_{amb}$) [139,140], tada se ravnotežna temperatura maziva t_{lub} ($^{\circ}\text{C}$) može odrediti korišćenjem sledećeg izraza:

$$t_{lub} = \frac{P_{ul} \cdot (1 - \eta_{CR})}{\frac{1}{R_{ho}} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{sh}} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{co}}} + t_{amb} \quad (6.4)$$

6.2 Količina toplote koja se prenosi preko kućišta

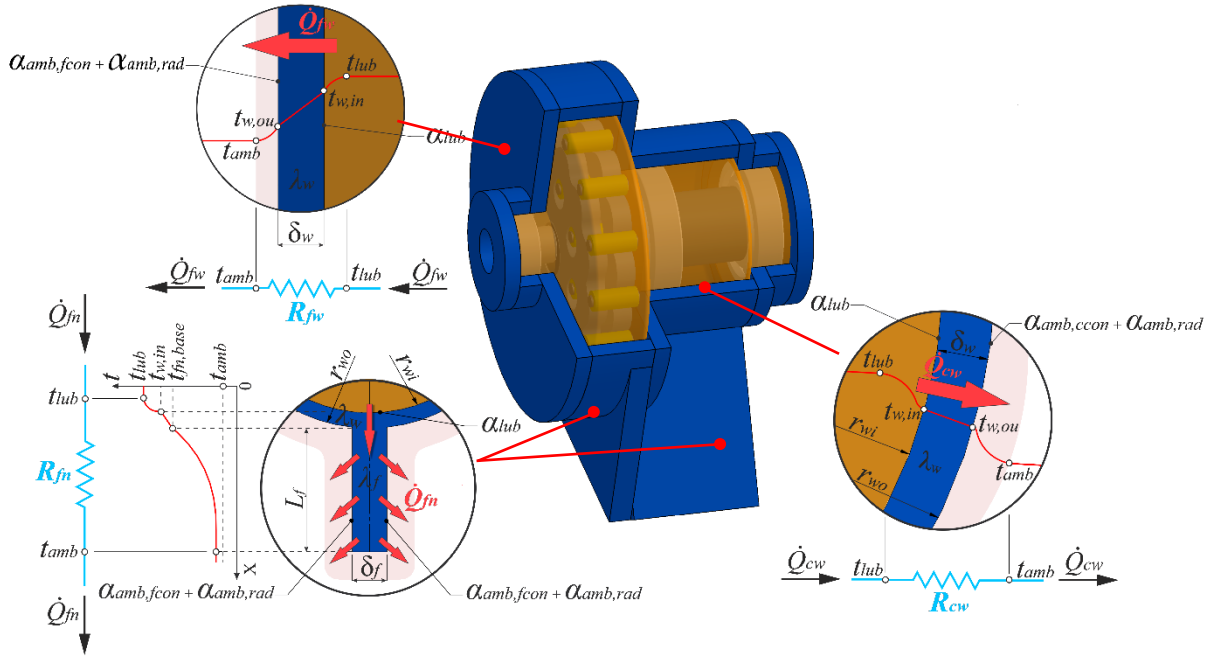
Pošto se kućište cikloreduktora uglavnom izrađuje livenjem, obično ima veoma složenu strukturu. Međutim, da bi se razvio opšti model za veći broj konceptijskih rešenja i izbegao dugotrajan proces modeliranja, kućište se smatra sklopom jednostavnih geometrijskih elemenata (sklopom vertikalnih ploča i cilindričnih prstenova), a geometrija koja ima zanemarljivo mali uticaj na termički proračun (radijusi, otvori,...) ne uzima se u obzir (slika 6.2). Stopa kućišta se modelira kao sklop pravougaonih rebara sa jednodimenzionalnim prenosom toplote i uzima se u obzir preko produžene površine [140]. Na ovaj način, ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko kućišta R_{ho} ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$), predstavlja zbir otpora prenosa toplote za jednostavne geometrijske oblike, odnosno:

$$\frac{1}{R_{ho}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{fw}} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{cw}} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_{fn}} \quad (6.5)$$

gde su: R_{fw} – ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko vertikalnog zida kućišta ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$); R_{cw} – ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko cilindričnog zida kućišta ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$); R_{fn} – ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko odgovarajućeg rebra stope ($^{\circ}\text{C}/\text{W}$).

Modeliranje unutrašnjih prenosa toplote, na primer konduktivnog između ciklozupčanika i odgovarajućih valjaka, konvektivnog između ciklozupčanika i sredstva za podmazivanje..., itekako povećava složenost pristupa i vreme proračuna, a ima prilično mali uticaj na globalni energetski bilans, te se ne uzima u obzir, već se ravnotežna temperatura maziva t_{lub} ($^{\circ}\text{C}$) smatra srednjom temperaturom unutrašnjih komponenata prenosnika. Na ovaj način vertikalni i cilindrični zidovi kućišta su sa unutrašnje strane izloženi ravnotežnoj temperaturi maziva t_{lub} ($^{\circ}\text{C}$), a sa spoljašnje strane temperaturi okolnog vazduha t_{amb} ($^{\circ}\text{C}$). Dakle, ukupna temperaturna razlika u ovom slučaju iznosi

$\Delta t = t_{lub} - t_{amb}$ (°C). Ove dve temperature međusobno su povezane otporima prenosu toplote koji uzimaju u obzir kondukciju, konvekciju i zračenje.



Slika 6.2 Termički model kućišta cikloreduktora

6.2.1 Količina toplote koja se prenosi preko ravnog zida

Količina toplote koja konvekcijom prelazi sa maziva na unutrašnju stranu vertikalnog zida $\dot{Q}_{fw}$ (W) može se proceniti Njutnovim zakonom hlađenja:

$$\dot{Q}_{fw} = \alpha_{lub} \cdot A_{wi,f} \cdot (t_{lub} - t_{fw,in}) \quad (6.6)$$

gde su: α_{lub} – koeficijent prelaza toplote sa maziva na unutrašnju površinu vertikalnog zida kućišta ($W/(m^2 \cdot K)$); $A_{wi,f}$ – unutrašnja površina vertikalnog zida kućišta (m^2); $t_{fw,in}$ – temperatura unutrašnje površine vertikalnog zida kućišta (°C).

U stacionarnim radnim uslovima, ista količina toplote će biti prenet kondukcijom kroz zid:

$$\dot{Q}_{fw} = \frac{\lambda_w}{\delta_w} \cdot A_{we,f} \cdot (t_{fw,in} - t_{fw,ou}) \quad (6.7)$$

odnosno konvekcijom i zračenjem sa spoljašnje površine zida na okolni vazduh:

$$\dot{Q}_{fw} = (\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot A_{wo,f} \cdot (t_{fw,ou} - t_{amb}) \quad (6.8)$$

gde su: λ_w – koeficijent toplotne provodljivosti materijala kućišta ($W/(m \cdot K)$); δ_w – debljina vertikalnog zida kućišta (m); $A_{we,f}$ – ekvivalentna površina vertikalnog zida kućišta, $A_{we,f} = (A_{wi,f} + A_{wo,f})/2$ (m^2); $A_{wo,f}$ – spoljašnja površina vertikalnog zida kućišta (m^2); $\alpha_{amb,fcon}$ – koeficijent prelaza toplote slobodnom konvekcijom sa spoljašnje površine vertikalnog zida na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$); $\alpha_{amb,rad}$ – koeficijent prelaza

toplote zračenjem sa spoljašnje površine vertikalnog zida na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$); $t_{fw,ou}$ – temperatura spoljašnje površine vertikalnog zida ($^{\circ}C$).

S obzirom da je u pitanju ista količina toplote, temperaturne razlike u jednačinama (6.6), (6.7) i (6.8) iznose:

$$t_{lub} - t_{fw,in} = \dot{Q}_{fw} \cdot \frac{1}{\alpha_{lub} \cdot A_{wi,f}} \quad (6.9)$$

$$t_{fw,in} - t_{fw,ou} = \dot{Q}_{fw} \cdot \frac{\delta_w}{\lambda_w \cdot A_{we,f}} \quad (6.10)$$

$$t_{fw,ou} - t_{amb} = \dot{Q}_{fw} \cdot \frac{1}{(\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot A_{wo,f}} \quad (6.11)$$

Pošto su temperaturne razlike međusobno povezane zajedničkim temperaturama ($t_{fw,in}$, $t_{fw,ou}$), posle njihovog eliminisanja se može izračunati ukupna temperaturna razlika ($t_{lub} - t_{amb}$):

$$t_{lub} - t_{amb} = \dot{Q}_{fw} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_{lub} \cdot A_{wi,f}} + \frac{\delta_w}{\lambda_w \cdot A_{we,f}} + \frac{1}{(\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot A_{wo,f}} \right) \quad (6.12)$$

Daljim sređivanjem izraza dobija se:

$$\dot{Q}_{fw} = \frac{t_{lub} - t_{amb}}{\frac{1}{\alpha_{lub} \cdot A_{wi,f}} + \frac{\delta_w}{\lambda_w \cdot A_{we,f}} + \frac{1}{(\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot A_{wo,f}}} \quad (6.13)$$

Imenilac u izrazu (6.13) predstavlja ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko vertikalnog zida kućišta R_{fw} ($^{\circ}C/W$). Određuje se kao zbir otpora prolaza toplote sa maziva na unutrašnju stranu zida, otpora provođenja toplote kroz ravni zid i otpora prolaza toplote sa spoljašnje strane zida na okolni vazduh.

$$R_{fw} = \frac{1}{\alpha_{lub} \cdot A_{wi,f}} + \frac{\delta_w}{\lambda_w \cdot A_{we,f}} + \frac{1}{(\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot A_{wo,f}} \quad (6.14)$$

Koristeći električnu analogiju, prenos toplote kroz vertikalni zid se može predstaviti termičkom mrežom koje se sastoji od dva redno i dva paralelno vezana otpora prenosu toplote (slika 6.3).

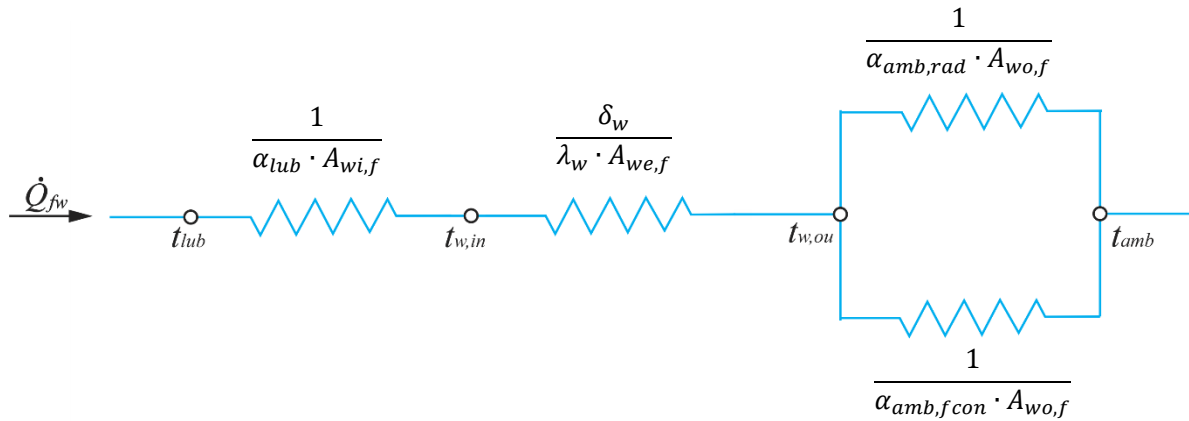
Pošto se redno i paralelno vezani otpori prenosu toplote mogu zameniti jednim ekvivalentnim koji se određuje prema pravilima koje važe za redno i paralelno vezane otpornike, dobija se jednačina koja je ekvivalentna jednačini (6.14).

Koeficijent prelaza toplote slobodnom konvekcijom sa spoljašnje površine vertikalnog zida na okolni vazduh $\alpha_{amb,fcon}$ ($W/(m^2 \cdot K)$) određuje se prema izrazu [141]:

$$\alpha_{amb,fcon} = \frac{N_u \cdot \lambda_{amb}}{L_w} = 0,28 \cdot \frac{\lambda_{amb}}{L_w} \cdot (G_{rL} \cdot P_r)^{0,3} \quad (6.15)$$

gde su: N_u – Nuseltov broj (-); P_r – Prandtlov broj, $P_r = (c_{p,amb} \cdot \mu_{amb})/\lambda_{amb}$ (-); G_{rL} – Grashofov broj za ravan vertikalni zid (-), $G_{rL} = [g \cdot \beta \cdot (t_{lub} - t_{amb}) \cdot L_w^3]/\nu_{amb}^2$; L_w – visina vertikalnog zida (m); g – ubrzanje Zemljine teže (m/s^2); β – koeficijent zapreminskog širenja ($1/^\circ C$); λ_{amb} – koeficijent toplotne provodljivosti okolnog vazduha ($W/(m \cdot K)$); ν_{amb} – kinematska viskoznost okolnog vazduha (m^2/s); μ_{amb} – dinamička viskoznost okolnog vazduha (m^2/s); $c_{p,amb}$ – specifična toplota okolnog vazduha ($J/kg \cdot K$).

Ovde je važno napomenuti da se za ploče pod uglom (kao u slučaju uzdužnog rebra stope), izraz (6.15) može i dalje primenjivati do ugla nagiba od 45° , ali se $G_r \cdot P_r$ mora zameniti sa $G_r \cdot P_r \cdot \cos \varphi_w$, pri čemu je φ_w ($^\circ$) ugao nagiba ploče u odnosu na vertikalnu ravan [142].



Slika 6.3 Mreža otpora prenosu toplote kroz vertikalni ravni zid

Koeficijent prelaza toplote zračenjem sa spoljašnje površine vertikalnog zida na okolni vazduh $\alpha_{amb,rad}$ ($W/(m^2 \cdot K)$) određuje se prema empirijskom izrazu [143]:

$$\alpha_{amb,rad} \approx 0,23 \cdot 10^{-6} \cdot \varepsilon \cdot \left(\frac{546,3 + t_{lub} + t_{amb}}{2} \right)^3 \quad (6.16)$$

gde je: ε – koeficijent emisije (-).

Za površine prekrivene zaštitnim prevlakama i premazima (farbama) vrednost koeficijenta emisije kreće se u granicama $0,90 \div 0,95$ [134].

Vrednosti koeficijenta toplotne provodljivosti λ_w ($W/(m \cdot K)$) za najčešće korišćene vrste materijala su prikazane u tabeli 6.1.

Tabela 6.1 Vrednosti koeficijenta toplotne provodljivosti za najčešće korišćene vrste materijala [144]

Materijal	Koef. toplotne provodljivosti, ($W/(m \cdot K)$)	Materijal	Koef. toplotne provodljivosti, ($W/(m \cdot K)$)
C35	50	AlSi11Cu3/ADC-12	92
16MnCr5	44	GS-60	50
16NiCr4	38	EN-GJL-200	48

Koeficijent prelaza toplote sa sredstva za podmazivanje na unutrašnju površinu zida kućišta α_{lub} (W/(m² · K)) je veoma teško matematički proceniti. Prema Funku (nem. Funck) [143], njegova vrednost kreće se u intervalu od 150÷300 W/(m²K) i zavisi od tipa graničnog sloja koji se razvija duž unutrašnjeg zida kućišta (laminarni, turbulentni ili prelazni granični sloj). Ipak, za praktične proračune najčešće se usvaja vrednost 200 W/(m²K).

6.2.2 Količina toplote koja se prenosi preko cilindričnog zida

Izraz za proračun ukupnog otpora prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko cilindričnog zida kućišta razvijen je korišćenjem istog metodološkog pristupa.

Količina toplote koja konvekcijom prelazi sa maziva na unutrašnju stranu cilindričnog zida $\dot{Q}_{cw}$ (W) može se proceniti Njutnovim zakonom hlađenja:

$$\dot{Q}_{cw} = 2\pi \cdot r_{wi} \cdot \alpha_{lub} \cdot L_c \cdot (t_{lub} - t_{wi,c}) \quad (6.17)$$

gde su: r_{wi} – unutrašnji poluprečnik cilindričnog zida kućišta (m); L_c – dužina cilindričnog zida kućišta (m); $t_{wi,c}$ – temperatura unutrašnje površine cilindričnog zida kućišta (°C).

U stacionarnim radnim uslovima, ista količina toplote će biti prenet kondukcijom kroz zid:

$$\dot{Q}_{cw} = 2\pi \cdot L_c \cdot \frac{\lambda_w}{\ln\left(\frac{r_{wo}}{r_{wi}}\right)} \cdot (t_{wi,c} - t_{wo,c}) \quad (6.18)$$

odnosno konvekcijom i zračenjem sa spoljašnje površine cilindričnog zida na okolni vazduh:

$$\dot{Q}_{cw} = 2\pi \cdot r_{wo} \cdot (\alpha_{amb,ccon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot L_c \cdot (t_{wo,c} - t_{amb}) \quad (6.19)$$

gde su: r_{wo} – spoljašnji poluprečnik cilindričnog zida kućišta (m); $t_{wo,c}$ – temperatura spoljašnje površine cilindričnog zida kućišta (°C); $\alpha_{amb,ccon}$ – koeficijent prelaza toplote slobodnom konvekcijom sa spoljašnje površine cilindričnog zida na okolni vazduh (W/(m² · K)).

S obzirom da je u pitanju ista količina toplote, temperaturne razlike u jednačinama (6.17), (6.18) i (6.19) iznose:

$$t_{lub} - t_{wi,c} = \dot{Q}_{cw} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot r_{wi} \cdot \alpha_{lub} \cdot L_c} \quad (6.20)$$

$$t_{wi,c} - t_{wo,c} = \dot{Q}_{cw} \cdot \frac{\ln(r_{wo}/r_{wi})}{2\pi \cdot \lambda_w \cdot L_c} \quad (6.21)$$

$$t_{wo,c} - t_{amb} = \dot{Q}_{cw} \cdot \frac{1}{2\pi \cdot r_{wo} \cdot (\alpha_{amb,ccon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot L_c} \quad (6.22)$$

Pošto su temperaturne razlike međusobno povezane zajedničkim temperaturama ($t_{wi,c}$, $t_{wo,c}$), kada se one eliminišu, može se izračunati ukupna temperaturna razlika:

$$t_{lub} - t_{amb} = \dot{Q}_{cw} \cdot \left(\frac{1}{2\pi \cdot r_{wi} \cdot \alpha_{lub} \cdot L_c} + \frac{\ln\left(\frac{r_{wo}}{r_{wi}}\right)}{2\pi \cdot \lambda_w \cdot L_c} + \frac{1}{2\pi \cdot r_{wo} \cdot (\alpha_{amb,ccon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot L_c} \right) \quad (6.23)$$

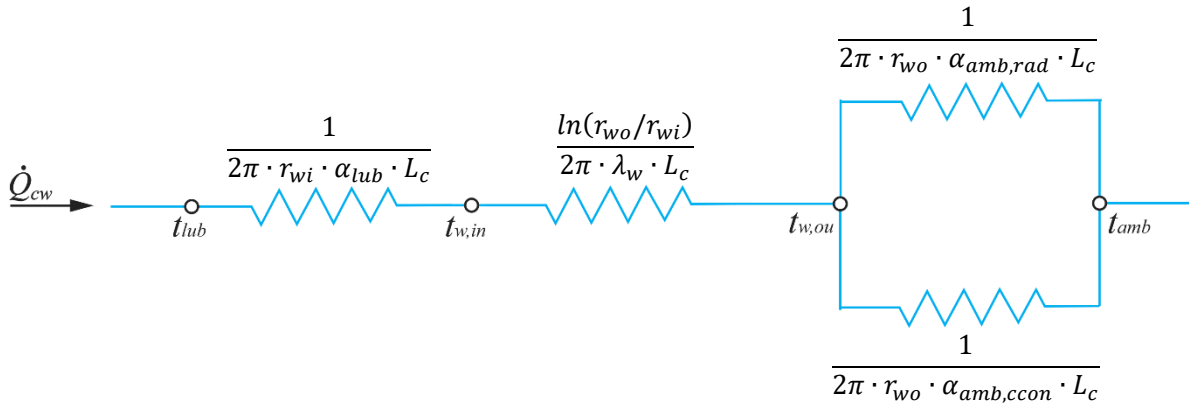
Daljim sređivanjem izraza dobija se:

$$\dot{Q}_{cw} = \frac{t_{lub} - t_{amb}}{\frac{1}{2\pi \cdot r_{wi} \cdot \alpha_{lub} \cdot L_c} + \frac{\ln(r_{wo}/r_{wi})}{2\pi \cdot \lambda_w \cdot L_c} + \frac{1}{2\pi \cdot r_{wo} \cdot (\alpha_{amb,ccon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot L_c}} \quad (6.24)$$

Imenilac u izrazu (6.24) predstavlja ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko cilindričnog zida kućišta R_{cw} (°C/W). Određuje se kao zbir otpora prolaza toplote sa maziva na unutrašnju stranu zida, otpora provođenju toplote kroz cilindrični zid i otpora prolaza toplote sa spoljašnje strane zida na okolni vazduh.

$$R_{cw} = \frac{1}{2\pi \cdot r_{wi} \cdot \alpha_{lub} \cdot L_c} + \frac{\ln(r_{wo}/r_{wi})}{2\pi \cdot \lambda_w \cdot L_c} + \frac{1}{2\pi \cdot r_{wo} \cdot (\alpha_{amb,ccon} + \alpha_{amb,rad}) \cdot L_c} \quad (6.25)$$

Mreža otpora prenosu toplote kroz cilindrični zid kućišta, kao i u prethodnom slučaju, sastoji se od dva redno i dva paralelno vezana otpora prenosu toplote (slika 6.4). Pošto se redno i paralelno vezani otpori prenosu toplote mogu zameniti jednim ekvivalentnim koji se određuje prema pravilima koje važe za redno i paralelno vezane otpornike, dobija se jednačina koja je ekvivalentna jednačini (6.25).



Slika 6.4 Mreža otpora prenosu toplote kroz cilindrični zid

Koeficijent prelaza toplote slobodnom konvekcijom sa spoljašnje površine cilindričnog zida na okolni vazduh određuje se prema sledećem izrazu [145]:

$$\alpha_{amb,ccon} = \begin{cases} 0,53 \cdot \frac{\lambda_{amb}}{D_{ou}} \cdot (G_{rD} \cdot P_r)^{0,25}, & 10^4 < (G_{rD} \cdot P_r) < 10^9 \\ 0,114 \cdot \frac{\lambda_{amb}}{D_{ou}} \cdot (G_{rD} \cdot P_r)^{0,33}, & 10^9 < (G_{rD} \cdot P_r) < 10^{12} \end{cases} \quad (6.26)$$

gde su: D_{ou} – spoljašnji prečnik cilindričnog zida (m); G_{rD} – Grashofov broj za cilindričan zid (-), $G_{rD} = (g \cdot \beta \cdot (t_{lub} - t_{amb}) \cdot D_{ou}^3) / \nu_{amb}^2$.

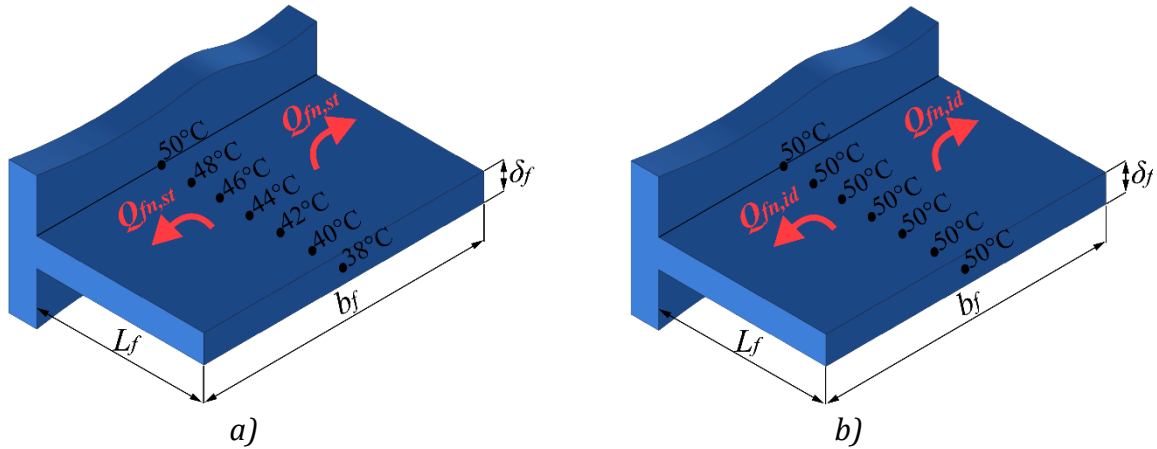
6.2.3 Količina toplote koja se prenosi preko rebra stope

Stopa kućišta modelira se kao sklop pravougaonih rebra (uzdužnih i poprečnih), pri čemu su rebra svojim osnovama (bazama) spojena sa cilindričnim zidom kućišta. S obzirom da je njihova debljina relativno mala, pretpostavlja se da je temperatura unutar poprečnih preseka konstantna [140].

Količina toplote koja konvekcijom prelazi sa maziva na unutrašnju stranu cilindričnog zida se može proceniti korišćenjem Njutnovog zakona hlađenja. U stacionarnim radnim uslovima, ista količina toplote će biti preneti kondukcijom kroz cilindrični zid. Toplota se dalje, od baze do vrha rebra, prenosi kondukcijom, dok se istovremeno, preko spoljašnje površine, na okolni vazduh prenosi putem konvekcije. Konvektivni prenos toplote dovodi do opadanja temperature, pa je temperatura na vrhu rebra niža u odnosu na temperaturu baze. Ova nejednaka raspodela temperature duž rebra uzima se u obzir parametrom koji se naziva termička efikasnost η_f (-) (slika 6.5).

Termička efikasnost rebra η_f (-) predstavlja odnos količine toplote $\dot{Q}_{fn,st}$ (W) koja se sa rebra (širine b_f , dužine L_f i debljine δ_f) prenosi na okolni vazduh i količine toplote $\dot{Q}_{fn,id}$ (W) koju bi ova površina mogla da prenese da je njena temperatura jednaka temperaturi baze [146].

$$\eta_f = \frac{\dot{Q}_{fn,st}}{\dot{Q}_{fn,id}} \quad (6.27)$$



Slika 6.5 Termička efikasnost rebra stope: a) stvarna količina toplote koja se prenosi na okolni vazduh, b) idealna količina toplote koja se prenosi na okolni vazduh

Za pravougaona rebra, termička efikasnost η_f (-) se određuje korišćenjem sledećeg izraza [137,146]:

$$\eta_f = \frac{\tanh(m_f \cdot L_f)}{m_f \cdot L_f} \quad (6.28)$$

pri čemu se parametar m_f (-) određuje prema sledećoj relaciji [137,146]:

$$m_f = \sqrt{\frac{\alpha_{amb,fcon} \cdot U_{fn,conv}}{\lambda_{fn} \cdot A_{fn}}} \quad (6.29)$$

gde su: m_f – parametar koji predstavlja meru odnosa intenziteta razmene toplote konvekcijom i kondukcijom (-); L_f – visina rebra stope (m); $U_{fn,conv}$ – obim rebra stope izložen okolnom vazduhu (m); λ_{fn} – koeficijent toplotne provodljivosti materijala rebra ($W/(m \cdot K)$); A_{fn} – površina poprečnog preseka rebra (m^2).

Pošto je za pravougaona rebra $U_{fn,conv} = 2 \cdot b_f$ i $A_{fn} = b_f \cdot \delta_f$, to je parametar m_f (-):

$$m_f = \sqrt{\frac{2 \cdot \alpha_{amb,fcon}}{\lambda_{fn} \cdot b_f}} \quad (6.30)$$

Uzimajući u obzir efikasnost rebra η_f (-), količina toplote koja sa rebra prelazi na okolni vazduh $\dot{Q}_{fn,o}$ (W) može se odrediti korišćenjem sledećeg izraza:

$$\dot{Q}_{fn,o} = \eta_f \cdot A_{fn} \cdot (\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{rad}) \cdot (t_{fn,base} - t_{amb}) \quad (6.31)$$

Iz jednačine (6.31) sledi da je otpor prolaza toplote konvekcijom i zračenjem sa rebra stope na okolni vazduh $R_{fn,o}$ ($^{\circ}C/W$):

$$R_{fn,o} = \frac{1}{\eta_f \cdot A_{fn} \cdot (\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{rad})} \quad (6.32)$$

Ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko rebra stope R_{fn} ($^{\circ}C/W$) može se proceniti korišćenjem sledećih izraza [140]:

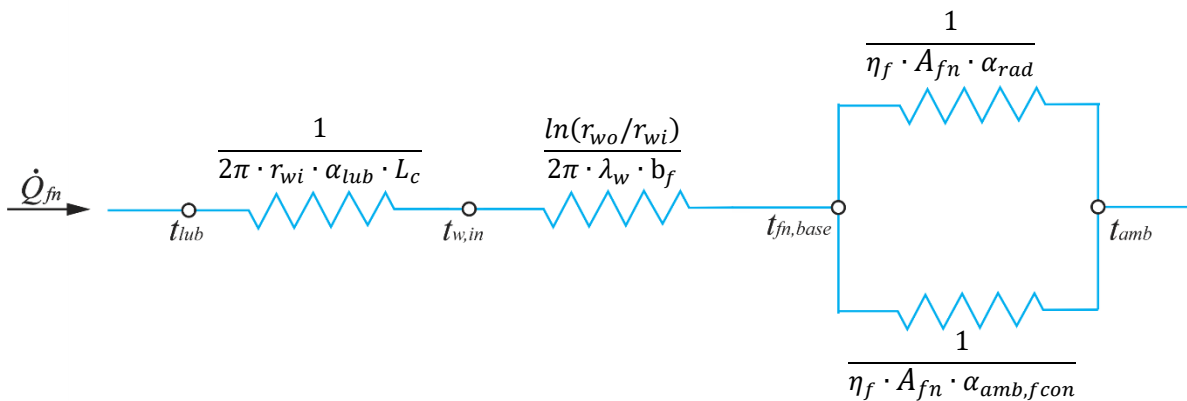
- za poprečno rebro:

$$R_{fn} = \frac{1}{2\pi \cdot r_{wi} \cdot \alpha_{lub} \cdot \delta_f} + \frac{\ln(r_{wo}/r_{wi})}{2\pi \cdot \lambda_w \cdot \delta_f} + \frac{1}{\eta_f \cdot A_{fn} \cdot (\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{rad})} \quad (6.33)$$

- za uzdužno rebro:

$$R_{fn} = \frac{1}{2\pi \cdot r_{wi} \cdot \alpha_{lub} \cdot \delta_f} + \frac{\ln(r_{wo}/r_{wi})}{2\pi \cdot \lambda_w \cdot b_f} + \frac{1}{\eta_f \cdot A_{fn} \cdot (\alpha_{amb,fcon} + \alpha_{rad})} \quad (6.34)$$

Mreža otpora prenosu toplote kroz rebro stope prikazana je na slici 6.6. Sastoji se od dva redno i dva paralelno vezana otpora prenosu toplote.



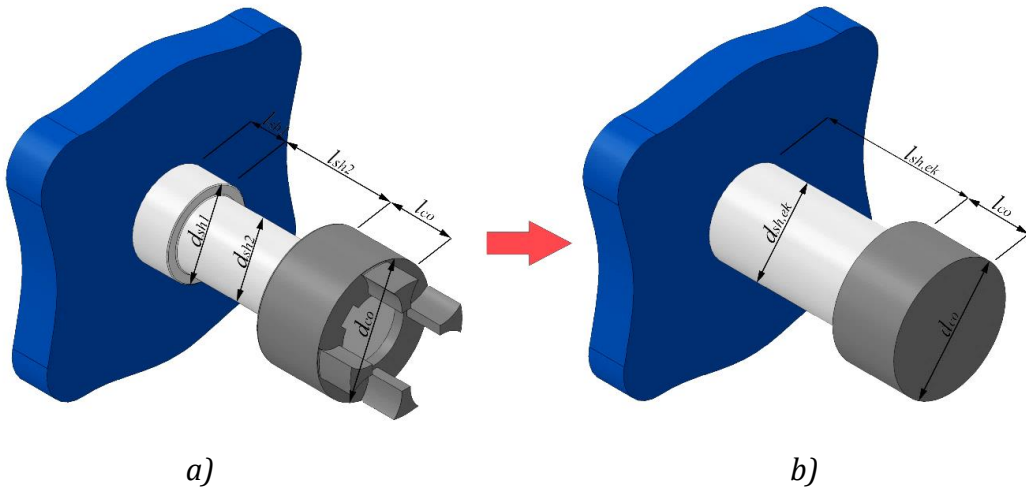
Slika 6.6 Mreža otpora prenosu toplote kroz rebro stope

6.3 Količina toplote koja se prenosi preko vratila i spojnice

Spoljašnji delovi vratila i povezane spojnice imaju relativno male površine, ali se izvestan deo toplote i preko njih prenosi na okolni vazduh. Da bi se kvantifikovao njihov uticaj na globalni energetski bilans, oni se modeliraju kao sklopovi dva cilindrična štapa ograničenih dužina pri čemu su promenljivi poprečni preseki svedeni na konstantne (slika 6.7) [140]. Ekvivalentni prečnik konstantnog poprečnog preseka se izračunava kao:

$$d_{sh,ek} = \frac{\sum d_{sh,i} \cdot l_{sh,i}}{\sum l_{sh,i}} \quad (6.35)$$

gde su: $d_{sh,i}$ – prečnik i -tog promenljivog poprečnog preseka (m); $l_{sh,i}$ – dužina i -tog promenljivog poprečnog preseka (m).



Slika 6.7 Sklop vratila i spojnice: a) geometrijski model; b) termički model

Štapove opstrujava fluid konstantne temperature t_{amb} (°C), tako da postoji razmena toplote konvekcijom. Štap koji simulira vratilo, svojom osnovom (bazom) spojen je sa zidom kućišta. Za temperaturu baze $t_{saf, x=0}$ (°C) pretpostavlja se da je približno jednaka ravnotežnoj temperaturi maziva t_{lub} (°C) [140], pa se iz tog razloga može napisati sledeća jednakost:

$$(t_{saf} - t_{amb})_{x=0} = (t_{lub} - t_{amb}) \quad (6.36)$$

Kako je štap relativno malog prečnika, pretpostavlja se da je temperatura u poprečnom preseku svuda ista. Da bi se odredila promena temperature po dužini štapa, posmatraće se elementarni deo štapa dx na rastojanju l_x od zida kućišta (slika 6.8). Jednačina energetskog bilansa za posmatrani deo glasi:

$$\dot{Q}_{cond,x} = \dot{Q}_{cond,x+\Delta x} + \dot{Q}_{conv} \quad (6.37)$$

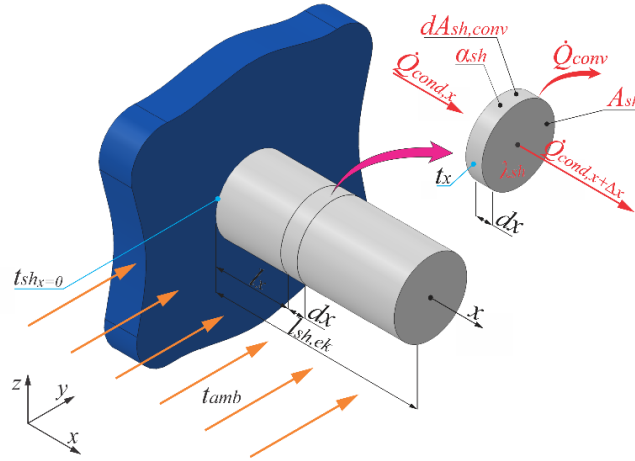
gde su: $\dot{Q}_{cond,x}$ – količina toplote koja kondukcijom ulazi u razmatrani elementarni deo štapa (W); $\dot{Q}_{cond,x+\Delta x}$ – količina toplote koja kondukcijom napušta razmatrani elementarni deo štapa (W); $\dot{Q}_{conv}$ – količina toplote koja sa spoljašnje površine posmatranog elementarnog dela štapa prelazi na okolni vazduh (W).

Količina toplote $\dot{Q}_{cond,x}$ (W) određuje se primenom Furijeovog zakona, a količina toplote $\dot{Q}_{conv}$ (W) primenom Njutnovog zakona hlađenja:

$$\dot{Q}_{cond,x} = -\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{dt}{dx} \quad (6.38)$$

$$\dot{Q}_{conv} = \alpha_{sh} \cdot A_{sh,conv} \cdot \Delta t = \alpha_{sh} \cdot U_{sh,conv} \cdot dx \cdot \Delta t \quad (6.39)$$

gde su: A_{sh} – površina poprečnog preseka razmatranog elementa vratila (m^2); $A_{sh,conv}$ – spoljašna površina razmatranog elementa vratila izložena okolnom vazduhu (m^2); $U_{sh,conv}$ – obim štapa vratila izložen okolnom vazduhu (m); λ_{sh} – koeficijent toplotne provodljivosti materijala vratila ($W/(m \cdot K)$); α_{sh} – koeficijent prelaza toplote konvekcijom sa spoljašnje površine razmatranog elementa vratila na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$); $\Delta t = t_x - t_{amb}$ – temperaturna razlika na rastojanju l_x ($^{\circ}C$).



Slika 6.8 Prenos toplote kroz štap kružnog poprečnog preseka

Količina toplote $\dot{Q}_{cond,x+\Delta x}$ (W) može se izraziti u funkciji od $\dot{Q}_{cond,x}$ (W) razvijanjem u Tejlorov red:

$$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} = \dot{Q}_{cond,x} + \left[\frac{d}{dx} \dot{Q}_{cond,x} \frac{dx}{1!} \right] + \left[\frac{d^2}{dx^2} \dot{Q}_{cond,x} \frac{dx^2}{2!} \right] + \dots \quad (6.40)$$

Treći i svi naredni članovi u Tejlorovom redu mogu se zanemariti bez značajne greške [147]. Nakon ovog pojednostavljenja, jednačina (6.40) dobija sledeći oblik:

$$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} = \dot{Q}_{cond,x} + \left[\frac{d}{dx} \dot{Q}_{cond,x} \frac{dx}{1!} \right] \quad (6.41)$$

odnosno:

$$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} = -\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{dt}{dx} + \frac{d}{dx} \cdot \left(-\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{dt}{dx} \right) \cdot dx \quad (6.42)$$

$$\dot{Q}_{cond,x+\Delta x} = -\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{dt}{dx} - \lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{d^2 t}{dx^2} \cdot dx \quad (6.43)$$

Zamenom izraza (6.38), (6.39) i (6.43) u (6.37) dobija se:

$$-\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{dt}{dx} = -\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{dt}{dx} - \lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{d^2t}{dx^2} \cdot dx + \alpha_{sh} \cdot U_{sh,conv} \cdot dx \cdot \Delta t \quad (6.44)$$

Sređivanjem jednačine (6.44) dobija se diferencijalna jednačina koja opisuje promenu temperature po dužini štapa.

$$\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{d^2t}{dx^2} = \alpha_{sh} \cdot U_{sh,conv} \cdot \Delta t \quad (6.45)$$

odnosno:

$$\frac{d^2t}{dx^2} - \frac{\alpha_{sh} \cdot U_{sh,conv}}{\lambda_{sh} \cdot A_{sh}} \cdot \Delta t = 0 \quad (6.46)$$

pri čemu je:

$$\frac{\alpha_{sh} \cdot U_{sh,conv}}{\lambda_{sh} \cdot A_{sh}} = m_{sh}^2 \quad (6.47)$$

$$m_{sh} = \sqrt{\frac{\alpha_{sh} \cdot U_{sh,conv}}{\lambda_{sh} \cdot A_{sh}}} \quad (6.48)$$

Parametar m_{sh} (-) predstavlja meru odnosa intenziteta razmene toplote konvekcijom i kondukcijom za štap vratila.

Budući da je jednačina (6.46) homogena linearna diferencijalna jednačina drugog reda sa konstantnim koeficijentima, opšte rešenje ove jednačine ima sledeći oblik:

$$\Delta t = C_1 e^{m_{sh} \cdot x} + C_2 e^{-m_{sh} \cdot x} \quad (6.49)$$

pri čemu su C_1 i C_2 konstante čije se vrednosti određuju iz graničnih uslova.

Pošto je štap vratila, štap konačne dužine l_{sh} (m), granični uslovi su sledeći:

1. za $x = 0$

Na početku štapa, temperatura je $t = t_{sh,x=0}$ (°C), pa je temperaturna razlika na ovoj lokaciji $\Delta t_{x=0} = (t_{sh} - t_{amb})_{x=0}$ (°C).

2. za $x = l_{sh}$

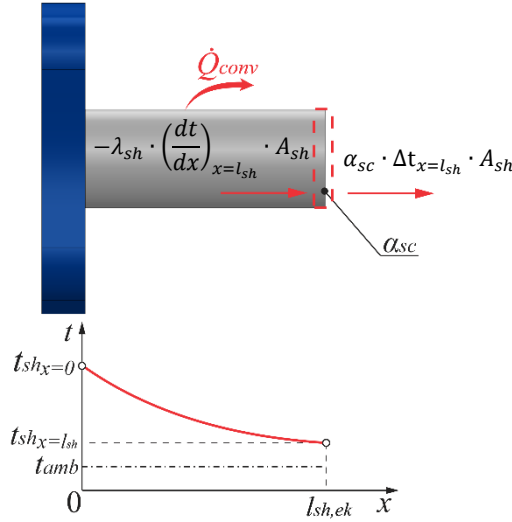
Na kraju štapa, količina toplote koja prelazi na okolni vazduh jednaka je količini toplote koja ulazi kroz njegovu bazu (slika 6.9), pa je:

$$\dot{Q}_{sh} = -\lambda_{sh} \cdot \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=l_{sh}} \cdot A_{sh} = \alpha_{sc} \cdot (t_{sh} - t_{amb})_{x=l_{sh}} \cdot A_{sh} = \alpha_{sc} \cdot \Delta t_{x=l_{sh}} \cdot A_{sh} \quad (6.50)$$

odnosno:

$$-\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=l_{sh}} = \alpha_{sc} \cdot A_{sh} \cdot \Delta t_{x=l_{sh}} \quad (6.51)$$

gde su: α_{sc} – koeficijent prelaza toplote sa čeonu površine štapa vratila na štap spojnice ($W/(m^2 \cdot K)$); $\Delta t_{x=l_{sh}} = (t_{sh} - t_{amb})_{x=l_{sh}}$ – temperaturna razlika na kraju štapa ($^{\circ}C$).



Slika 6.9 Štap konačne dužine sa konvektivnim prenosom toplote na čeonu površini

Zamenom graničnog uslova dobija se:

1. za $x = 0$

$$\Delta t_{x=0} = C_1 + C_2 \quad (6.52)$$

2. za $x = l_{sh}$

Da bi se zamenio drugi uslov neophodno je pronaći dt/dx . Kako je $x = l_{sh}$, prema jednačini (6.49) dobija se:

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=l_{sh}} = C_1 \cdot (m_{sh}) \cdot e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} - C_2 \cdot (m_{sh}) \cdot e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}} \quad (6.53)$$

Zamenom (6.53) u (6.51) dobija se:

$$-\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot [C_1 \cdot (m_{sh}) \cdot e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} - C_2 \cdot m_{sh} \cdot e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}}] = \alpha_{sc} \cdot A_{sh} \cdot C_1 \cdot e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} - C_2 \cdot e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}} \quad (6.54)$$

odnosno:

$$C_1 \cdot e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} - C_2 \cdot e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}} = \frac{\alpha_{sc}}{\lambda_{sh} \cdot m_{sh}} \cdot (C_1 \cdot e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} - C_2 \cdot e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}}) \quad (6.55)$$

Rešavanjem izraza (6.55) dobijaju se integracione konstante C_1 i C_2 :

$$C_1 = \Delta t_{x=0} \cdot \frac{\left(1 + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}}\right) \cdot e^{m_{sh} \cdot l_{sh}}}{(e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} + e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}}) + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} \cdot (e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} - e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}})} \quad (6.56)$$

$$C_2 = \Delta t_{x=0} \cdot \frac{\left(1 - \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}}\right) \cdot e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}}}{e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} + e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}} + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} \cdot (e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} - e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}})} \quad (6.57)$$

Zamenom konstanti C_1 i C_2 u (6.49) dobija se konačan izraz za raspodelu temperature duž štapa konačne dužine l_{sh} :

$$\Delta t = \Delta t_{x=0} \cdot \frac{\left(1 + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}}\right) \cdot e^{m_{sh} \cdot (l_{sh} - x)} + \left(1 - \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}}\right) \cdot e^{-m_{sh} \cdot (l_{sh} - x)}}{e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} + e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}} + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} \cdot (e^{m_{sh} \cdot l_{sh}} - e^{-m_{sh} \cdot l_{sh}})} \quad (6.58)$$

Koristeći poznate hiperboličke relacije:

$$\frac{1}{2} \cdot (e^{m_{sh} \cdot x} - e^{-m_{sh} \cdot x}) = \sinh(m_{sh} \cdot x) \quad (6.59)$$

$$\frac{1}{2} \cdot (e^{m_{sh} \cdot x} + e^{-m_{sh} \cdot x}) = \cosh(m_{sh} \cdot x) \quad (6.60)$$

$$\frac{e^{m_{sh} \cdot x} - e^{-m_{sh} \cdot x}}{e^{m_{sh} \cdot x} + e^{-m_{sh} \cdot x}} = \frac{\sinh(m_{sh} \cdot x)}{\cosh(m_{sh} \cdot x)} = \tanh(m_{sh} \cdot x) \quad (6.61)$$

Izraz (6.58) se sada može napisati u sledećem obliku:

$$\Delta t = \Delta t_{x=0} \cdot \frac{\cosh[m_{sh} \cdot (l_{sh} - x)] + \left(\frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}}\right) \cdot \sinh[m_{sh} \cdot (l_{sh} - x)]}{\cosh(m_{sh} \cdot l_{sh}) + \left(\frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}}\right) \cdot \sinh(m_{sh} \cdot l_{sh})} \quad (6.62)$$

Ako se u jednačini (6.62) zameni da je $x = l_{sh}$, dobija se temperatura na kraju štapa:

$$\Delta t_{x=l_{sh}} = \Delta t_{x=0} \cdot \frac{1}{\cosh(m_{sh} \cdot l_{sh}) + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} \cdot \sinh(m_{sh} \cdot l_{sh})} \quad (6.63)$$

Količina toplote koja sa spoljašnje površine štapa vratila prelazi na okolni vazduh $\dot{Q}_{sh}$ (W) sada se može odrediti korišćenjem sledećeg izraza:

$$\dot{Q}_{sh} = -\lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \left(\frac{dt}{dx}\right)_{x=0} \quad (6.64)$$

odnosno:

$$\dot{Q}_{sh} = \lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot m_{sh} \cdot \Delta t_{x=0} \cdot \frac{\frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} + \tanh(m_{sh} \cdot l_{sh})}{1 + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} + \tanh(m_{sh} \cdot l_{sh})} \quad (6.65)$$

Pošto je $\Delta t_{x=0} = (t_{saf} - t_{amb})_{x=0} = (t_{lub} - t_{amb})$, konačni izraz za $\dot{Q}_{sh}$ (W) glasi:

$$\dot{Q}_{sh} = \lambda_{sh} \cdot A_{sh} \cdot m_{sh} \cdot (t_{lub} - t_{amb}) \cdot \frac{\frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} + \tanh(m_{sh} \cdot l_{sh})}{1 + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} + \tanh(m_{sh} \cdot l_{sh})} = \frac{(t_{lub} - t_{amb})}{R_{sh}} \quad (6.66)$$

Iz (6.66) sledi da se ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko vratila R_{sh} (°C/W) može odrediti korišćenjem sledećeg izraza:

$$R_{sh} = \frac{1}{\lambda_{sh} \cdot m_{sh} \cdot A_{sh} \cdot \frac{\frac{\alpha_{sc}}{\lambda_{sh} \cdot m_{sh}} + \tanh(m_{sh} \cdot l_{sh})}{1 + \frac{\alpha_{sc}}{\lambda_{sh} \cdot m_{sh}} \cdot \tanh(m_{sh} \cdot l_{sh})}} \quad (6.67)$$

Izraz za proračun ukupnog otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko spojnice razvijen je korišćenjem istog metodološkog pristupa. Štap koji simulira spojnicu, svojom osnovom (bazom) spojen je sa štapom vratila. Za temperaturu baze pretpostavlja se da je jednaka temperaturi na kraju štapa vratila, pa se iz tog razloga može napisati sledeća jednakost:

$$(t_{cou} - t_{amb})_{x=l_s} = (t_{saf} - t_{amb})_{x=l_s} \quad (6.68)$$

odnosno:

$$(t_{cou} - t_{amb})_{x=l_s} = \Delta t_{x=l_{sh}} \quad (6.69)$$

Pošto je prenošenje toplote kroz čeonu površinu spojnice zanemarljivo malo ($\alpha_{sc} = 0$), to je:

$$\dot{Q}_{co} = \lambda_{co} \cdot A_{co} \cdot m_{co} \cdot (t_{cou} - t_{amb})_{x=l_s} \cdot \tanh(m_{co} \cdot l_{co}) \quad (6.70)$$

gde su: λ_{co} – koeficijent toplotne provodljivosti materijala spojnice (W/(m·K)); m_{co} – parametar koji predstavlja meru odnosa intenzivnosti razmene toplote konvekcijom i kondukcijom za štap spojnice (-); A_{co} – površina poprečnog preseka štapa spojnice (m²).

Zamenom (6.63) i (6.69) u (6.70) dobija se:

$$\dot{Q}_{co} = \frac{\lambda_{co} \cdot A_{co} \cdot m_{co} \cdot \tanh(m_{co} \cdot l_{co}) \cdot (t_{lub} - t_{amb})}{\cosh(m_{sh} \cdot l_{sh}) + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} \cdot \sinh(m_{sh} \cdot l_{sh})} = \frac{(t_{lub} - t_{amb})}{R_{co}} \quad (6.71)$$

Iz (6.71) sledi da se ukupni otpor prenosu toplote sa maziva na okolni vazduh preko spojnice R_{co} (°C/W) može odrediti korišćenjem sledećeg izraza:

$$R_{co} = \frac{1}{\frac{\lambda_{co} \cdot A_{co} \cdot m_{co} \cdot \tanh(m_{co} \cdot l_{co})}{\cosh(m_{sh} \cdot l_{sh}) + \frac{\alpha_{sc}}{m_{sh} \cdot \lambda_{sh}} \cdot \sinh(m_{sh} \cdot l_{sh})}} \quad (6.72)$$

Parametar koji predstavlja meru odnosa intenzivnosti razmene toplote konvekcijom i kondukcijom za štap spojnice m_{co} (-) može se odrediti prema sledećem izrazu:

$$m_{co} = \sqrt{\frac{\alpha_{co} \cdot U_{co,conv}}{\lambda_{co} \cdot A_{co}}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{\alpha_{co}}{\lambda_{co} \cdot d_{co}}} \quad (6.73)$$

gde su: α_{cou} – koeficijent prelaza toplote konvekcijom sa spoljašnje površine spojnice na okolni vazduh ($W/(m^2 \cdot K)$); $U_{co,conv}$ – obim štapa spojnice izložen okolnom vazduhu (m).

Koeficijent prelaza toplote sa čeonu površine štapa vratila na štap spojnice α_{sc} ($W/(m^2 \cdot K)$) određuje se korišćenjem sledećeg izraza [135]:

$$\alpha_{sc} = \frac{\lambda_{co} \cdot m_{co} \cdot A_{co} \cdot \tanh(m_{co} \cdot l_{co})}{A_{sh}} \quad (6.74)$$

Za određivanje koeficijenata prelaza toplote α_{sh} ($W/(m^2 \cdot K)$) i α_{co} ($W/(m^2 \cdot K)$) mogu se koristiti Bekerovi (eng. *Becker*) [148] izrazi za rotirajuće cilindre:

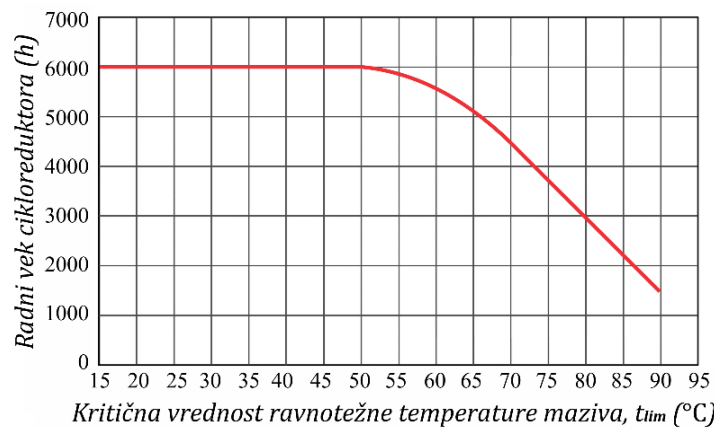
$$\alpha_{sh} = 0,133 \cdot \frac{\lambda_{amb}}{d_{sh,ek}} \cdot Re^{\frac{2}{3}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (6.75)$$

$$\alpha_{co} = 0,133 \cdot \frac{\lambda_{amb}}{d_{co,ek}} \cdot Re^{\frac{2}{3}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \quad (6.76)$$

gde su: Re – Reynoldsov broj (-), $Re = (\omega_i \cdot d_{i,ek}^2) / (2 \cdot \nu_{amb})$; ω_i – ugaona brzina štapa vratila ili štapa spojnice (s^{-1}); $d_{i,ek}$ – ekvivalentni prečnik štapa vratila ili štapa spojnice (m).

6.4 Dozvoljena i kritična vrednost ravnotežne temperature maziva

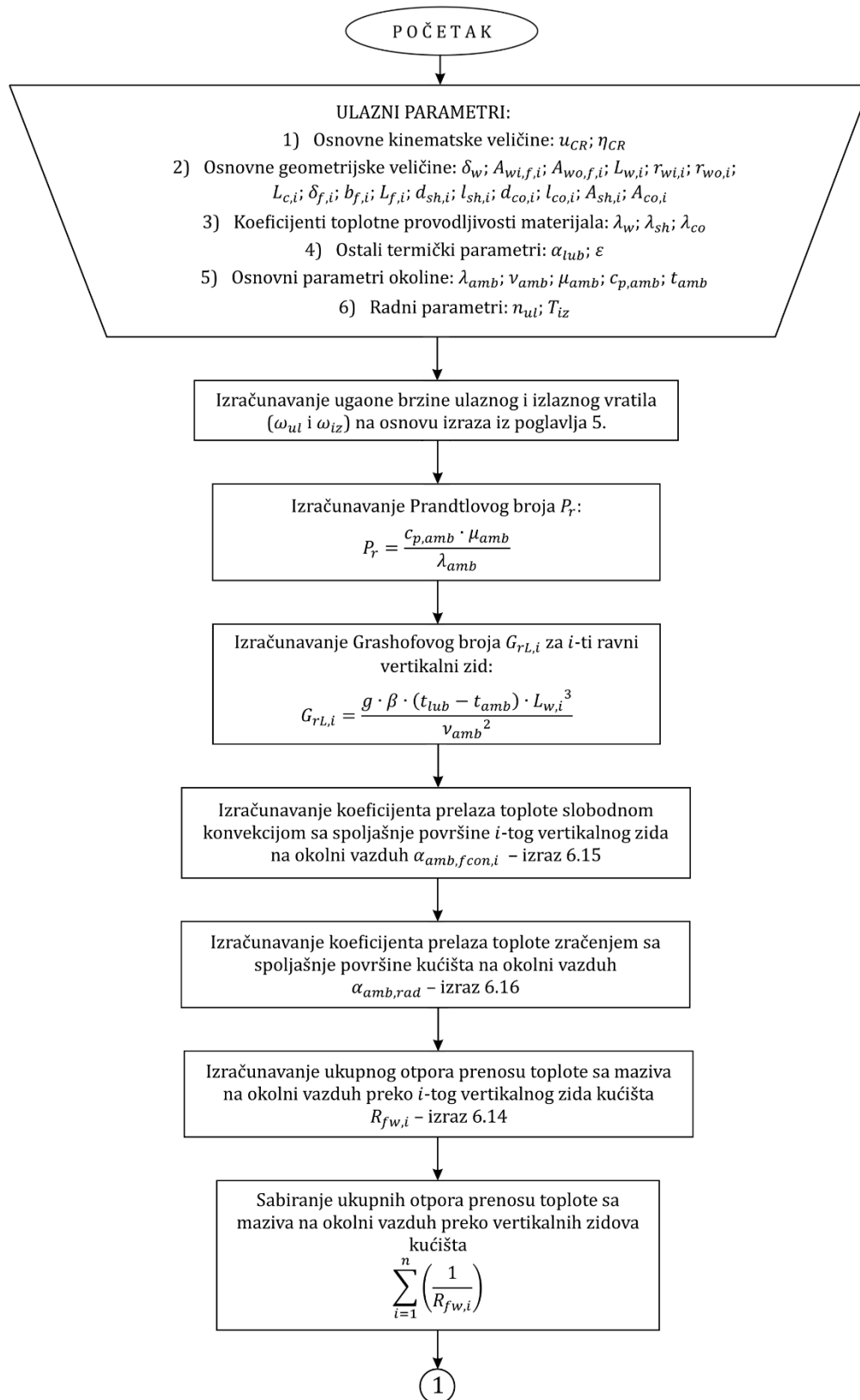
Budući da ravnotežna temperatura ima veliki uticaj na viskoznost, odnosno debljinu uljnog filma, habanje radnih površina elemenata u kontaktu, kao i na radni vek sredstva za podmazivanje i zaptivnih elemenata, veoma je važno poznavati njenu kritičnu vrednost. Opšta preporuka je da ova vrednost ne prelazi $60^\circ C$ [9]. Međutim, ukoliko bi bila viša, na primer $70^\circ C$, nominalni radni vek prenosnika bi bio manji za 1000 h (slika 6.12). U takvim slučajevima, može se izvršiti optimizacija određenih konstrukcionih parametara, poput površine za prenos toplote kako bi se vrednost ravnotežne temperature maziva ipak smanjila.

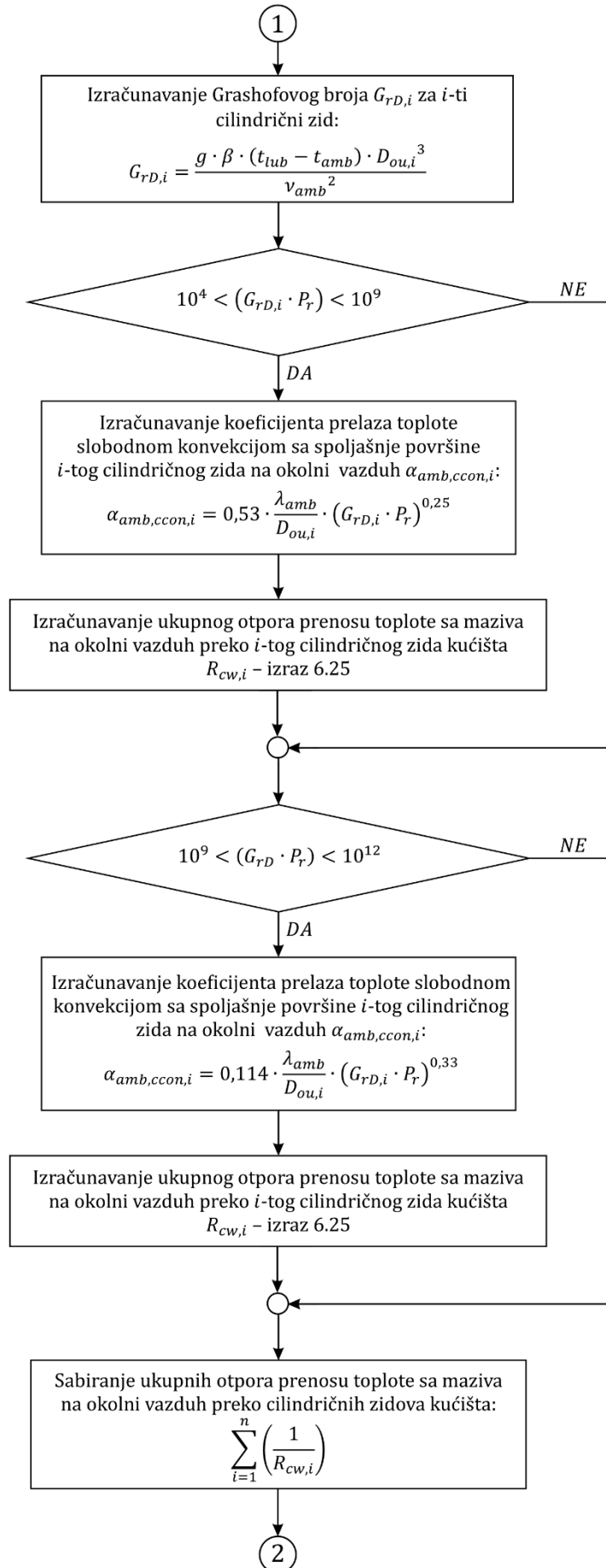


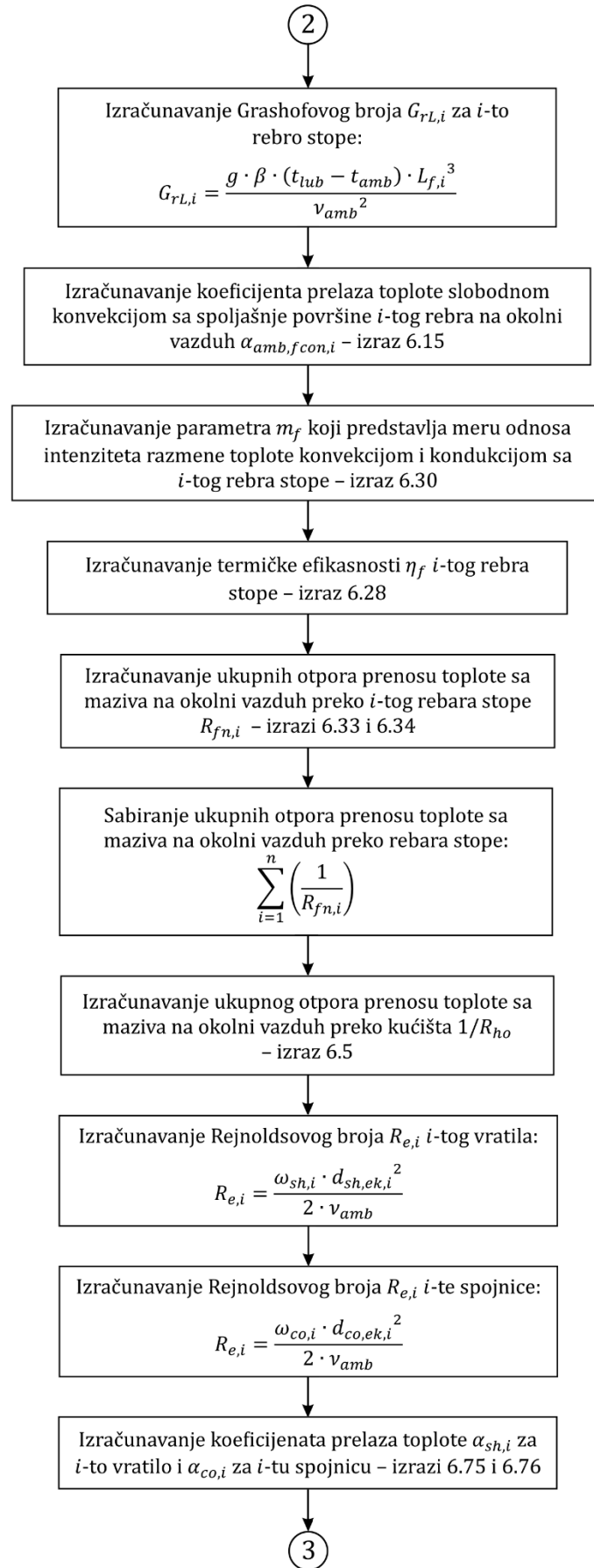
Slika 6.10 Zavisnost radnog veka cikloreduktora od kritične vrednosti ravnotežne temperature maziva

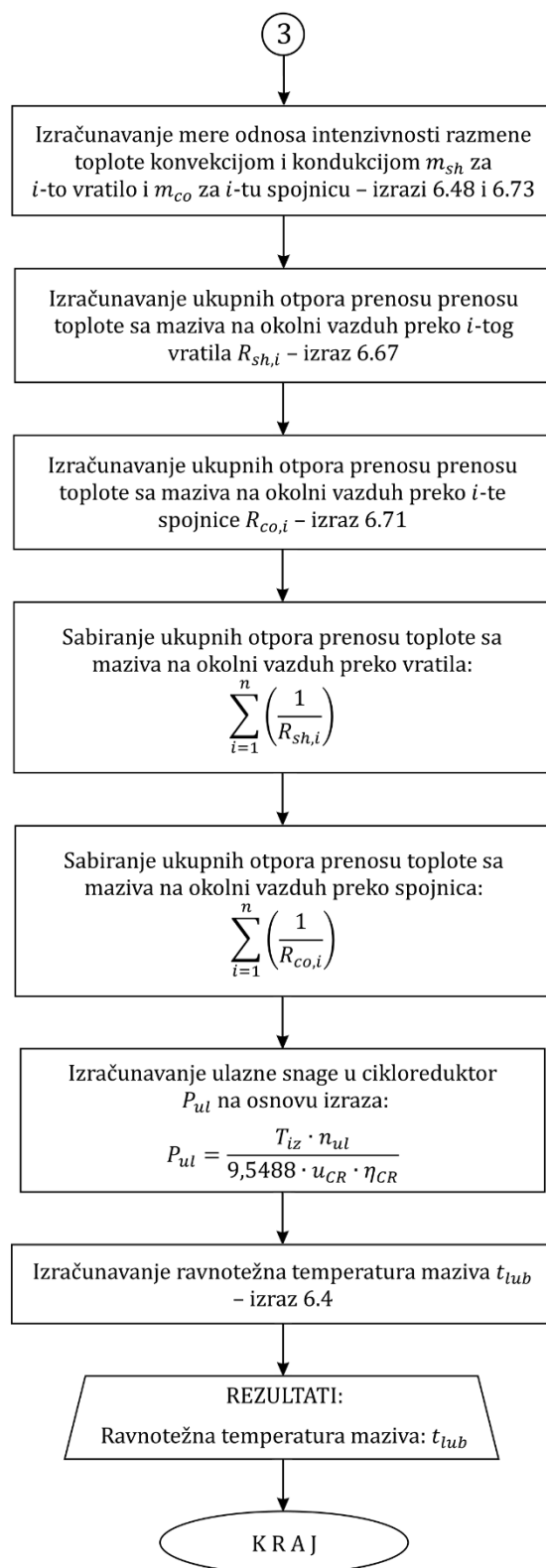
6.5 Algoritam za proračun ravnotežne temperature maziva

S obzirom da je matematički model za proračun ravnotežne temperature maziva veoma kompleksan, za njegovo rešavanje biće korišćen softverski paket *Matlab 2017*. Algoritam koji na jedan uprošćen i uopšten način opisuje tok proračuna, prikazan je na slici 6.11.









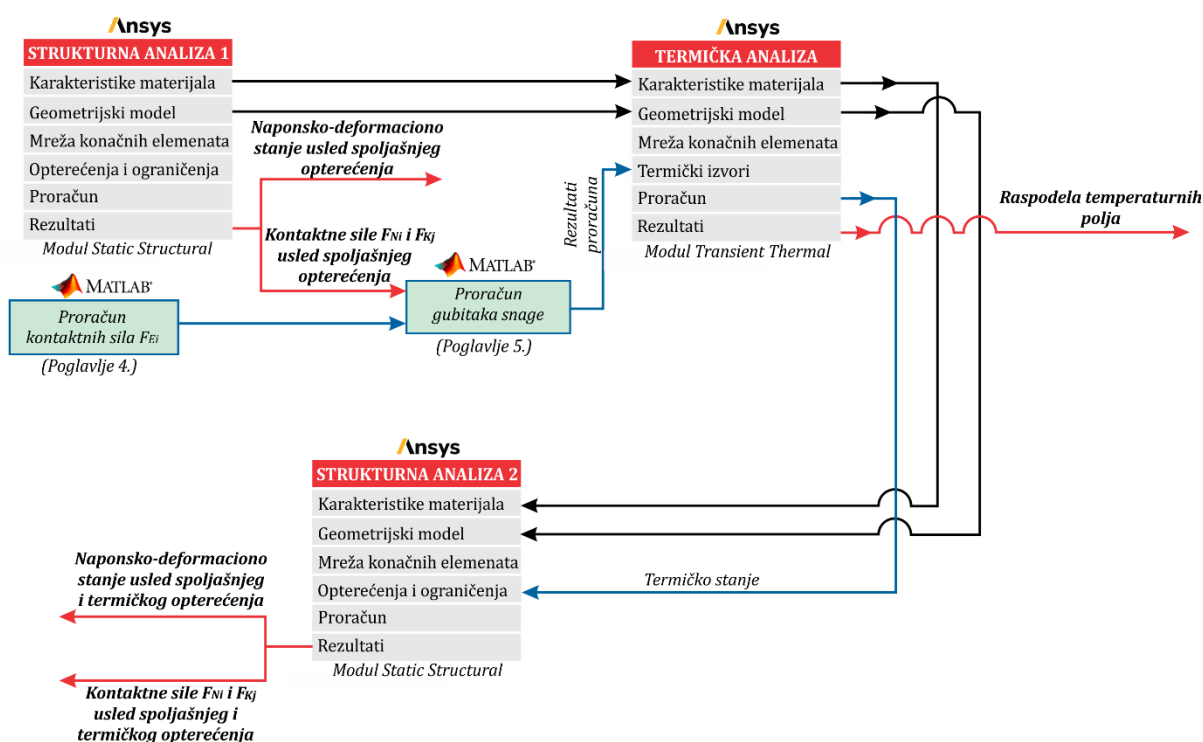
Slika 6.11 Algoritam za proračun ravnotežne temperature maziva

7. PRIMENA SOFTVERSKOG PAKETA ANSYS WORKBENCH ZA ISTRAŽIVANJE TERMIČKE STABILNOSTI CIKLOREDUKTORA

Kao što je već prikazano, poznavanjem intenziteta generisane toplote, načina njenog prenošenja i odvođenja, uz odgovarajuća pojednostavljenja, moguće je analitičkim putem istražiti ravnotežnu temperaturu prenosnika. Međutim, u ovom poglavlju će se otići korak dalje i istražiti raspodela temperaturnih polja, kao i njihov uticaj na kontaktne sile i naponsko – deformaciono stanje vitalnih elemenata. Metodologija za ovo istraživanje je veoma kompleksna i zahteva upotrebu kako analitičkih tako i numeričkih metoda. Numerički deo istraživanja će biti realizovan u komercijalnom softveru *ANSYS Workbench 2019 R2* [149], a analitički u softveru *Matlab 2017* [150].

7.1 Metodologija predmetnog istraživanja

Šematski prikaz metodologije predmetnog istraživanja je dat na slici 7.1. Treba naglasiti da je reč o novorazvijenoj metodologiji kada su u pitanju cikloreduktori i da u dostupnoj literaturi nema sličnih istraživanja, a definisana je na osnovu Dizdarevih [151] termičkih analiza kugličnog kotrljanog ležaja. U osnovi, obuhvata tri numeričke analize koje se baziraju na Metodi konačnih elemenata (MKE).



Slika 7.1 Šematski prikaz metodologije istraživanja

U prvoj analizi se na osnovu trodimenzionalnog geometrijskog modela jednostepenog cikloreduktora i poznatih spoljašnjih opterećenja u modulu *Static Structural* (ANSYS Workbench) vrši strukturna analiza. Kao rezultat se dobijaju vrednosti sila na mestima kontakata ciklozupčanika, centralnih i izlaznih valjaka (koji učestvuju u procesu prenošenja opterećenja), kao i vrednosti odgovarajućih napona.

Druga analiza se vrši u okviru modula *Transient Thermal (ANSYS Workbench)* koji predstavlja termičku analizu u vremenskom domenu. U ovoj analizi se koriste polazni podaci iz prve analize (geometrija trodimenzionalnog modela, karakteristike materijala), kao i intenziteti termičkih izvora (gubici snage), koji su prethodno određeni analitičkim putem u softveru *Matlab*. Kao rezultat se dobija termičko stanje modela, odnosno raspodela temperaturnih polja unutar cikloreduktora.

Treća (završna) analiza se ponovo vrši u modulu *Static Structural (ANSYS Workbench)*. Na osnovu ulaznih podataka iz prve analize i termičkog stanja iz druge analize dobijaju se konačne (ukupne) vrednosti kontaktnih sila i naponsko-deformaciono stanje vitalnih elemenata cikloreduktora kao posledica dejstva spoljašnjih i termičkih opterećenja.

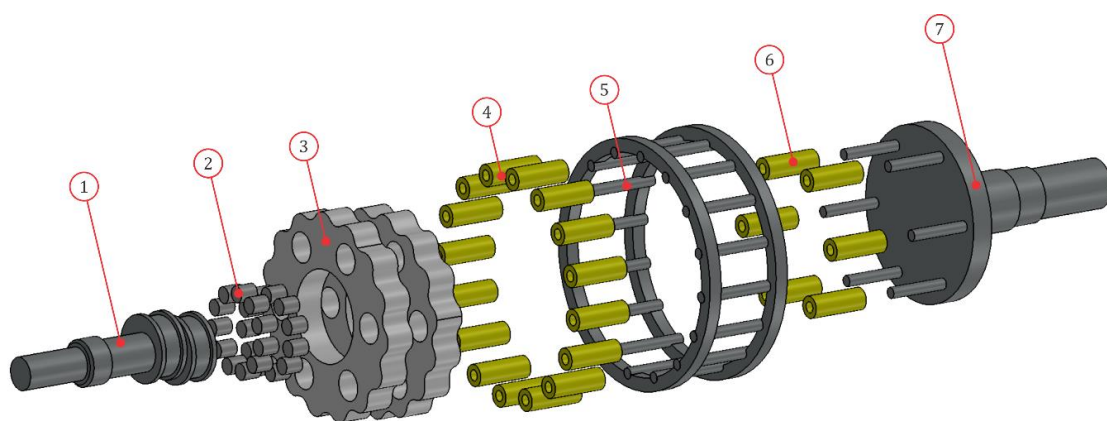
Pošto se najveći deo razvijene metodologije sprovodi u softveru *ANSYS Workbench*, u nastavku ovog poglavlja će biti prikazano definisanje ključnih koraka.

7.2 Model konačnih elemenata u strukturnoj analizi

7.2.1 Geometrijski model i vrste korišćenih materijala

Trodimenzionalni geometrijski model jednostepenog cikloreduktora koji dimenziono i prema karakteristikama izabranih materijala u potpunosti odgovara ispitivanom cikloreduktoru (poglavlje 8), kreiran je u softveru *SolidWorks 2017* [152] i uvežen je u *ANSYS Workbench* kao *step* datoteka (slika 7.2).

Kako bi se smanjio broj sastavnih elemenata, ulazno vratilo i ekscentar čaura su modelirani kao jedan element. Isti pristup je primenjen i za osovinice centralnih valjaka, kao i za izlazni mehanizam. Radi lakšeg razumevanja prethodno opisanih pojednostavljenja, na slici 7.2 je dat prikaz rastavljenog geometrijskog modela cikloreduktora.



Slika 7.2 Rastavljeni prikaz korišćenog 3D geometrijskog modela jednostepenog cikloreduktora: 1 – ulazno vratilo sa ekscentar čaurom; 2 – valjci ležaja ciklozupčanika; 3 – ciklozupčanici; 4 – centralni valjci; 5 – osovinice centralnih valjaka; 6 – izlazni valjci; 7 – izlazni mehanizam sa izlaznim vratilom

Podaci o vrstama izabranih materijala su dati u tabeli 7.1, dok su njihove karakteristike prikazane u tabeli 7.2. Ovde je važno napomenuti da su korišćeni materijali linearno izotropni i homogeni, što znači da imaju iste karakteristike po svim pravcima provučenim kroz sve čestice u datoj zapremini.

Tabela 7.1 Vrste materijala koji su korišćene u analizi

Sastavni elementi cikloreduktora	Vrste materijala
Ciklozupčanici	16MnCr5
Centralni valjci	16MnCr5
Osovinice centralnih valjaka	16MnCr5
Izlazni valjci	16MnCr5
Osovinice izlaznih valjaka	16MnCr5
Ulazno vratilo sa ekscentar čaurom	C35
Valjci ležaja ciklozupčanika	16MnCr5
Izlazni mehanizam sa izlaznim vratilom	C35

Tabela 7.2 Karakteristike materijala koji su korišćene u analizi [153]

Karakteristika materijala	Vrsta materijala	
	16MnCr5	C35
Jangov modul elastičnosti, (MPa)	210000	
Poasonov koeficijent	0,28	
Modul smicanja, (MPa)	79000	
Zatezna čvrstoća, (MPa)	800	700
Granica tečenja, (MPa)	590	580
Termičko širenje, (1/K)	$1,1 \cdot 10^{-5}$	
Toplotna provodljivost, (W/m · K)	14	
Specifična toplota, (J/kg · K)	440	

7.2.2 Mreža konačnih elemenata u strukturnoj analizi

Pošto se trodimenzionalni geometrijski model jednostepenog cikloreduktora sastoji od 49 sastavnih elemenata, potrebno je definisati njihove međusobne kontakte. U *ANSYS Workbench*-u je ovaj postupak značajno pojednostavljen jer softver na osnovu automatizovane procedure formira nerastavljive kontakte (eng. *Bonded*) između svih elemenata čije su površine veoma bliske. Na taj način je formirano 111 kontaktnih parova koji su organizovani u odgovarajuće grupe (Tabela 7.3). Kako bi se isključila mogućnost greške pri automatizovanom postupku kreiranja kontakata, svi kontakti su ipak naknado provereni.

Tabela 7.3 Formirane grupe i podgrupe kontaktnih parova

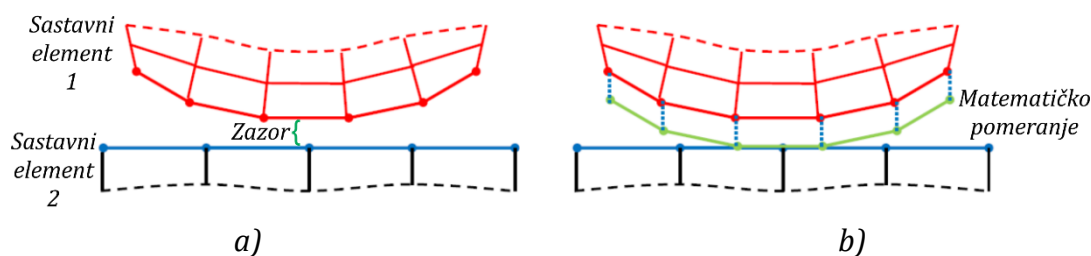
Grupe sastavnih elemenata	Podgrupe sastavnih elemenata
Ciklozupčanik 1 – Ciklozupčanik 2	–
Ciklozupčanik 1 – Centralni valjci	<i>Prenos opterećenja</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti ciklozupčanika 1 i centralnih valjaka 1, 2, ..., 7). <i>Pravac ekscentriciteta</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti ciklozupčanika 1 i centralnih valjaka 8 i 16). <i>Ostali</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti između ciklozupčanika 1 i ostalih centralnih valjaka)
Ciklozupčanik 1 – Izlazni valjci	<i>Prenos opterećenja</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti ciklozupčanika 1 i izlaznih valjaka 1, 2, 3). <i>Ostali</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti između ciklozupčanika 1 i ostalih izlaznih valjaka)
Ciklozupčanik 1 – Valjci ležaja ciklozupčanika 1	<i>Prenos opterećenja</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti ciklozupčanika 1 i valjaka ležaja ciklozupčanika 1: 0, 1, 2, 9 i 10). <i>Ostali</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti između ciklozupčanika 1 i ostalih valjaka ležaja ciklozupčanika 1)
Ciklozupčanik 2 – Centralni valjci	<i>Prenos opterećenja</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti ciklozupčanika 2 i centralnih valjaka 9, 10, ..., 15). <i>Pravac ekscentriciteta</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti ciklozupčanika 2 i centralnih valjaka 8 i 16). <i>Ostali</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti između ciklozupčanika 2 i ostalih centralnih valjaka)
Ciklozupčanik 2 – Izlazni valjci	<i>Prenos opterećenja</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti ciklozupčanika 2 i izlaznih valjaka 4, 5, 6). <i>Ostali</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti između ciklozupčanika 2 i ostalih izlaznih valjaka)
Centralni valjci – Osovinice	<i>Prenos opterećenja</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti centralnih valjaka i osovinica: 1,..., 7 i kontakti 9,..., 15). <i>Ostali</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti između centralnih valjaka i ostalih osovinica)
Izlazni valjci – Osovinice	–
Ciklozupčanik 2 – Valjci ležaja ciklozupčanika 2	<i>Prenos opterećenja</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti ciklozupčanika 2 i valjaka ležaja ciklozupčanika 2: 4, 5, 6, 7 i 8). <i>Ostali</i> (u ovu podgrupu su svrstani kontakti između ciklozupčanika 2 i ostalih valjaka ležaja ciklozupčanika 2)

Da bi uslovi ostvarivanja kontakata odgovarali realnim (pošto kod tipa kontakta *Bonded* nije dozvoljeno klizanje ili razdvajanje površina koje su u kontaktu), svi kontakti su predefinisani u kontakte sa trenjem (eng. *Frictional*). Kod ovog tipa kontakta je dozvoljeno klizanje sa trenjem i razdvajanje površina koje su u kontaktu. Korišćene vrednosti koeficijenta trenja date su u tabeli 7.4.

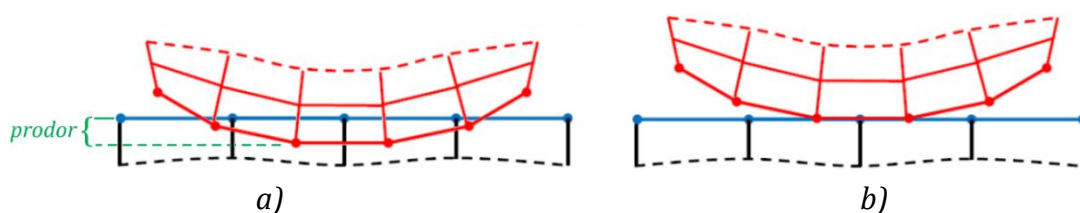
Tabela 7.4 Vrste kontakata i vrednosti koeficijenta trenja koje su korišćene u analizi

Grupa sastavnih elemenata	Vrsta kontakta	Koeficijent trenja
Ciklozupčanik 1 – Ciklozupčanik 2	<i>Frictional</i>	0
Ciklozupčanik 1 – Centralni valjci	<i>Frictional</i>	0,003
Ciklozupčanik 1 – Izlazni valjci	<i>Frictional</i>	0,003
Ciklozupčanik 2 – Centralni valjci	<i>Frictional</i>	0,003
Ciklozupčanik 2 – Izlazni valjci	<i>Frictional</i>	0,003
Centralni valjci - Osovinice	<i>Frictional</i>	0,03
Izlazni valjci - Osovinice	<i>Frictional</i>	0,03
Ciklozupčanik 1 – Valjci ležaja ciklozupčanika 1	<i>Frictional</i>	0,003
Ciklozupčanik 2 – Valjci ležaja ciklozupčanika 2	<i>Frictional</i>	0,003
Ekscentar čaura – Valjci ležaja ciklozupčanika 1	<i>Frictional</i>	0,003
Ekscentar čaura – Valjci ležaja ciklozupčanika 2	<i>Frictional</i>	0,003

Takođe, svi kontakti koji prenose opterećenje su definisani kao *Adjust to Touch*, što znači da će softver prilikom rešavanja numeričkog modela, ove kontakte tretirati kao kontakte sa inicijalnim dodirnom (zatvorene kontakte, kontakte bez prodiranja). Detaljno objašnjenje ovog izuzetno važnog podešavanja dato je u nastavku. Na slici 7.3.a je prikazana originalna mreža dva sastavna elementa koja su postavljena tako da mreža elementa 1 treba da se dodiruje sa mrežom elementa 2. Međutim, može se primetiti da između njih postoji zazor koji je rezultat nesavršenosti geometrijskog modela. Ovaj tip greške je najčešće prisutan u kontaktima zubaca ciklozupčanika i centralnih valjaka. Ipak, podešavanje *Adjust to Touch* omogućava matematičko pomeranje kontaktnih površina za određenu vrednost (koliko je potrebno da stupe u kontakt bez prodiranja), što je prikazano na slici 7.3.b, dok geometrija modela ostaje nepromenjena. Razlika između kontakta sa prodiranjem i inicijalnog (zatvorenog) kontakta prikazana je na slici 7.4.

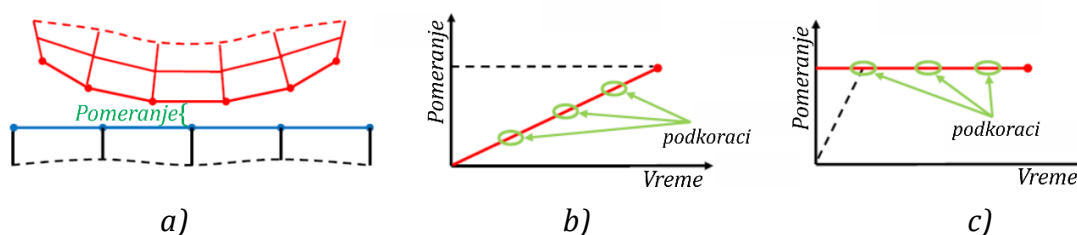


Slika 7.3 Kontakt dva sastavna elementa: a) originalna mreža; b) mreža nakon zadavanja podešavanja *Adjust to Touch* [154]



Slika 7.4 Kontakt dva sastavna elementa: a) sa prodorom; b) sa inicijalnim dodirom [154]

Sa druge strane, svi kontakti koji ne prenose opterećenje su definisani korišćenjem konstantnog pomeranja (eng. *Add Offset, No Ramping*), što znači da će softver prilikom rešavanja numeričkog modela ove kontakte tretirati kao kontakte sa odgovarajućim zazorom (eng. *gap*). Ovde je važno napomenuti da je konstantno pomeranje, kao i u prethodnom slučaju, isključivo matematičko, dok geometrija modela ostaje nepromenjena.



Slika 7.5 Kontakt dva sastavna elementa: a) sa pomeranjem; b) sa linearnim pomeranjem; c) sa konstantnim pomeranjem [154]

Na kraju, ispravnost definisanih kontakata je proverena pomoću alata *Contact Tool* (slika 7.6). Ovaj alat pruža osnovne informacije o matematičkim, ali i geometrijskim zazorima i prodorima za sve prethodno definisane kontakte. Pošto su kontakti sa prihvatljivim zazorom (tzv. otvoreni kontakti) obojeni žutom bojom, a kontakti sa inicijalnim dodirom (tzv. zatvoreni kontakti) obojeni sivom bojom, može se zaključiti da su primenjeni kontakti dobro definisani.

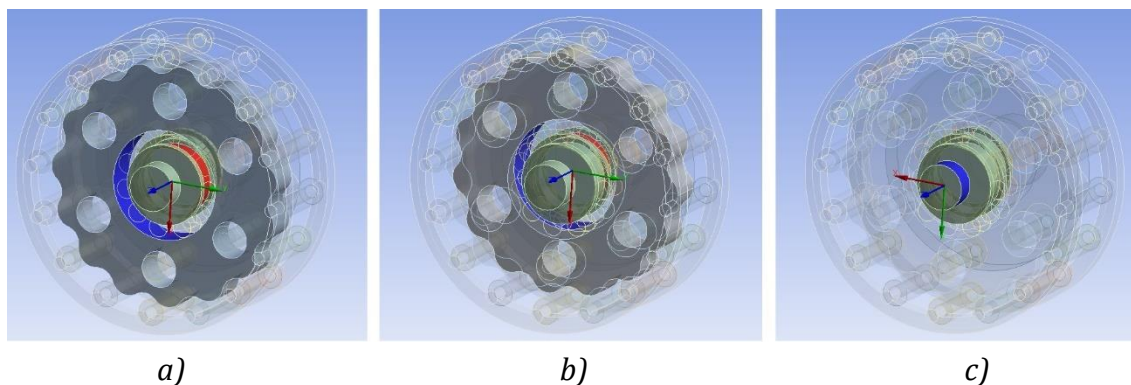
Initial Information											
For additional options, please visit the context menu for this table (right mouse button)											
Name	Contact Side	Type	Status	Number Contacting	Penetration (mm)	Gap (mm)	Geometric Penetration (mm)	Geometric Gap (mm)	Resulting Pinball (mm)	Real Constant	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-8	Contact	Frictional	Near Open	0.	0.	1.5668e-004	0.	1.5668e-004	0.75761	152.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-8	Target	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	153.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-9	Contact	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	154.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-9	Target	Frictional	Closed	3.	9.3861e-016	0.	0.	2.6553e-003	0.86006	155.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-10	Contact	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	156.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-10	Target	Frictional	Closed	9.	5.8999e-015	0.	0.	1.1105e-002	0.86006	157.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-11	Contact	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	158.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-11	Target	Frictional	Near Open	0.	0.	4.694e-015	0.	6.3279e-004	0.86006	159.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-12	Contact	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	160.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-12	Target	Frictional	Closed	1.	1.682e-014	0.	0.	0.	0.86006	161.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-13	Contact	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	162.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-13	Target	Frictional	Closed	1.	1.0379e-015	0.	0.	0.	0.86006	163.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-14	Contact	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	164.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-14	Target	Frictional	Closed	10.	1.3656e-015	0.	1.6735e-003	4.5156e-006	0.86006	165.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-15	Contact	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	166.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-15	Target	Frictional	Near Open	0.	0.	1.9687e-015	0.	7.6878e-004	0.86006	167.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-16	Contact	Frictional	Closed	12.	4.22e-004	0.	4.22e-004	1.2662e-004	0.75797	168.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-16	Target	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	169.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-1	Contact	Frictional	Closed	4.	1.0902e-003	0.	1.0902e-003	7.7284e-005	0.75495	170.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-1	Target	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	171.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-2	Contact	Frictional	Closed	8.	1.5026e-003	0.	1.5026e-003	1.0427e-004	0.77031	172.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-2	Target	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	173.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-3	Contact	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	174.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-3	Target	Frictional	Near Open	0.	0.	5.6586e-003	0.	5.6586e-003	0.91477	175.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-4	Contact	Frictional	Closed	1.	3.0623e-005	0.	0.	0.	0.75467	176.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-4	Target	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	177.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-5	Contact	Frictional	Near Open	0.	0.	9.8232e-005	0.	9.8232e-005	0.78523	178.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-5	Target	Frictional	Inactive	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	179.	
Frictional - oklozupcank_1 To valjak_centralnog_zupcanka-6	Contact	Frictional	Near Open	0.	0.	9.0904e-005	0.	9.0904e-005	0.78139	180.	

Color Legend

Red	The contact status is open but the type of contact is meant to be closed. This applies to bonded and no separation contact types.
Yellow	The contact status is open. This may be acceptable.
Orange	The contact status is closed but has a large amount of gap or penetration. Check penetration and gap compared to pinball and depth.
Gray	Contact is inactive. This can occur for MPC and Normal Lagrange formulations. It can also occur for auto asymmetric behavior.

Slika 7.6 Tabela sa podacima o stanju svih kontakata numeričkog modela

Nakon definisanja kontakata, definisana su obrtna kretanja odgovarajućih sastavnih elemenata pomoću rotacionog zgloba tipa *Revolute joint*. Ovde je važno napomenuti da su obrtna kretanja definisana samo u strukturnoj analizi. Prvo obrtno kretanje je definisano između Ciklozupčanika 1 i Ekscentar čaure (slika 7.7.a), drugo obrtno kretanje je na isti način definisano između Ciklozupčanika 2 i Ekscentar čaure (slika 7.7.b), dok je za definisanje trećeg obrtnog kretanja korišćen nepokretni oslonac, pri čemu je selektovana spoljašnja površina rukavca ulaznog vratila (slika 7.7.c).



Slika 7.7 Korišćeni rotacioni zglobovi tipa *Revolute joint* za: a) definisanje obrtnog kretanja između Ciklozupčanika 1 i Ekscentar čaure; b) definisanje obrtnog kretanja između Ciklozupčanika 2 i Ekscentar čaure; c) definisanje obrtnog kretanja Ekscentar čaure

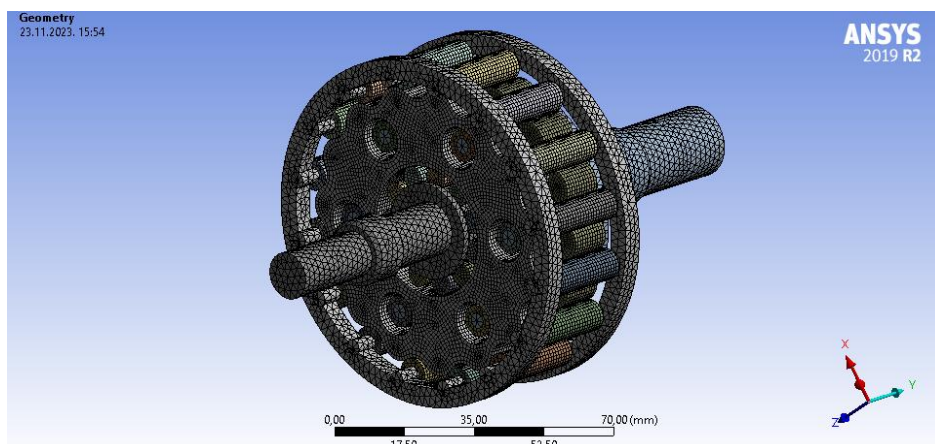
Naredni, ključni segment ove analize svakako je definisanje mreže konačnih elemenata. Korišćenjem podataka iz tabele 7.5, razmatrani 3D geometrijski model, kao realni kontinuum, zamenjen je diskretnim (fiktivnim-zamišljenim) modelom. Ovaj model je sastavljen od 198814 međusobno povezanih konačnih elemenata u 639674 čvorova, pri čemu svaki element ima konačne dimenzije i fizičke karakteristike (slika 7.8). Nakon rešavanja sistema diferencijalnih jednačina, svakom čvoru se dodeljuje odgovarajuća vrednost pomeranja. Ta pomeranja predstavljaju reakciju sistema na zadata opterećenja i granične uslove. Vrednosti pomeranja unutar konačnih elemenata (između čvorova) određuju se interpolacijom vrednosti u samim čvorovima.

Tabela 7.5 Veličine konačnih elemenata koji su korišćene u analizi

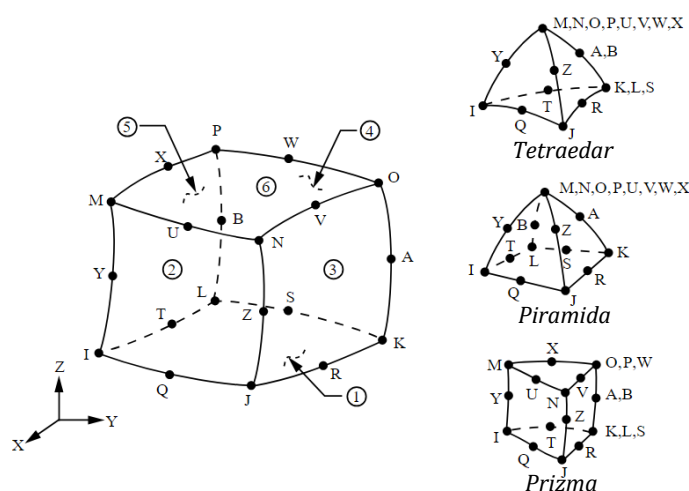
Sastavni elementi cikloreduktora	Korišćene veličina elementa
Ciklozupčanici	1 mm
Centralni valjci	1 mm
Centralne osovinice	2 mm
Izlazni valjci	1 mm
Izlazne osovinice	1 mm
Ulazno vratilo sa ekscentar čaurom	2 mm
Valjci ležaja ekscentar čaure	1 mm
Izlazni mehanizam sa izlaznim vratilom	2 mm

Za generisanje mreže su korišćeni konačni elementi tipa *SOLID 186* (slika 7.9). Reč je o trodimenzionalnim (zapreminskim) elementima višeg reda, koji su definisani sa 20

čvorova. Svaki čvor ima tri stepena slobode, translacije u x , y i z pravcu. U slučajevima kada se *SOLID 186* ne može u potpunosti prilagoditi geometriji, formira se tetraedarska, piramidalna ili prizmatična verzija ovog elementa (*Tet10*, *Hex20* i *Wed15*) [155]. Kao što se može videti na slici 7.9, elementi pored čvorova na temenima, imaju i srednje čvorove.

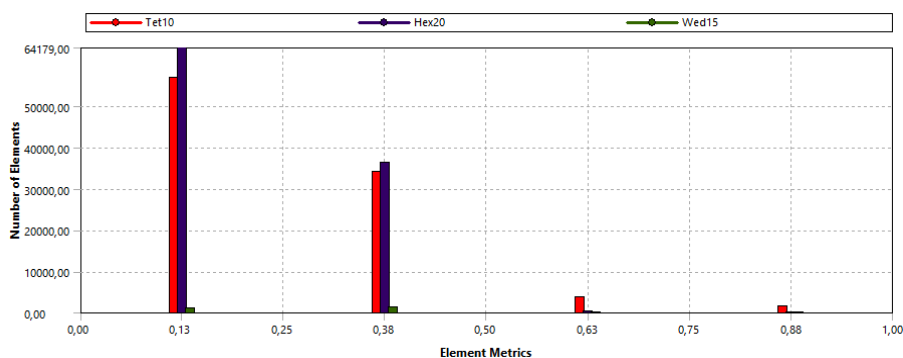


Slika 7.8 Izgled mreže konačnih elemenata modela cikloreduktora



Slika 7.9 Konačni element tipa *SOLID 186* [155]

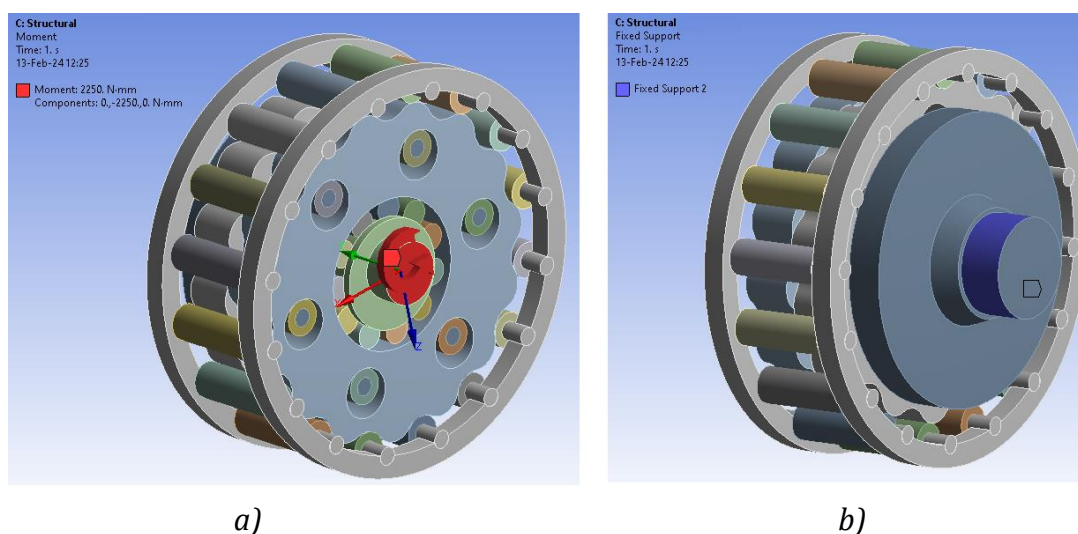
Kvalitet mreže je ocenjen korišćenjem opcije *Skewness*. Sa slike 7.10 se može uočiti da najveći broj elemenata ima ocenu između 0,1 i 0,4, dok svega nekoliko elemenata ima neprihvatljivu ocenu iznad 0,8. Ovde je važno napomenuti da se svako odstupanje elementa od pravilnog oblika tetraedra karakteriše ocenom bližom jedinici.



Slika 7.10 Kvalitet korišćene mreže konačnih elemenata

7.2.3 Definisanje opterećenja i ograničenja u strukturnoj analizi

S obzirom da je osnovni cilj strukturne analize određivanje kontaktnih sila i naponsko-deformacionog stanja sastavnih elemenata, na ulaznom vratilu geometrijskog modela simuliran je pogonski obrtni moment od $T_{ul} = 2,25 \text{ Nm}$ (koji odgovara izlaznom obrtnom momentu od $T_{iz} = 32 \text{ Nm}$), dok su na ostalim elementima oduzeti odgovarajući stepeni slobode kretanja. Ovo se prvenstveno odnosi na izlazni mehanizam (slika 7.11.b) na kome je definisano uklještenje (sprečena su translatorna pomeranja i rotacije). Ovakav pristup je izabran iz razloga što će suprostavljanje izlaznog mehanizma pogonskom obrtnom momentu proizvesti reakcije u obliku kontaktnih sila. Takođe, drugim sastavnim elementima, poput ciklozupčanika, centralnih i izlaznih valjaka, oduzeta su aksijalna translatorna pomeranja što predstavlja krajnji korak u definisanju opterećenja i ograničenja u prvoj strukturnoj analizi.



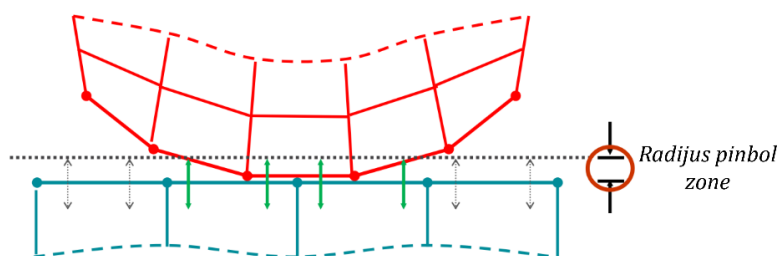
Slika 7.11 Definisanje opterećenja i ograničenja: a) definisanje pogonskog obrtnog momenta; b) definisanje uklještenja

U drugoj strukturnoj analizi definisani su isti granični uslovi, s tim što se u ovoj analizi uvozi i prethodno dobijeno termičko stanje, odnosno raspodela temperaturnih polja iz nestacionarne termičke analize.

7.3 Model konačnih elemenata u nestacionarnoj termičkoj analizi

Model konačnih elemenata (MKE) u nestacionarnoj termičkoj analizi je veoma sličan MKE modelu za strukturnu analizu. Glavna razlika se ogleda u definisanju kontakata koji prenose opterećenje. U termičkoj analizi, ovi kontakti su definisani kao nerastavljivi (eng. *Bonded*), jer kontakti sa trenjem toplotu prenose samo u inicijalnom dodiru (tabela 7.6) [156]. Sa druge strane, s obzirom da između elemenata koji ne prenose opterećenje nema direktne razmene toplote, ti kontakti su ponovo definisani kao kontakti sa trenjem (eng. *Frictional*) i sa konstantnim pomeranjem (eng. *Add Offset, No Ramping*).

Radi boljeg razumevanja načina prenošenja toplote u *ANSYS Workbench-u*, na slici 7.12 je dat prikaz kontakata dva sastavna elementa. Toplota između njih se prenosi samo unutar sferne, tzv. Pinbol zone (eng. *Radius Pinball Region*) nerastavljivih kontakata. Kako bi se isključila mogućnost za pojavu greške, radijus ove zone je programski kontrolisan.

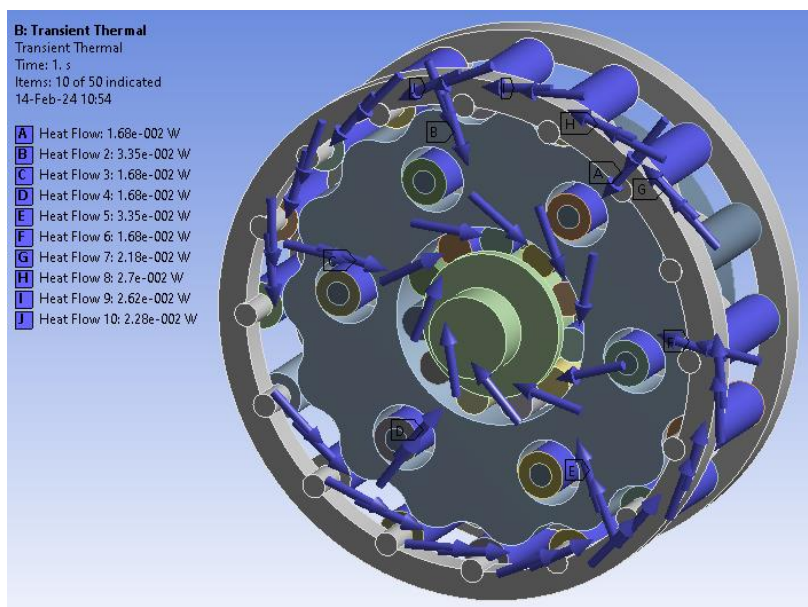


Slika 7.12 Kontakt dva sastavna elementa [156]

Tabela 7.6 Prenos toplote za različite vrste kontakata [156]

Tip kontakta	Prenos toplote između delova u kontaktnoj oblasti		
	Inicijalni dodir	Unutar Pinbal zone	Izvan Pinbal zone
Nerastavljiv	Da	Da	Ne
Sa trenjem	Da	Ne	Ne

Takođe, da bi uslovi generisanja toplote odgovarali realnim, termički izvori su definisani isključivo u kontaktima koji prenose opterećenje (slika 7.13). Njihove vrednosti su određene na osnovu matematičkog modela koji je detaljno opisan u poglavlju 5. Pošto jačina izvora toplote zavisi od veličine sile koja deluje između dva sastavna elementa, za proračun su korišćene vrednosti kontaktnih sila F_{Ni} i F_{Kj} dobijene u prvoj strukturnoj analizi i vrednosti kontaktnih sila F_{Ei} dobijene matematičkim modelom opisanim u poglavlju 4.



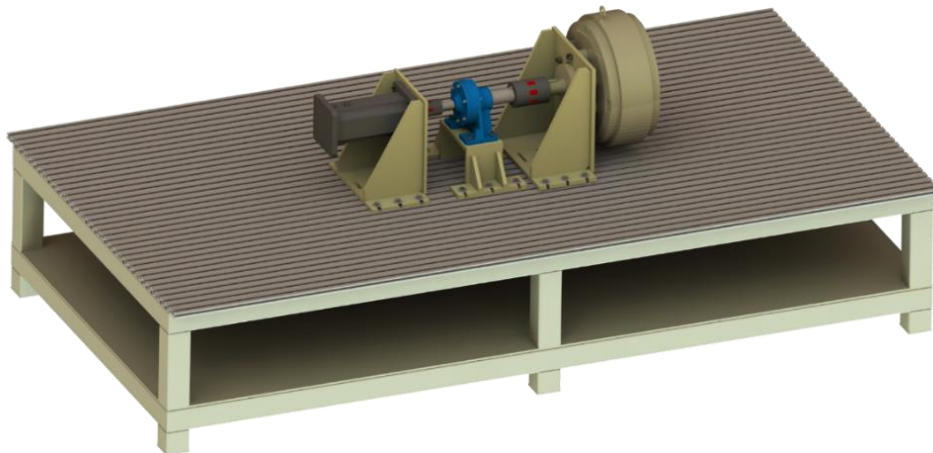
Slika 7.13 Definisanje termičkih izvora

8. EKSPERIMENTALNA ISTRAŽIVANJA

Da bi se potvrdila validnost predstavljenih matematičkih modela za procenu ravnotežne temperature maziva, ukupnih gubitaka snage i stepena iskorišćenja, neophodno je realizovati eksperimentalna istraživanja. Osim navedenih parametara, eksperimentalna istraživanja omogućavaju određivanje i drugih veoma važnih veličina, kao što su: potrebno vreme za postizanje termičke stabilnosti cikloreduktora i raspodela temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta. Budući da je za ostvarivanje ovih ciljeva potrebno izvršiti merenja temperature maziva, temperature okolnog vazduha, temperature spoljašnje površine kućišta, obrtnog momenta na ulaznom i izlaznom vratilu i brzine opstrujavanja vazduha, u okviru ovog poglavlja će biti prikazana merna i ispitna oprema, kao i detaljan plan eksperimentalnih istraživanja.

8.1. Merna i ispitna oprema

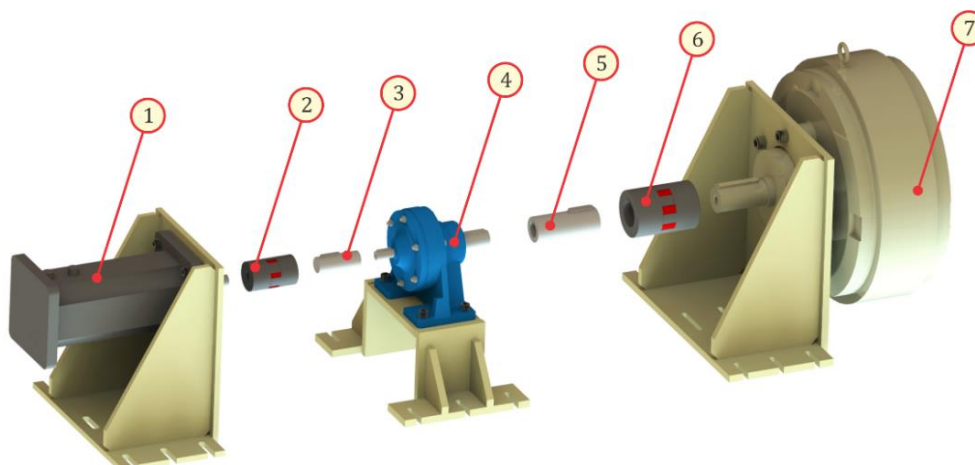
Eksperimentalna istraživanja izvršena su u *Laboratoriji za mašinske konstrukcije Mašinskog fakulteta u Nišu* na probnom stolu koji je prilagođen potrebama ove doktorske disertacije. Kako bi se olakšalo njegovo prilagođavanje, najpre je kreiran trodimenzionalni (3D) geometrijski model u CAD softveru *SolidWorks 2017*. Dodatni elementi su modelirani tako da se lako montiraju i da imaju zadovoljavajuću krutost. Na osnovu kreiranih 3D modela, napravljeni su tehnički crteži prema kojima su izrađeni: nosač elektromotora, nosač cikloreduktora, nosač magnetne kočnice, ulazno i izlazno međuvratilo. Takođe, za one delove koji su standardni, a koje je trebalo samo uklopiti i montirati na probni sto, izvršena je provera mogućnosti ugradnje. Trodimenzionalni izgled modela probnog stola prikazan je na slikama 8.1 i 8.2, dok je izgled realizovanog probnog stola prikazan na slici 8.3.



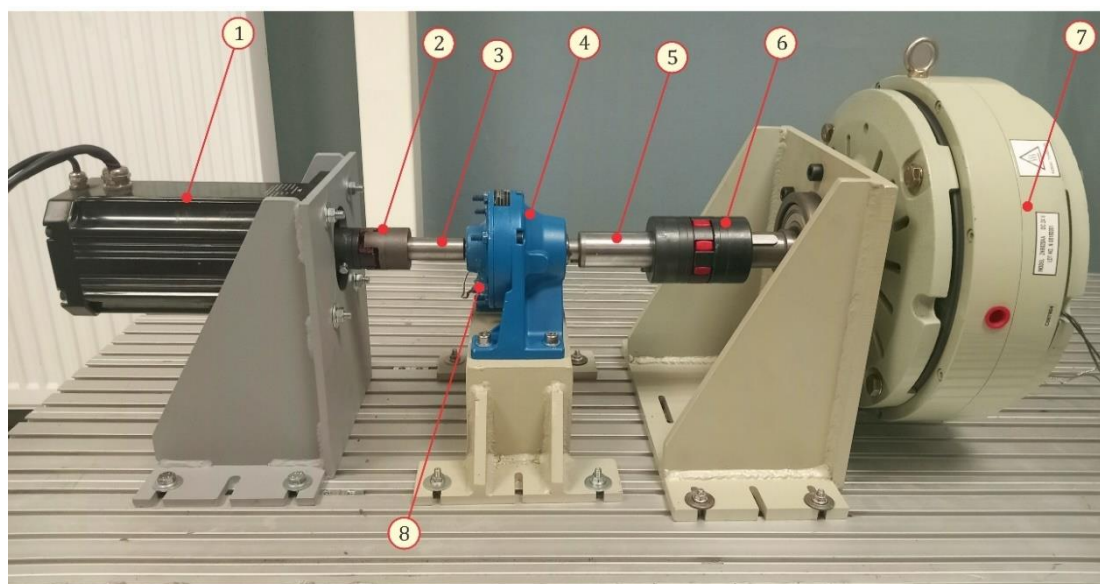
Slika 8.1 Trodimenzionalni geometrijski model probnog stola

Probni sto u osnovi čine sledeće ključne celine:

- pogonski sistem,
- sistem za kontrolisano opterećenje,
- sistem za merenje temperature mazivog sredstva,
- sistem za praćenje temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta,
- sistem za opstrujavanje vazduha.



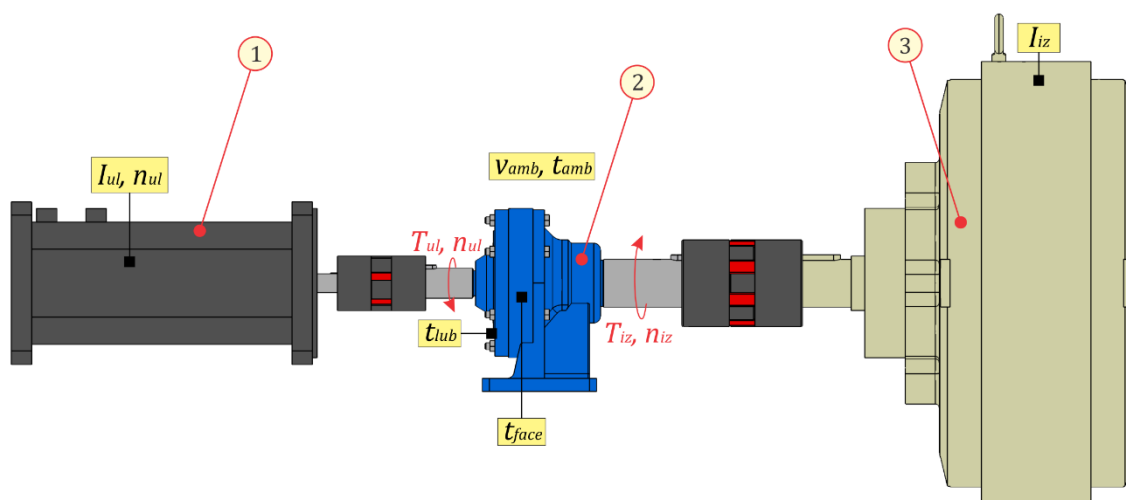
Slika 8.2 Rastavljeni prikaz trodimenzionalnog modela probnog stola: 1 – elektromotor jednosmerne struje (DC motor); 2 – ulazna kandžasta spojnica; 3 – ulazno međuvratilo; 4 – ispitivani cikloreduktor; 5 – izlazno međuvratilo; 6 – izlazna kandžasta spojnica; 7 – magnetna kočnica



Slika 8.3 Realizovani probni sto: 1 – elektromotor jednosmerne struje (DC motor); 2 – ulazna kandžasta spojnica; 3 – ulazno međuvratilo; 4 – ispitivani cikloreduktor; 5 – izlazno međuvratilo; 6 – izlazna kandžasta spojnica; 7 – magnetna kočnica; 8 – termopar

Tokom eksperimentalnih istraživanja prate se vrednosti sledećih parametara:

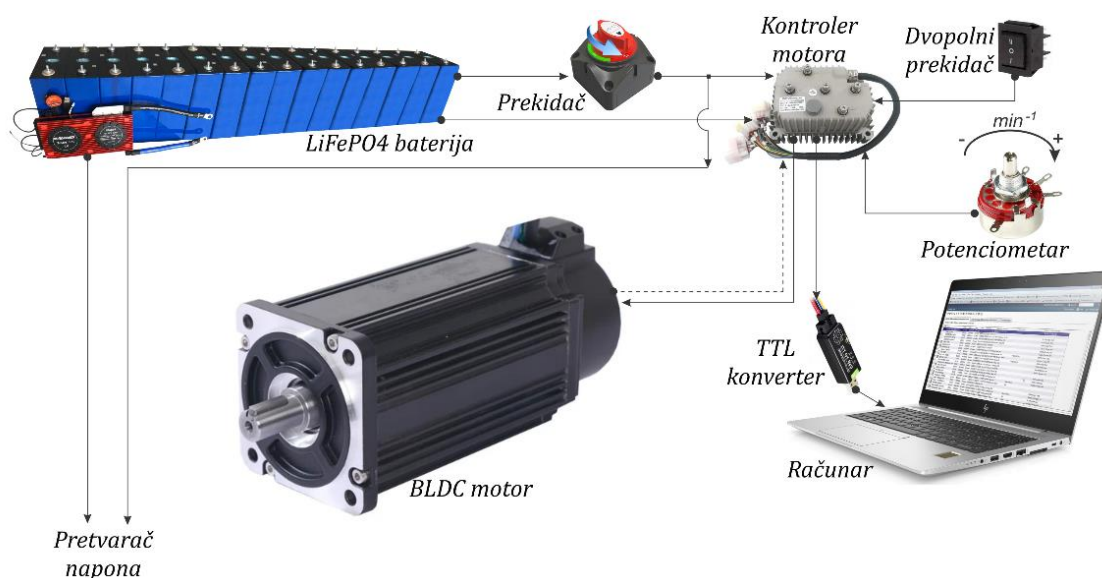
- temperatura mazivog sredstva t_{lub} (°C)
- temperatura spoljašnje površine kućišta t_{face} (°C)
- temperatura okolnog vazduha t_{amb} (°C)
- brzina strujanja okolnog vazduha v_{amb} (m/s)
- broj obrtaja vratila pogonskog motora n_{ul} (min^{-1})
- jačine jednosmerne struje pogonskog motora I_{ul} (A)
- jačine jednosmerne struje magnetne kočnice I_{iz} (A)



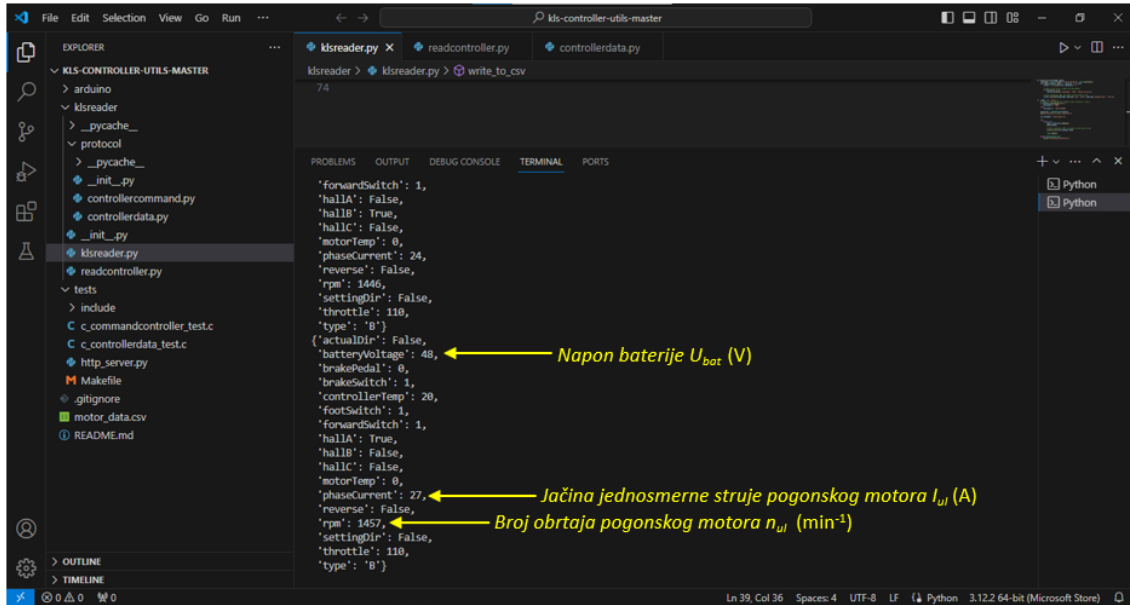
Slika 8.4 Prikaz lokacija parametra koji se prate tokom eksperimentalnih istraživanja:
 1 – elektromotor jednosmerne struje (DC motor); 2 – ispitivani cikloreduktor;
 3 – magnetna kočnica;

8.1.1. Pogonski sistem

Pogonski sistem (slika 8.5) se sastoji od motora jednosmerne struje bez četkica (eng. *Brushless DC motors – BLDC motors*), snage 1000 (W), koji je preko kandžaste spojnice i ulaznog međuvratila povezan sa ispitivanim cikloreduktorom. Motor se napaja jednosmernom električnom strujom iz *LiFePO₄* baterije. Upravljanje se vrši preko sinusoidnog kontrolera koji upravlja fazama motora na osnovu Holovih senzora (eng. *Hall sensor*). Sa druge strane, kontroler motora je preko TTL (eng. *Transistor-Transistor Logic*) konvertera povezan sa računarom na kome se preko *Python* skripte svake sekunde evidentiraju trenutni broj obrtaja, jačina električne struje, napon baterije i drugi relevantni parametri motora (slika 8.6).



Slika 8.5 Blok šema sistema za upravljanje motorom i prikupljanje podataka (pogonski sistem)



Slika 8.6 Izgled Python skripte za kontrolu i merenje radnih parametara motora

Zadavanje željenog broja obrtaja n_{ul} (min^{-1}) ostvaruje se ručno preko potencijometra, dok se smer rotacije podešava preko dvopolnog prekidača.

Budući da se jačina jednosmerne struje motora I_{ul} (A) čuva u memoriji računara, a da je konstanta momenta (eng. *torque constant*) poznata veličina $K_T = 0,0873341$ (Nm/A) [157], to se ulazni obrtni moment T_{ul} (Nm) može odrediti kao:

$$T_{ul} = K_T \cdot I_{ul} \quad (8.1)$$

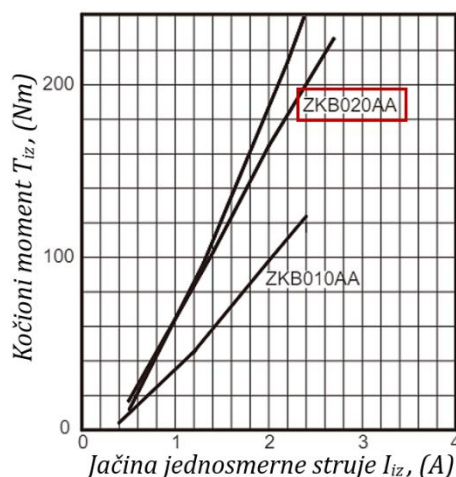
Sada se ulazna snaga P_{ul} (W) može odrediti korišćenjem sledećeg izraza:

$$P_{ul} = \frac{T_{ul} \cdot n_{ul}}{9,5488} \quad (8.2)$$

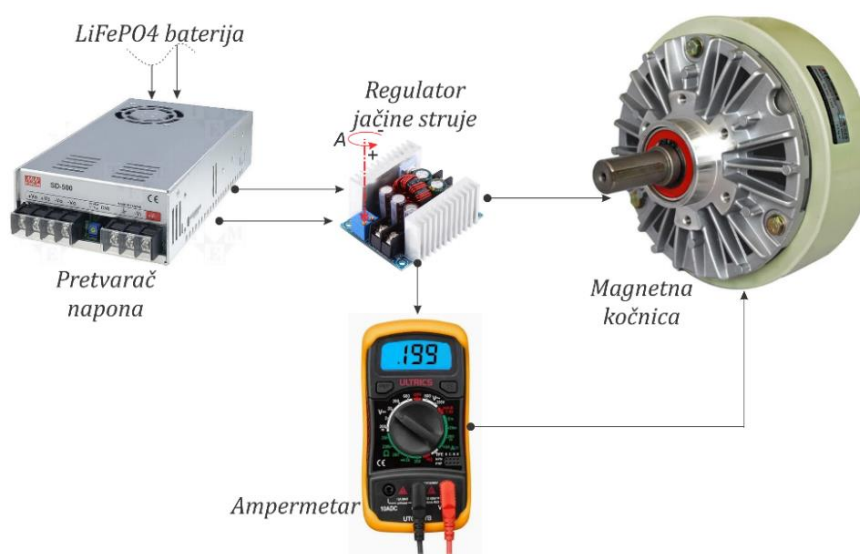
8.1.2. Sistem za kontrolisano opterećenje

Sistem za kontrolisano opterećenje izlaznog vratila prenosnika se sastoji od magnetne kočnice sa prahom (eng. *magnetic powder brake*), kočionog momenta od 20 do 200 (Nm), koja je preko kandžaste spojnice i izlaznog međuvratila povezana sa ispitivanim cikloreduktorom. Za upravljanje kočionim momentom koristi se jednosmerna struja u intervalu $I_{iz} = 0,53 \div 0,79$ (A), pri čemu svakoj vrednosti jačine jednosmerne struje odgovara određena vrednost kočionog momenta T_{iz} (Nm). Ova funkcijska zavisnost određena je od strane proizvođača i dijagramski je prikazana na slici 8.7 [158]. Podešavanje odgovarajuće jačine jednosmerne struje obavlja se ručno, a očitavanje se vrši direktno sa ampermetra (slika 8.8).

Takođe, ovde je važno napomenuti da se usled kočenja, deo mehaničke energije pretvara u toplotu, što dovodi do zagrevanja kočnice. Sa porastom njene temperature se povećava i električna otpornost materijala, što direktno utiče na smanjenje vrednosti kočionog momenta. To je naročito izraženo pri dugotrajnim ispitivanjima tokom kojih se zadata vrednost jednosmerne struje osetno smanjuje. Da bi se ova negativna pojava kompenzovala, neophodno je periodično kontrolisati i ponovo predefinisati jačinu jednosmerne struje.



Slika 8.7 Funkcijska zavisnost kočionog momenta od jačine jednosmerne struje [158]

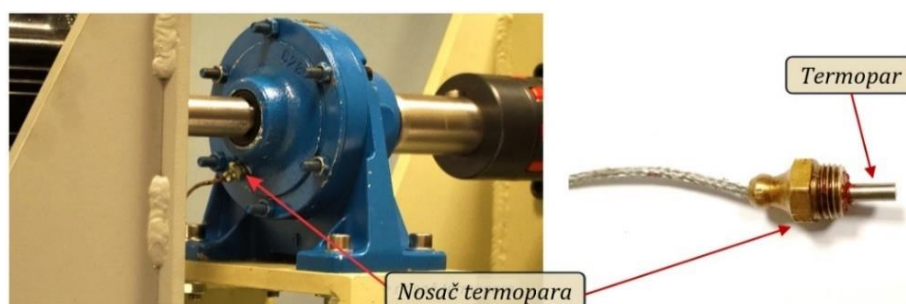


Slika 8.8 Blok šema sistema za kontrolisano opterećenje

8.1.3. Sistem za merenje temperature mazivog sredstva

Merenje radne temperature mazivog sredstva se vrši pomoću termopara tipa K. Reč je o pasivnom davaču, što znači da generiše napon kao odgovor na promenu temperature. Odlikuje ga širok merni opseg, od -200°C do $+1300^{\circ}\text{C}$, kao i preciznost od $\pm 0,004 \cdot t_{lub} (^{\circ}\text{C})$.

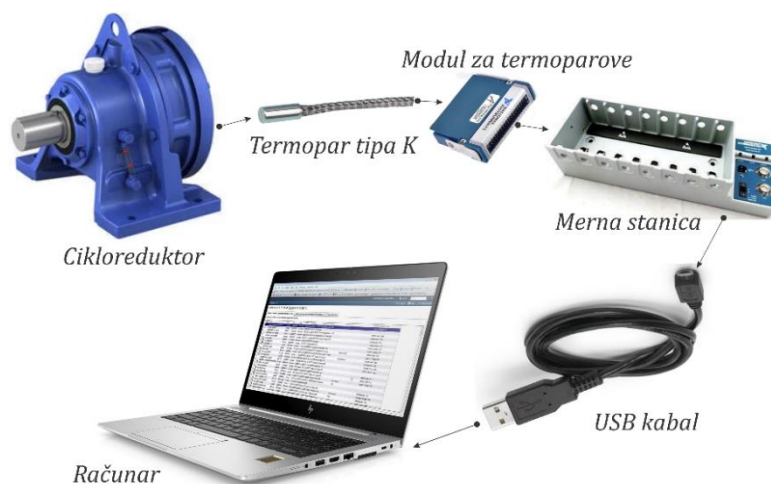
Termopar je postavljen na poklopcu kućišta koji je prethodno zaokrenut za ugao od 120° (slika 8.9). Razlog ovako izabranog ugla jeste korišćenje već postojećeg otvora za dolivanje sredstva za podmazivanje.



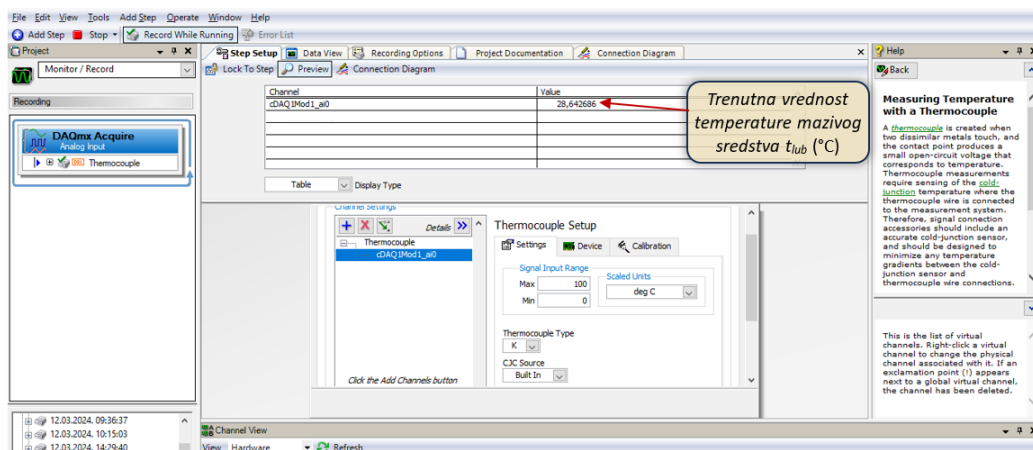
Slika 8.9 Lokacija termopara za merenje radne temperature maziva

Takođe se na slici 8.9 može uočiti i nosač termopara koji je projektovan za potrebe ovog istraživanja. Izveden je tako da omogući jednostavnu montažu, a da pritom osigura da termopar ne dođe u kontakt sa ciklozupčanikom.

Pobudni napon, koji nastaje kao posledica promene temperature mazivog sredstva, očitava se korišćenjem posebnog modula oznake NI 9211 (slika 8.10). Modul je montiran na mernoj stanici NI cDAQ-9178 (eng. *compact Data Acquisition*) koja je putem USB kabla povezana sa računarom. Praćenje trenutne vrednosti temperature vrši se u programskom paketu *SignalExpress 2015* [159] (slika 8.11). Dobijeni rezultati merenja, koji će kasnije biti obrađivani i analizirani, memorišu se na svakih pet sekundi.



Slika 8.10 Blok šema sistema za merenje temperature mazivog sredstva

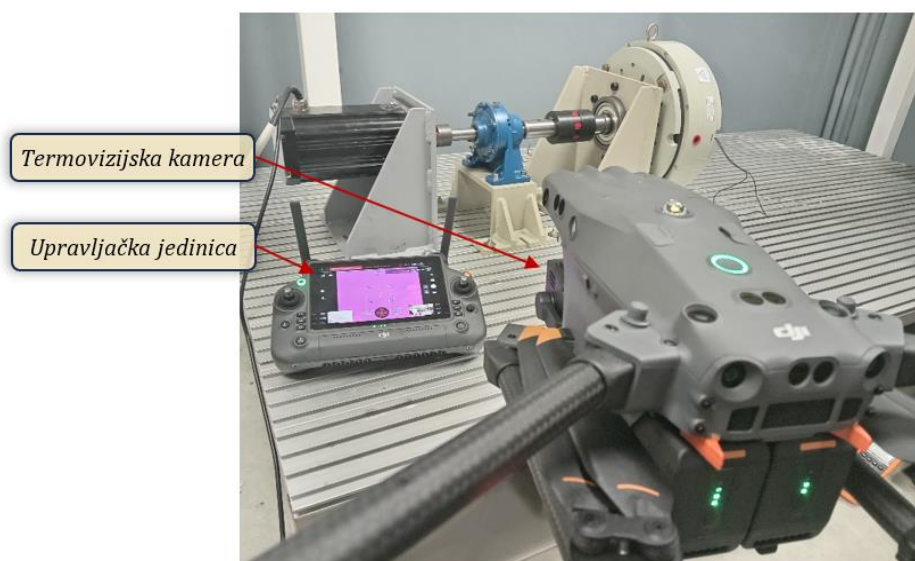


Slika 8.11 Izgled programskog paketa *SignalExpress 2015* za praćenje radne temperature mazivog sredstva

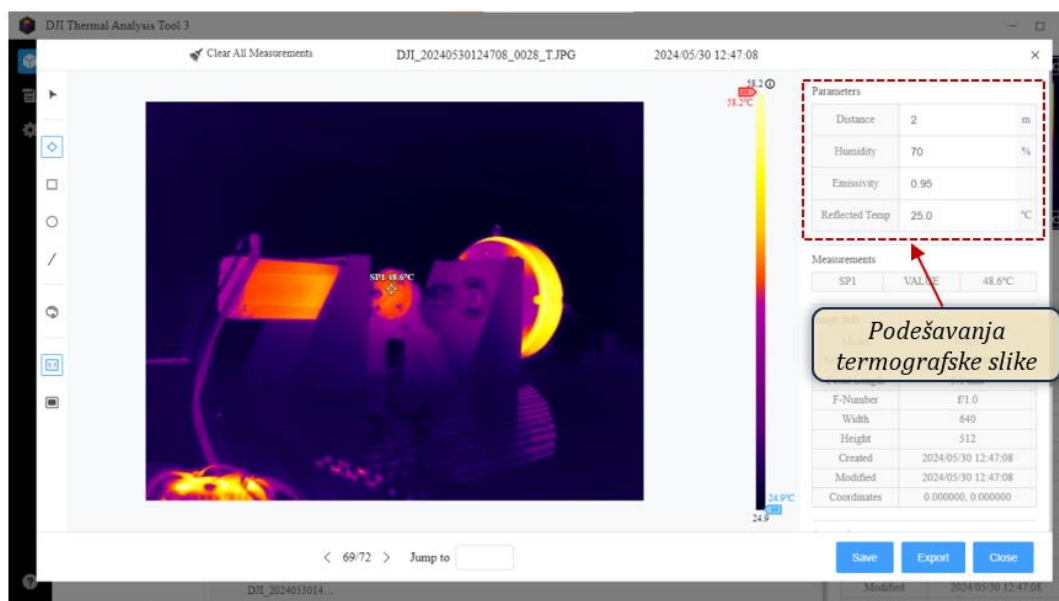
8.1.4. Sistem za praćenje raspodele temperaturnih polja

Praćenje raspodele temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta vrši se pomoću termovizijske kamere *DJI Matrice 30T* (slika 8.12). Na kameri se u svakom trenutku može videti raspodela temperaturnih polja, a slikanjem se ostvaruje mogućnost boljeg razumevanja generisanja i prostiranja toplote po površini kućišta, a i generalno. Dobijene termografske slike se čuvaju na memoriji termovizijske kamere, a kasnija obrada u vidu podešavanja palete boja, udaljenosti od cilja, vlažnosti vazduha, koeficijenta emisije i refleksije se vrši u programskom paketu *DJI Thermal Analysis Tool 3* [160]

(slika 8.13). Ovde je važno napomenuti da je koeficijent emisije određen upoređivanjem temperatura dobijenih termovizijskom kamerom i temperatura dobijenih beskontaktnih digitalnim termometrom i da njegova vrednost iznosi 0,95.



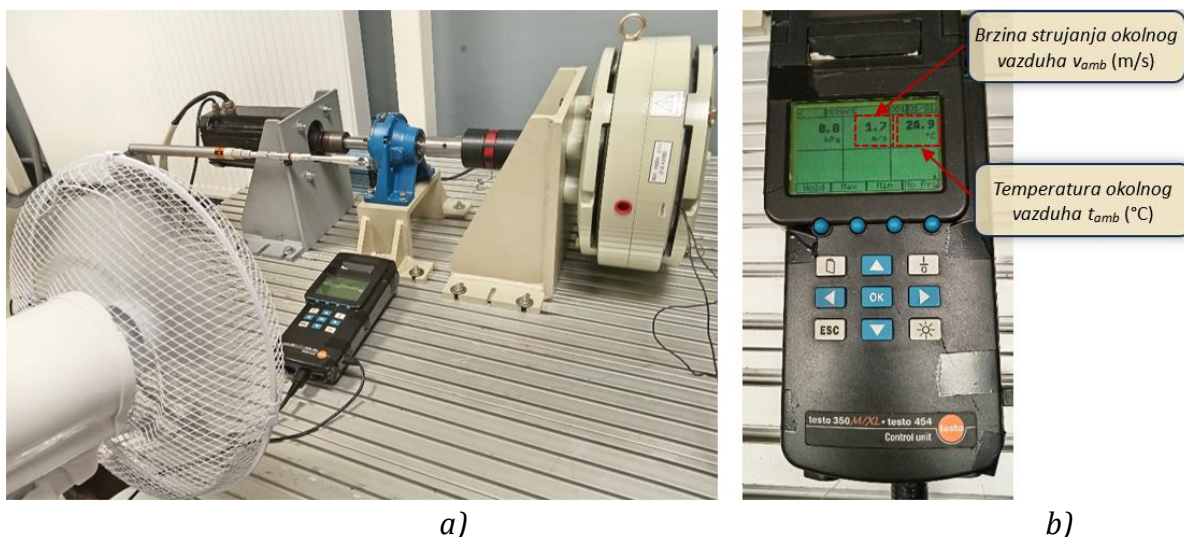
Slika 8.12 Izgled termovizijske kamere DJI Matrice 30T i njene upravljačke jedinice



Slika 8.13 Izgled programskog paketa DJI Thermal Analysis Tool 3 za obradu termografskih slika

8.1.5. Sistem za opstrujavanje vazduha

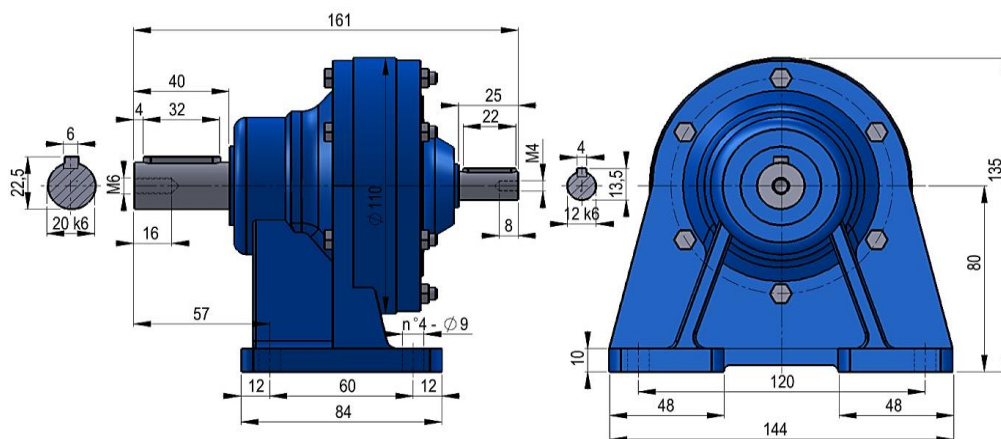
Dejstvo vazduha na cikloreduktor simulira se preko ventilatora. Osim toga, ventilator se koristi i kako bi se ubrzao proces hlađenja i skratilo vreme između uzastopnih testiranja. Podešavanje odgovarajuće brzine opstrujavanja vazduha se obavlja ručno, a očitavanje brzine se vrši direktno sa anemometra *Testo 350 M/XL - Testo 454*. Preciznost ovog mernog uređaja je u opsegu $\pm 1,5\%$ od očitane vrednosti brzine strujanja vazduha i $\pm 0,5^\circ\text{C}$ od očitane vrednosti temperature okolnog vazduha. Izgled opisanog sistema je dat na slici 8.14.



Slika 8.14 Simuliranje dejstva vazduha: a) probni sto; b) upravljačka jedinica primenjenog anenometra

8.2. Ispitivani cikloreduktor

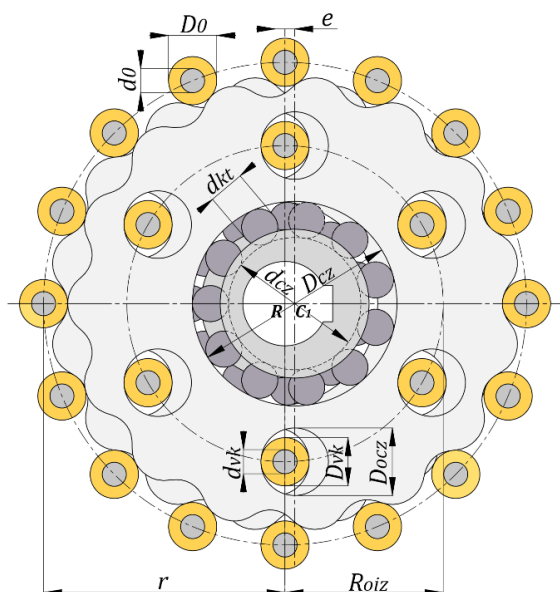
Za eksperimentalna istraživanja korišćen je jednostepeni $K-H-V$ cikloreduktor, oznake CNH-6070E-15, japanskog proizvođača *Sumitomo*. Osnovne dimenzije ovog cikloreduktora prikazane su na slici 8.15, dok su osnovne karakteristike date u tabeli 8.1. Oznake dimenzija vitalnih elemenata cikloreduktora su prikazane na slici 8.16, dok su njihove vrednosti date u tabeli 8.2. Takođe, osnovne karakteristike ležaja su predstavljene u tabeli 8.3.



Slika 8.15 Geometrijske dimenzije cikloreduktora CNH-6070E-15

Tabela 8.1 Osnovne karakteristike ispitivanog cikloreduktora CNH-6070E-15

Karakteristika	Veličina
Nominalna ulazna snaga, P_{ul} (W)	370
Maksimalni ulazni broj obrtaja, n_{ul} (min^{-1})	1450
Prenosni odnos, u_{CR}	15
Nominalni stepen iskorišćenja, η_{CR}	0,95
Masa, (kg)	2,5



Slika 8.16 Oznake dimenzija vitalnih elemenata cikloreduktora

Tabela 8.2 Osnovne geometrijske veličine vitalnih elemenata cikloreduktora CNH-6070E-15

Geometrijska veličina	Vrednost
Veličina ekscentriciteta, e (mm)	1,6
Poluprečnik podeonog kruga centralnog zupčanika, r (mm)	40
Prečnik centralnog valjka, D_0 (mm)	8
Prečnik centralne osovinice, d_0 (mm)	6
Širina ciklozupčanika, b_{CZ} (mm)	8
Broj izlaznih valjaka, u	6
Prečnik otvora u ciklozupčaniku, D_{OCZ} (mm)	11,2
Poluprečnik podeonog kruga izlaznog mehanizma, R_{Oiz} (mm)	26,2
Prečnik izlaznog valjka, D_{VK} (mm)	8
Prečnik izlazne osovinice, d_{VK} (mm)	6
Spoljašnji prečnik staze kotrljanja ležaja ekscentar čaure, D_{CZ} (mm)	33,915
Unutrašnji prečnik staze kotrljanja ležaja ekscentar čaure, d_{CZ} (mm)	19
Prečnik kotrljajnih tela ležaja ekscentar čaure, d_{kt} (mm)	7,45

Tabela 8.3 Osnovne karakteristike ležaja cikloreduktora CNH-6070E-15

Pozicija	Ležaj CZ	Ležaj A	Ležaj B	Ležaj C	Ležaj D	Radijalni zaptivač (mm)
Ulazno vratilo		6301	6301Z			17x30x6
Izlazno vratilo				6204Z	6909	30x47x8
Ciklozupčanik	607-YSX					

8.3. Sredstvo za podmazivanje

Podmazivanje ispitivanog cikloreduktora je izvedeno potapanjem. Za podmazivanje se koristi tehnička mast Unirex N2 (*ExxonMobil*) i reduktorsko ulje Famredol Ultra 150 (*FAM Kruševac*).

Famredol Ultra 150 predstavlja visokokvalitetno mineralno ulje visokog indeksa viskoznosti koje je obogaćeno EP aditivima na bazi fosfora i sumpora. Odlikuje se visokom oksidacionom i termičkom stabilnošću i dobrim antihabajućim svojstvima.

Unirex N2 predstavlja tehničku mast srednje konzistencije (NLGI 2). Sastoji se od mineralnog baznog ulja i litijumskog sapuna kao ugušćivača. Ne poseduje zaštitu od korozije i EP aditive.

Oznake primenjenih maziva prema međunarodnoj organizaciji za standardizaciju date su u tabeli 8.4, dok su njihove osnovne karakteristike date u tabeli 8.5.

Tabela 8.4 Oznake primenjenih maziva prema međunarodnoj organizaciji za standardizaciju

Naziv mazivog sredstva	Oznaka prema ISO standardu	Naziv ISO standarda
Famredol Ultra 150	ISO-L-CKC/CKD	ISO 6743-6:2018
Unirex N2	ISO-L-XBDHA 2	ISO 6743-9:2003

Tabela 8.5 Osnovne karakteristike primenjenih maziva

Veličina	Jedinica	Unirex N2	Famredol Ultra 150
Viskoznost na 40°C	mm ² /s	115	150
Viskoznost na 100°C	mm ² /s	12,2	15
Indeks viskoznosti	-	95	95
Tačka paljenja	°C	210	220
Tačka tečenja	°C	-20	-18
Gustina na 15°C	kg/m ³	930	890

8.4. Plan eksperimentalnih istraživanja

Plan eksperimentalnih istraživanja (tabela 8.6) se bazira na variranju pojedinačnih radnih parametara i kvantifikovanju njihovog uticaja na: radnu i ravnotežnu temperaturu mazivog sredstva, potrebno vreme za postizanje termičke stabilnosti, raspodelu temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta, gubitke snage i stepen iskorišćenja. Shodno tome, jedna grupa ispitivanja se zasniva na promeni broja obrtaja ulaznog vratila $n_{ul} = (580; 780; 980; 1200; 1450) \text{ min}^{-1}$, pri konstantnom opterećenju izlaznog vratila, dok se druga grupa ispitivanja zasniva na promeni opterećenja izlaznog vratila $T_{iz} = (20; 23; 26; 29; 32) \text{ Nm}$, pri konstantnom ulaznom broju obrtaja. Za podmazivanje se prvo koristi tehnička mast Unirex N2, nakon čega se vrši njena zamena i ispiranje unutrašnjosti kućišta. Potom se za podmazivanje koristi reduktorsko ulje Famredol Ultra 150, a ispitivanja se ponavljaju pri istim radnim uslovima. Takođe, sva testiranja se prvo vrše kada oko cikloreduktora nema opstrujavanja vazduha ($v_{amb} = 0 \text{ m/s}$), a nakon toga i pri uslovima delovanja struje vazduha od $v_{amb} = 3 \text{ m/s}$.

Kako bi moglo da se vrši poređenje dobijenih rezultata, početni uslovi su isti za sva ispitivanja. To se pre svega odnosi na početnu temperaturu ispitivanog reduktora i okolnog vazduha ($t_{amb} = 25\text{ °C} \pm 1\text{ °C}$).

Vreme trajanja jednog testiranja je određeno probnim ispitivanjima i iznosi 240 min. Ono je nešto duže iz razloga što je mazivom sredstvu potrebno izvesno vreme da dostigne termičku stabilnost.

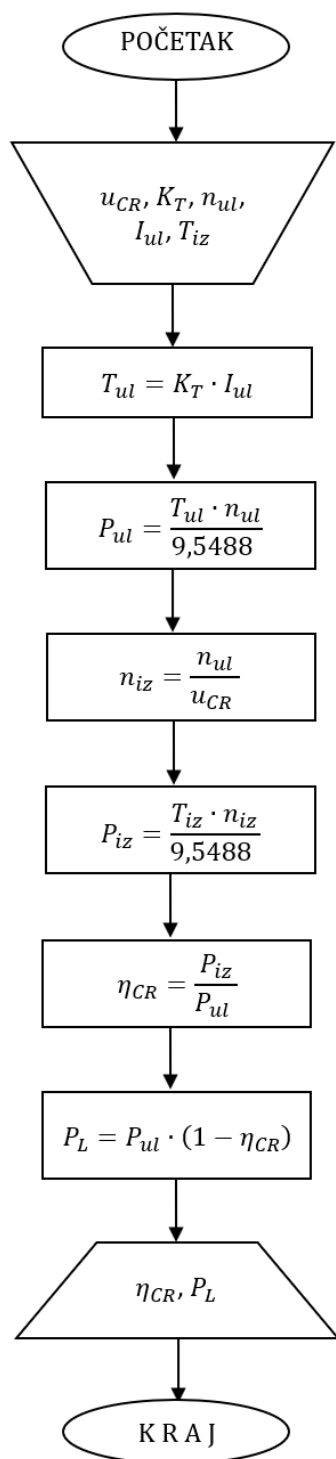
Tabela 8.6 Plan eksperimentalnih istraživanja

Kontrolni parametri		Izmereni parametri			Računski parametri	
n_{ul} (min^{-1})	I_{iz} (A) / T_{iz} (Nm)	I_{ul} (A)	t_{lub} (°C)	t (min)	P_L (W)	η_{CR}
580	0,533 (20 Nm)	*	*	*	#	#
	0,595 (26 Nm)	*	*	*	#	#
	0,658 (32 Nm)	*	*	*	#	#
780	0,533 (20 Nm)	*	*	*	#	#
	0,595 (26 Nm)	*	*	*	#	#
	0,658 (32 Nm)	*	*	*	#	#
980	0,533 (20 Nm)	*	*	*	#	#
	0,595 (26 Nm)	*	*	*	#	#
	0,658 (32 Nm)	*	*	*	#	#
1200	0,533 (20 Nm)	*	*	*	#	#
	0,595 (26 Nm)	*	*	*	#	#
	0,658 (32 Nm)	*	*	*	#	#
1450	0,533 (20 Nm)	*	*	*	#	#
	0,564 (23 Nm)	*	*	*	#	#
	0,595 (26 Nm)	*	*	*	#	#
	0,627 (29 Nm)	*	*	*	#	#
	0,658 (32 Nm)	*	*	*	#	#

Stepen iskorišćenja η_{CR} i ukupni gubici snage P_L (W) se određuju na osnovu matematičkog modela definisanog algoritmom (slika 8.17).

Uzimajući u obzir sva potrebna testiranja, ukupno vreme trajanja eksperimentalnih istraživanja iznosi oko 260 h.

Dobijeni rezultati će biti prikazani u grafičkom obliku u vremenskom domenu, u funkciji odgovarajućih veličina.



Slika 8.17 Algoritam za određivanje stepena iskorišćenja i gubitaka snage na osnovu eksperimentalnih istraživanja

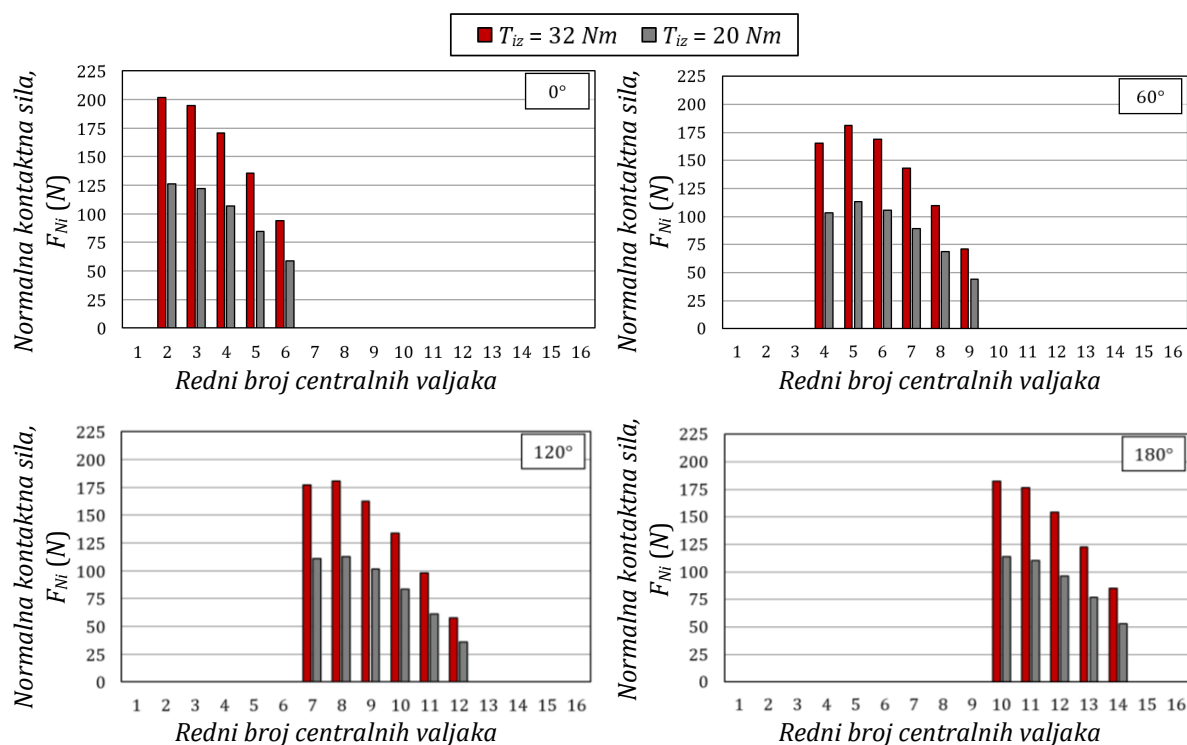
9. REZULTATI ISTRAŽIVANJA TERMIČKE STABILNOSTI CIKLOREDUKTORA

U ovom poglavlju prikazani su svi dobijeni rezultati analitičkih proračuna, numeričkih analiza i eksperimentalnih merenja. Kako bi se omogućilo njihovo međusobno poređenje, sva testiranja su izvršena prema unapred definisanom planu ispitivanja, odnosno variranjem različitih vrednosti ulaznog broja obrtaja (580 min^{-1} , 780 min^{-1} , 980 min^{-1} , 1200 min^{-1} , 1450 min^{-1}) i nivoa opterećenja (20 Nm, 23 Nm, 26 Nm, 29 Nm, 32 Nm), za različite vrste sredstva za podmazivanje (tehnička mast Unirex N2, mineralno ulje Famredol Ultra 150), bez i sa opstrujavanjem vazduha (0 m/s i 3 m/s). Ipak, jedan deo rezultata nije bilo moguće direktno uporediti. Međutim, i pored toga, ovi rezultati su izuzetno značajni jer pružaju dosta informacija o termičkom stanju cikloreduktora u različitim radnim uslovima.

9.1 Kontaktne sile

Pošto se sprezanje profila jednog ciklozupčanika i različitih centralnih valjaka obavlja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$, smatra se da je ovaj opseg merodavan za analitički proračun i analizu odgovarajućih kontaktnih sila. Međutim, kako bi se pojednostavio pristup, prikazana su samo 4 položaja unutar ovog opsega, sa korakom od 60° .

Korišćena numeracija centralnih valjaka prikazana je na slici 4.1, dok su dobijene vrednosti normalnih kontaktnih sila $F_{Ni}(\beta)$ prikazane na slici 9.1. Testovi su izvršeni za dva stacionarna opterećenja 20 Nm i 32 Nm pri ulaznom broju obrtaja 1450 min^{-1} .

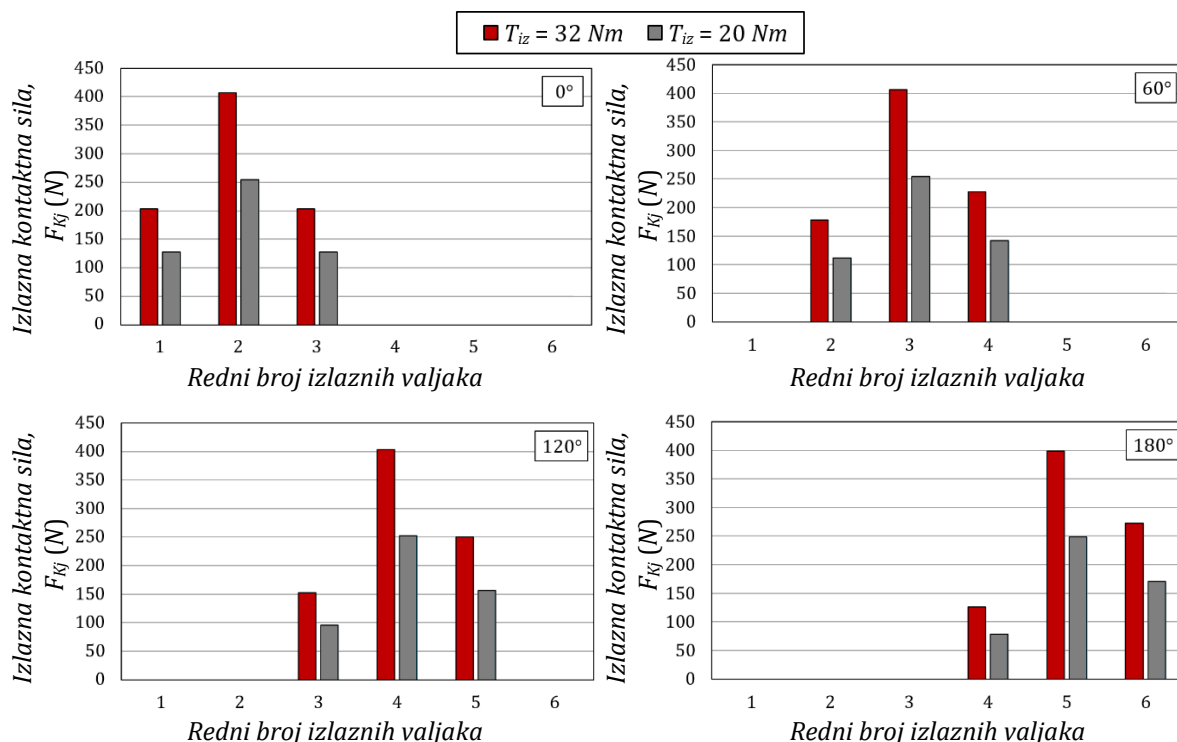


Slika 9.1 Analitički dobijena raspodela normalnih kontaktnih sila u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

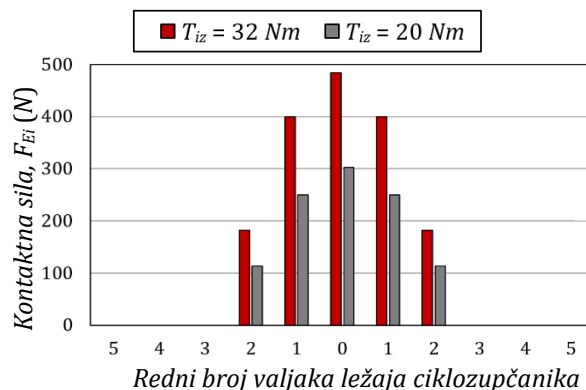
Kao što se može primetiti, dobijeni karakteri promene normalnih kontaktnih sila su relativno isti i fazno se pomeraju u zavisnosti od rednih brojeva valjaka koji ulaze ili izlaze iz sprege, pri čemu su valjci koji ulaze u spregu značajno više opterećeni. Takođe, na

osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da povećavanje opterećenja, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, dovodi do povećanja vrednosti kontaktnih sila. Pošto promena ulaznog broja obrtaja, uz ponavljanje istog opterećenja, ne utiče na promenu vrednosti kontaktnih sila, ovi rezultati nisu prikazani.

Identičan slučaj je i sa izlaznim kontaktnim silama $F_{Kj}(\beta)$ na trenutnim površinama dodira izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku čije su vrednosti prikazane na slici 9.2, kao i sa kontaktnim silama na trenutnim površinama dodira kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja čije su vrednosti prikazane na slici 9.3. Pošto u definisanom matematičkom modelu za određivanje kontaktnih sila između kotrljajnih tela i odgovarajućih staza kotrljanja, pravac sile ekscentra $F_E(\beta)$ uvek prolazi kroz osu jednog kotrljajnog tela, trend raspodele kontaktnih sila u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$ je identičan za sve ugaone položaje.

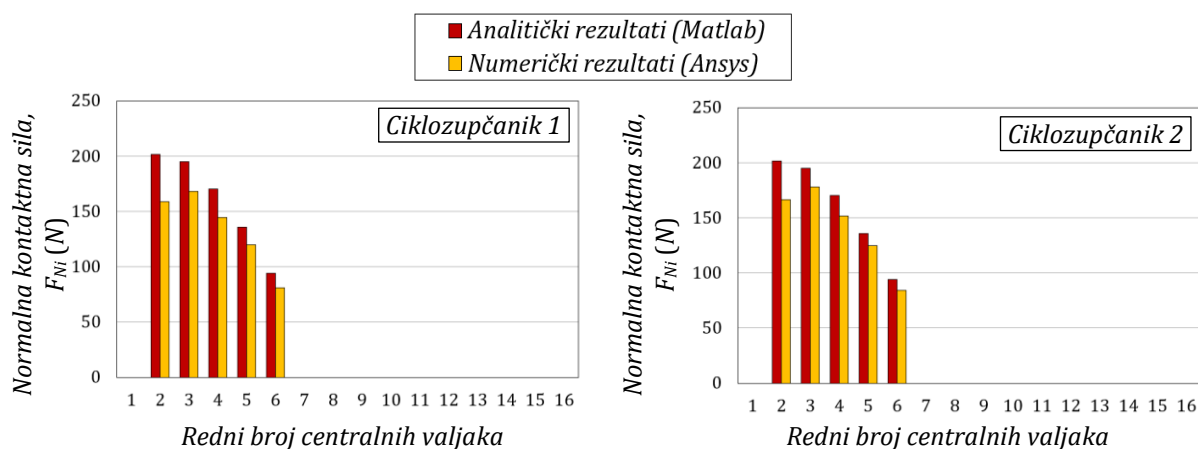


Slika 9.2 Analitički dobijena raspodela izlaznih kontaktnih sila u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

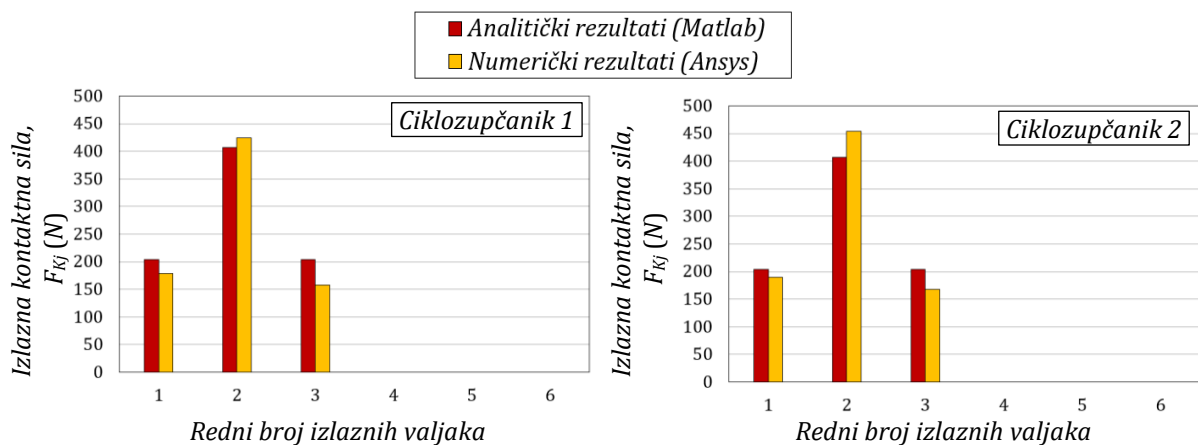


Slika 9.3 Analitički dobijena raspodela kontaktnih sila između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

Uporedni prikaz analitičkog i numeričkog određivanja kontaktnih sila prikazan je na slikama 9.4 i 9.5. Testovi su izvršeni za izlazni obrtni moment od $T_{iz} = 32 \text{ Nm}$, koji odgovara pogonskom obrtnom momentu od $T_{ul} = 2,25 \text{ Nm}$. Uzimajući u obzir dozvoljeni nivo odstupanja, numerički dobijene vrednosti pokazuju veoma dobru usklađenost sa analitički proračunatim vrednostima. Odstupanja dobijenih vrednosti za normalne kontaktne sile u proseku iznose 15,1% (max. 21,2%), dok za izlazne kontaktne sile u proseku iznose 10,2% (max. 22,5%). Takođe je primetna i neravnomerna raspodela opterećenja između ciklozupčanika i odgovarajućih valjaka. Kontaktne sile između centralnih valjaka i odgovarajućih zubaca ciklozupčanika 2 su za 5÷6% veće u odnosu na kontaktne sile između centralnih valjaka i odgovarajućih zubaca ciklozupčanika 1. Identičan slučaj je i sa kontaktnim silama između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku. Razlika u ovom slučaju kreće se u opsegu od 6÷7%.



Slika 9.4 Uporedni prikaz analitički i numerički dobijenih vrednosti normalnih kontaktnih sila

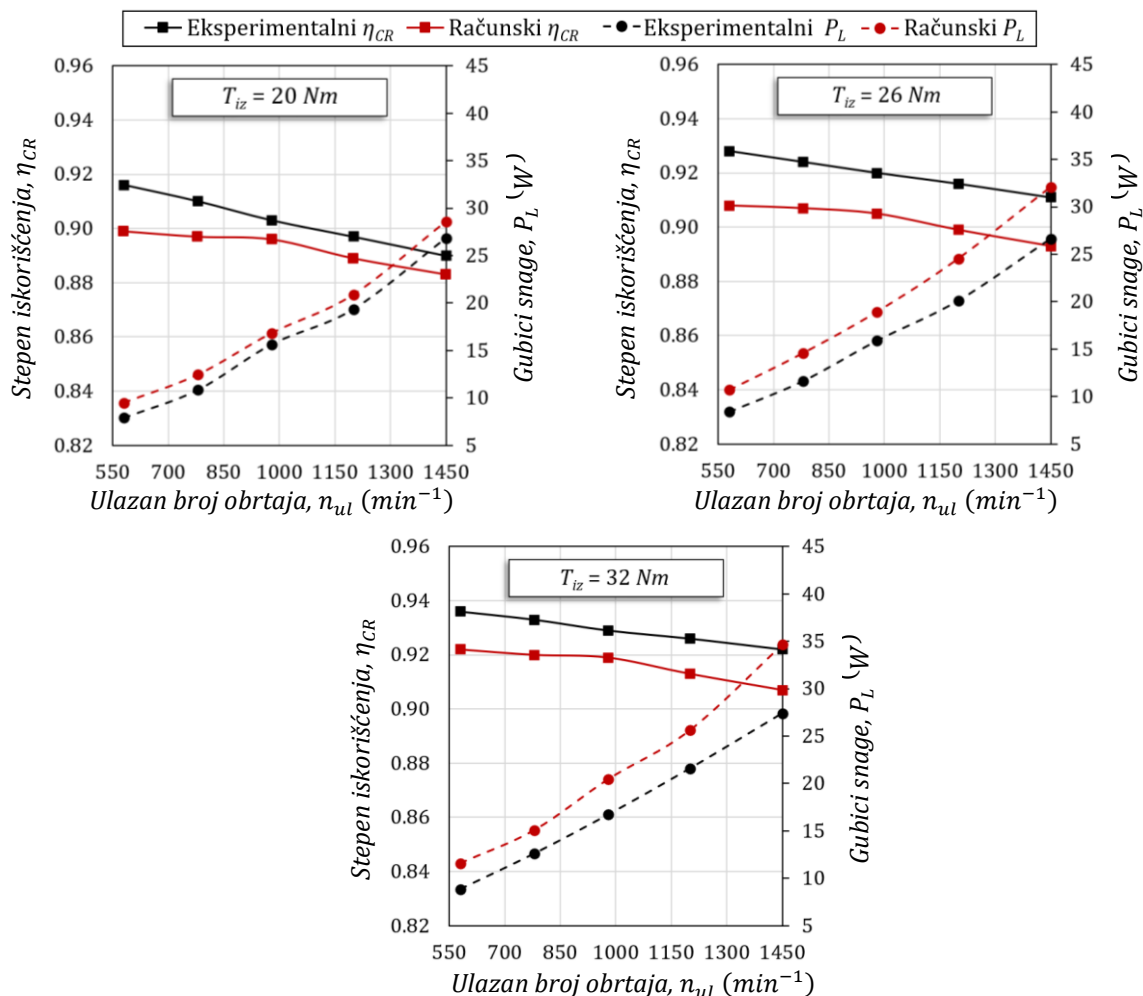


Slika 9.5 Uporedni prikaz analitički i numerički dobijenih vrednosti izlaznih kontaktnih sila

9.2 Stepen iskorišćenja i gubici snage

Zavisnost stepena iskorišćenja i ukupnih gubitaka snage od ulaznog broja obrtaja prikazana je na slici 9.6. Testovi su izvršeni za tri nezavisna stacionarna opterećenja 20, 26 i 32 Nm, a za podmazivanje je korišćena tehnička mast Unirex N2.

Vrednosti eksperimentalno određenog stepena iskorišćenja variraju u opsegu $\eta_{CR} = 0,89 \div 0,94$, dok vrednosti eksperimentalno određenih gubitaka snage variraju u opsegu $P_L = 7,9 \div 27,4$ W.



Slika 9.6 Uporedni prikaz analitički i eksperimentalno dobijenih rezultata stepena iskorišćenja i gubitaka snage

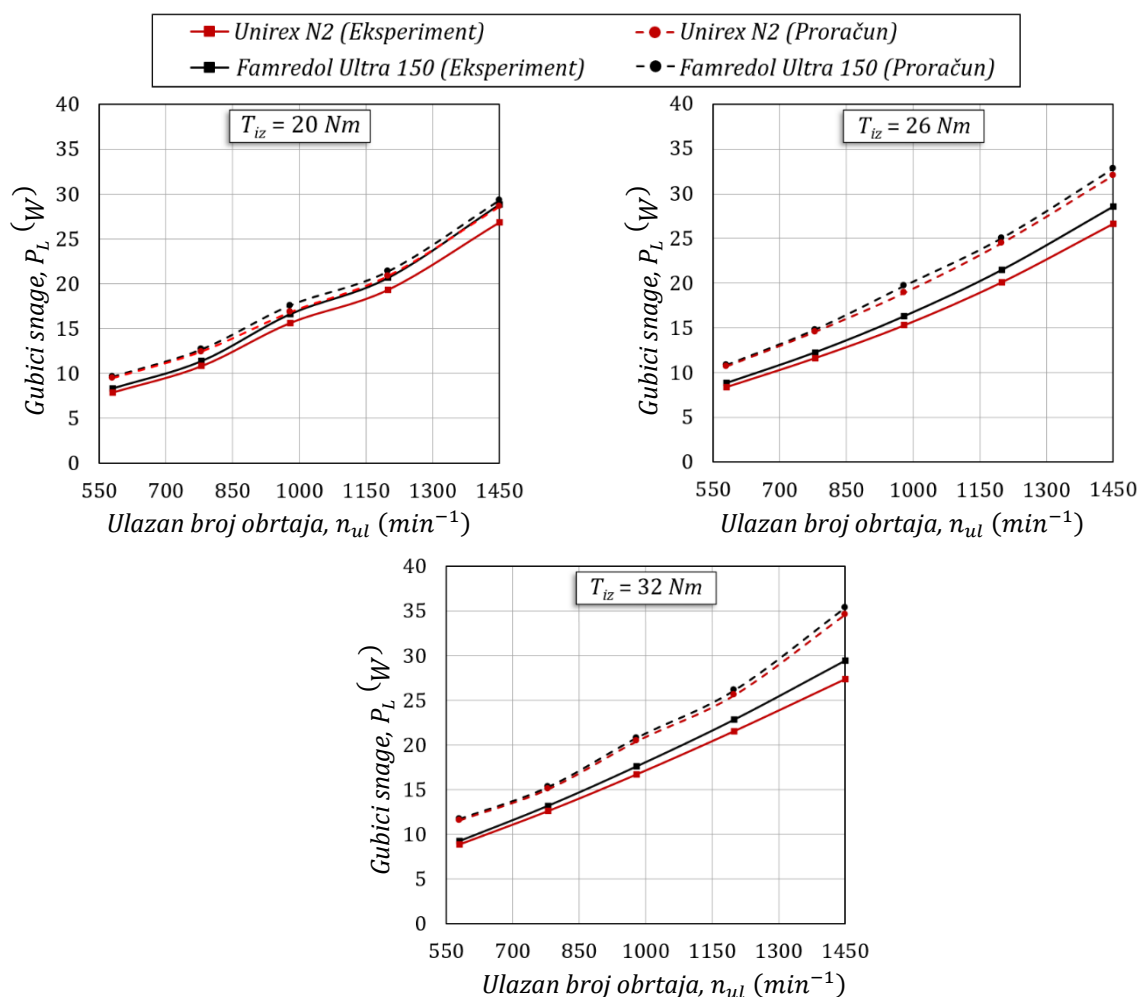
Najniži stepen iskorišćenja se javlja pri najmanjoj vrednosti obrtnog momenta ($T_{iz} = 20$ Nm) i najvećem ulaznom broju obrtaja ($n_{ul} = 1450$ min⁻¹), dok se najveći stepen iskorišćenja javlja kada je obrtni moment maksimalan ($T_{iz} = 32$ Nm) i kada je ulazni broj obrtaja minimalan ($n_{ul} = 580$ min⁻¹). Na osnovu ovih trendova može se zaključiti da povećanje opterećenja, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, dovodi do povećanja stepena iskorišćenja, dok povećanje ulaznog broja obrtaja, uz ponavljanje istih opterećenja, dovodi do opadanja stepena iskorišćenja.

Najniži gubici snage se javljaju pri najmanjim vrednostima obrtnog momenta i ulaznog broja obrtaja ($T_{iz} = 20$ Nm, $n_{ul} = 580$ min⁻¹), dok se najveći gubici snage javljaju kada su vrednosti obrtnog momenta i ulaznog broja obrtaja maksimalne ($T_{iz} = 32$ Nm, $n_{ul} = 1450$ min⁻¹). Na osnovu ovih trendova može se zaključiti da povećavanje opterećenja i ulaznog broja obrtaja dovodi do povećanja gubitaka snage.

Daljom analizom lako se uočava da rezultati analitičkog proračuna pokazuju veoma dobru usklađenost sa eksperimentalno dobijenim rezultatima, pri čemu su za analitički proračun korišćene sledeće vrednosti koeficijenata trenja: $\mu_{r1} = \mu_{r2} = 0,003$ i $\mu_{s1} = \mu_{s2} = 0,03$. Odstupanja dobijenih vrednosti stepena iskorišćenja u proseku iznose

1,46% (max. 2,11%), dok odstupanja gubitaka snage u proseku iznose 9,88% (max. 23,52%). Ovde je važno napomenuti da su prikazane vrednosti eksperimentalno određenog stepena iskorišćenja zapravo srednje vrednosti tokom poslednjih 60 minuta ispitivanja, pri čemu standardna devijacija, procenjena na skupu podataka, ne prelazi 0,5% od izračunatih srednjih vrednosti.

Druga grupa testova je sprovedena pri identičnim opterećenjima i ulaznim brojevima obrtaja, dok je za podmazivanje korišćeno reduktorsko ulje Famredol Ultra 150. Rezultati eksperimentalnih testiranja (slika 9.7) pokazuju da ulje generiše veće gubitke snage u odnosu na tehničku mast u proseku za 5,7% (max. 7,1%), što je suprotno od očekivanog. Ovaj rezultat se može povezati sa činjenicom da se suvišna količina masti pomera sa strane i udaljava od obrtnih elemenata, formirajući odgovarajući kanal. Na taj način, u kontaktu pokretnih elemenata ostaje samo potrebna količina masti, dok ostatak ostaje van putanje kretanja pokretnih elemenata. Suprotno tome, ulje se zbog svoje niže gustine stalno vraća u kontakt što izaziva mešanje i istiskivanje, pa dovodi do većih gubitaka snage, a samim tim i do viših radnih temperatura.

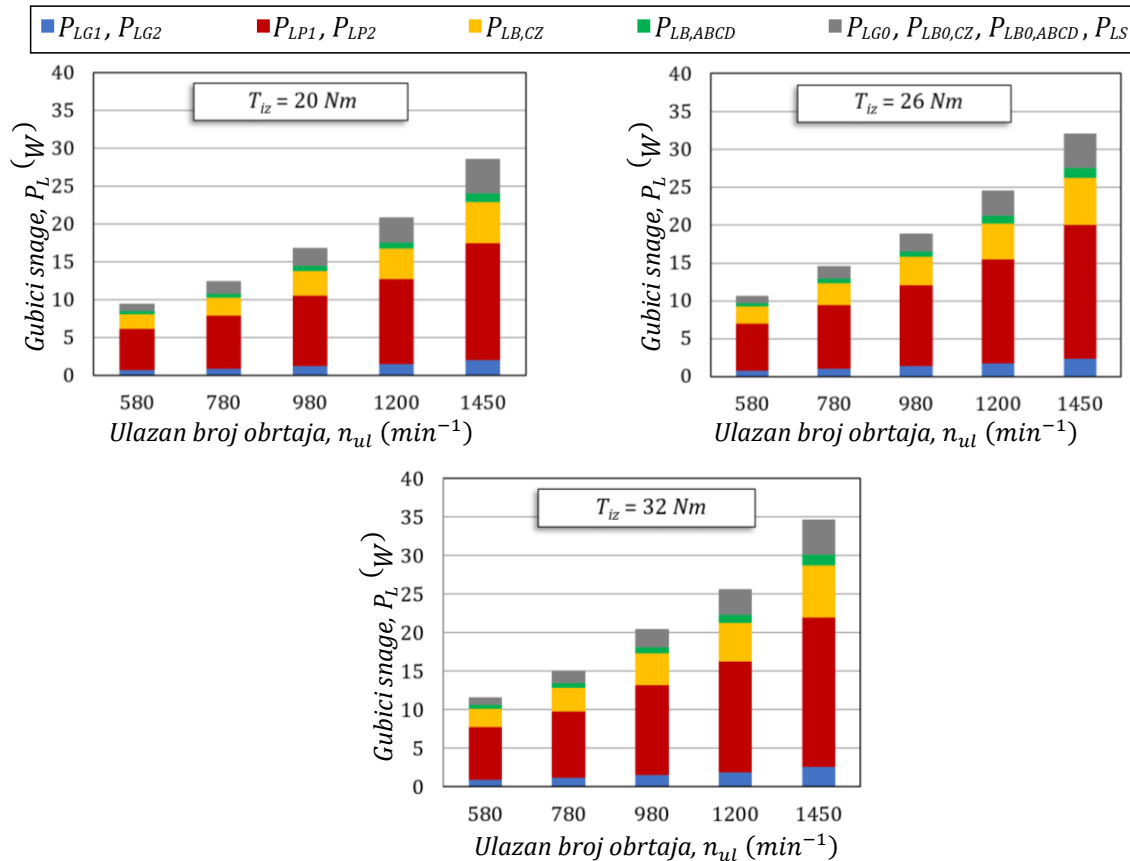


Slika 9.7 Uporedni prikaz analitički i eksperimentalno dobijenih rezultata gubitaka snage za različite vrste maziva

Rezultati analitičkih proračuna takođe pokazuju da ulje generiše veće gubitke snage u odnosu na tehničku mast u proseku za 1,7% (max. 2%). Pošto je mast nenjutnovski fluid, očigledno da gustina i viskoznost maziva nisu dovoljni parametri za potpuno opisivanje

njegovog ponašanja, pa analitički rezultati odstupaju od eksperimentalno dobijenih. Iz tog razloga, za buduća istraživanja potrebno je unaprediti razvijeni matematički model.

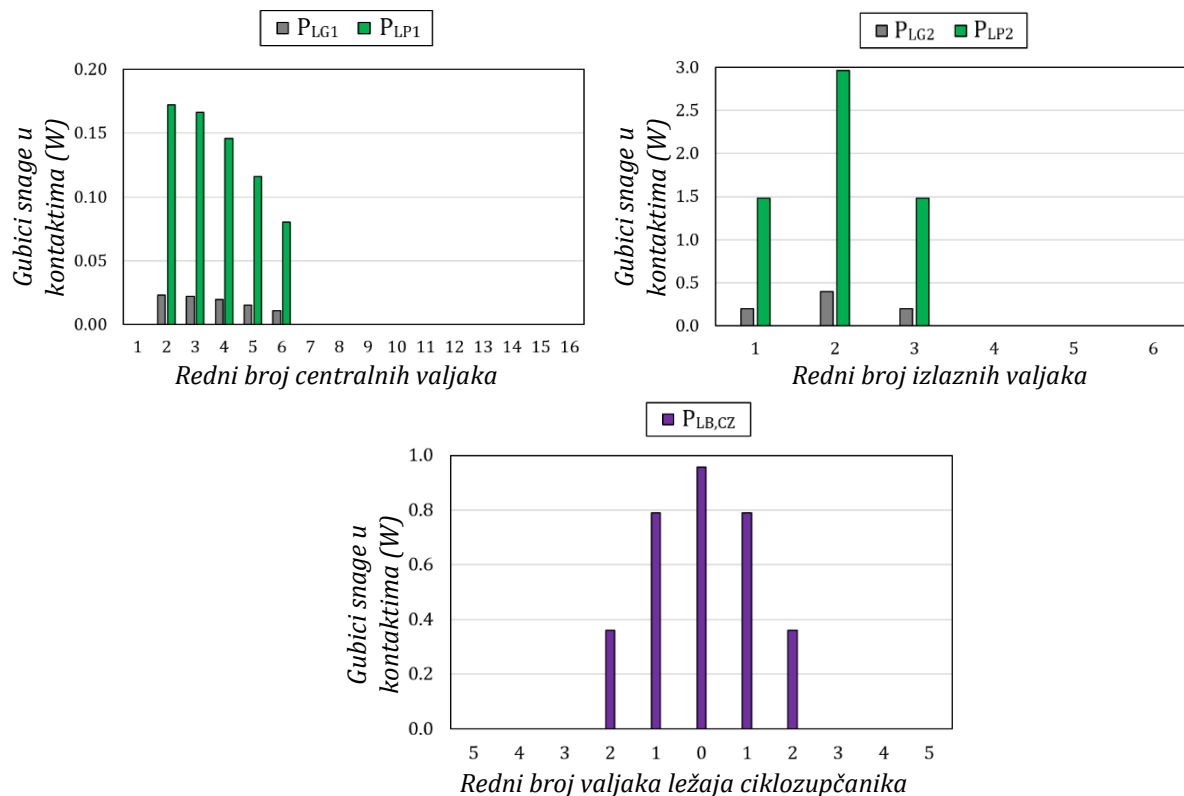
Da bi se izveli zaključci kako su gubici snage raspoređeni između ključnih elemenata cikloreduktora, na slici 9.8 su prikazani rezultati proračuna parcijalnih gubitaka snage. Za podmazivanje je korišćena tehnička mast Unirex N2. Kao što se i očekivalo, dominantni gubici snage su gubici zavisni od opterećenja. Štaviše, dobijeni rezultati pokazuju da su gubici snage između odgovarajućih valjaka (centralnih i izlaznih) i osovinica P_{LP1} i P_{LP2} , kao i gubici snage u ležajima ciklozupčanika $P_{LB,CZ}$ najdominantniji gubici snage. Ostali gubici snage, kao što su gubici snage između odgovarajućih centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika P_{LG1} , gubici snage između odgovarajućih izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku P_{LG2} , gubici snage ležaja ulaznog i izlaznog vratila $P_{LB,ABCD}$ ($P_{LB,A} + P_{LB,B} + P_{LB,C} + P_{LB,D}$), nemaju dominantan uticaj na ukupnu izgublenu snagu P_L , pa se u odgovarajućim situacijama mogu i zanemariti. Kao što se i očekivalo, gubici snage usled interakcije maziva sa ciklozupčanicom P_{LG0} , gubici snage u ležajima koji ne zavise od opterećenja $P_{LB0,CZ}$, $P_{LB0,ABCD}$ ($P_{LB0,A} + P_{LB0,B} + P_{LB0,C} + P_{LB0,D}$), kao i gubici snage u kontaktima radijalnih zaptivača i vratila P_{LS} ostaju isti prilikom promene opterećenja.



Slika 9.8 Analitički dobijena raspodela parcijalnih gubitaka snage pri različitim opterećenjima i ulaznim brojevima obrtaja cikloreduktora

Budući da je pretvaranje mehaničke energije u toplotu lokalnog karaktera i da se javlja samo u zoni opterećenja, na slici 9.9 su prikazane srednje vrednosti intenziteta lokalnih izvora toplote za opseg pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$. Ove vrednosti predstavljaju ulazne parametre za nestacionarnu termičku analizu koja se realizuje u komercijalnom softveru *ANSYS Workbench*. Kao što se može uočiti, gubici snage izlaznih

valjaka (P_{LG2} i P_{LP2}) su značajno veći od gubitaka snage centralnih valjaka (P_{LG1} i P_{LP1}). Pošto se gubici snage proračunavaju kao proizvod ukupnog momenta trenja i ugaone brzine, a ugaona brzina izlaznih valjaka je značajno veća od ugaone brzine centralnih valjaka, dobijeni rezultati su potpuno u skladu sa očekivanjima.



Slika 9.9 Analitički dobijene srednje vrednosti parcijalnih gubitaka snage u odgovarajućim kontaktima

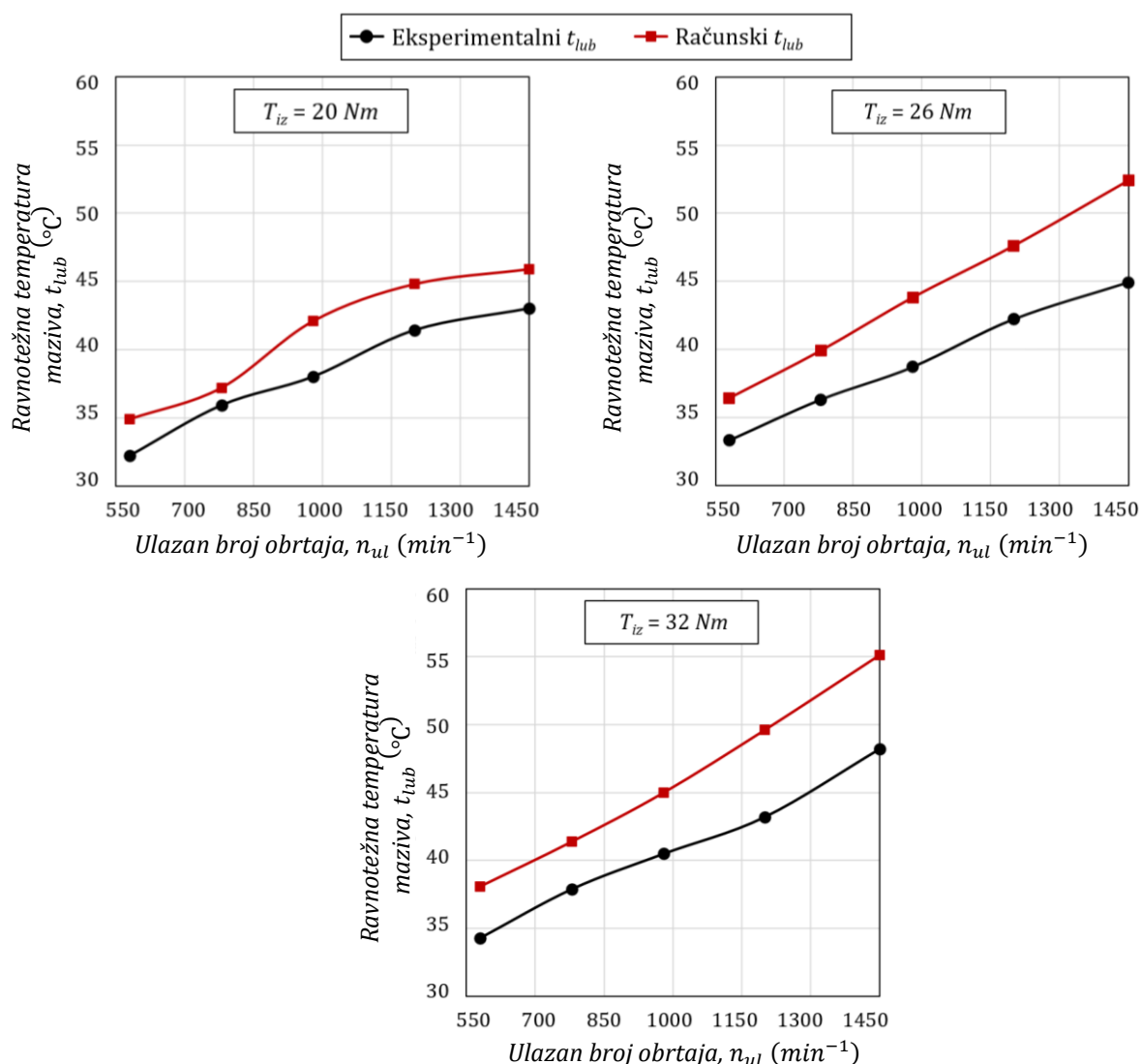
9.3 Ravnotežna temperatura maziva

Zavisnost ravnotežne temperature maziva od ulaznog broja obrtaja prikazana je na slici 9.10. Testovi su izvršeni za tri nezavisna stacionarna opterećenja 20, 26 i 32 Nm, a za podmazivanje je korišćena tehnička mast Unirex N2. Za procenu koeficijenata prelaza toplote sa spoljašnjeg zida kućišta na okolni vazduh $\alpha_{amb,fcon}$, $\alpha_{amb,ccon}$ i $\alpha_{amb,rad}$ korišćene su eksperimentalno izmerene temperature.

Najniža vrednost ravnotežne temperature pojavljuje se u slučaju kada su vrednosti obrtnog momenta i ulaznog broja obrtaja najniže ($T_{iz} = 20$ Nm, $n_{ul} = 580$ min⁻¹). Sa druge strane, najveća vrednost ravnotežne temperature pojavljuje se u slučaju kada su vrednosti obrtnog momenta i ulaznog broja obrtaja najviše ($T_{iz} = 32$ Nm, $n_{ul} = 1450$ min⁻¹). Na osnovu ovih trendova može se zaključiti da povećavanje opterećenja i ulaznog broja obrtaja dovodi do povećanja ravnotežne temperature maziva. Drugim rečima, što su gubici snage veći, to je i vrednost ravnotežne temperature maziva veća.

Uzimajući u obzir dozvoljena odstupanja, rezultati analitičkog proračuna pokazuju veoma dobru usklađenost sa eksperimentalno izmerenim vrednostima. Odstupanja dobijenih vrednosti ravnotežne temperature maziva u proseku iznose 7,54% (max. 14,3%). Ovde je važno istaknuti da su prikazane vrednosti ravnotežne temperature

maziva ustvari srednje vrednosti tokom poslednjih 60 minuta ispitivanja i da standardna devijacija, procenjena na skupu podataka, ne prelazi 0,3% od izračunatih srednjih vrednosti.

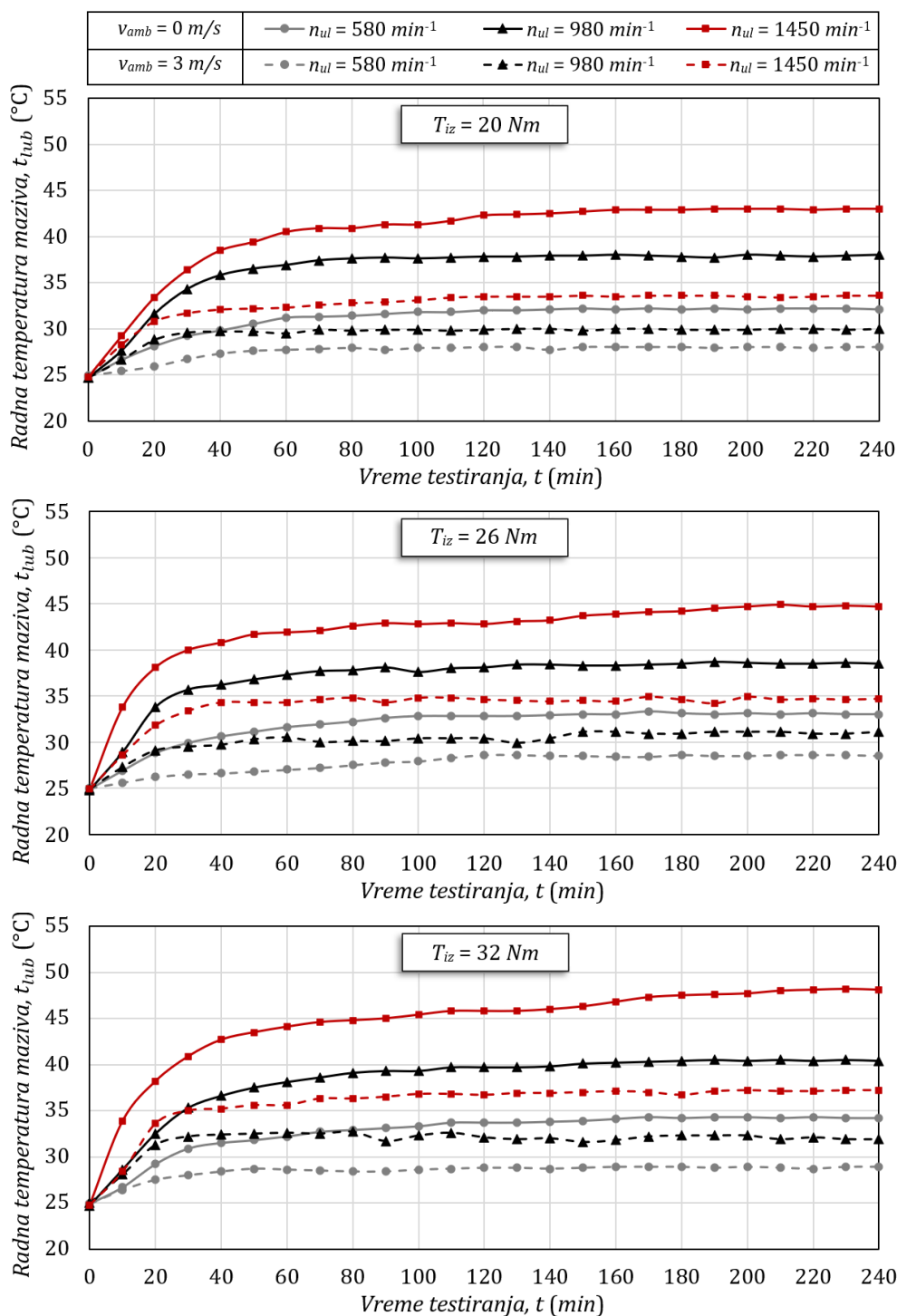


Slika 9.10 Uporedni prikaz analitički i eksperimentalno dobijenih ravnotežnih temperatura maziva

Na slici 9.11 je prikazan tok zagrevanja maziva pri različitim stacionarnim opterećenjima i ulaznim brojevima obrtaja. Ovi rezultati su dobijeni eksperimentalnim merenjima u mirnoj sredini (bez strujanja vazduha) i u sredini sa strujanjem vazduha oko ispitivanog prenosnika brzinom od $v_{amb} = 3 \text{ m/s}$. I pored toga što se ne mogu direktno uporediti sa rezultatima matematičkih modela, oni pružaju uvid u potreban vremenski period za postizanje termičke stabilnosti. Osim toga, oni na još jedan, nedvosmislen način potvrđuju da snaga koja se unutar cikloreduktora gubi i pretvara u toplotu ima tendenciju da se uravnoteži sa količinom toplote koja se iz njega prenosi na okolni vazduh.

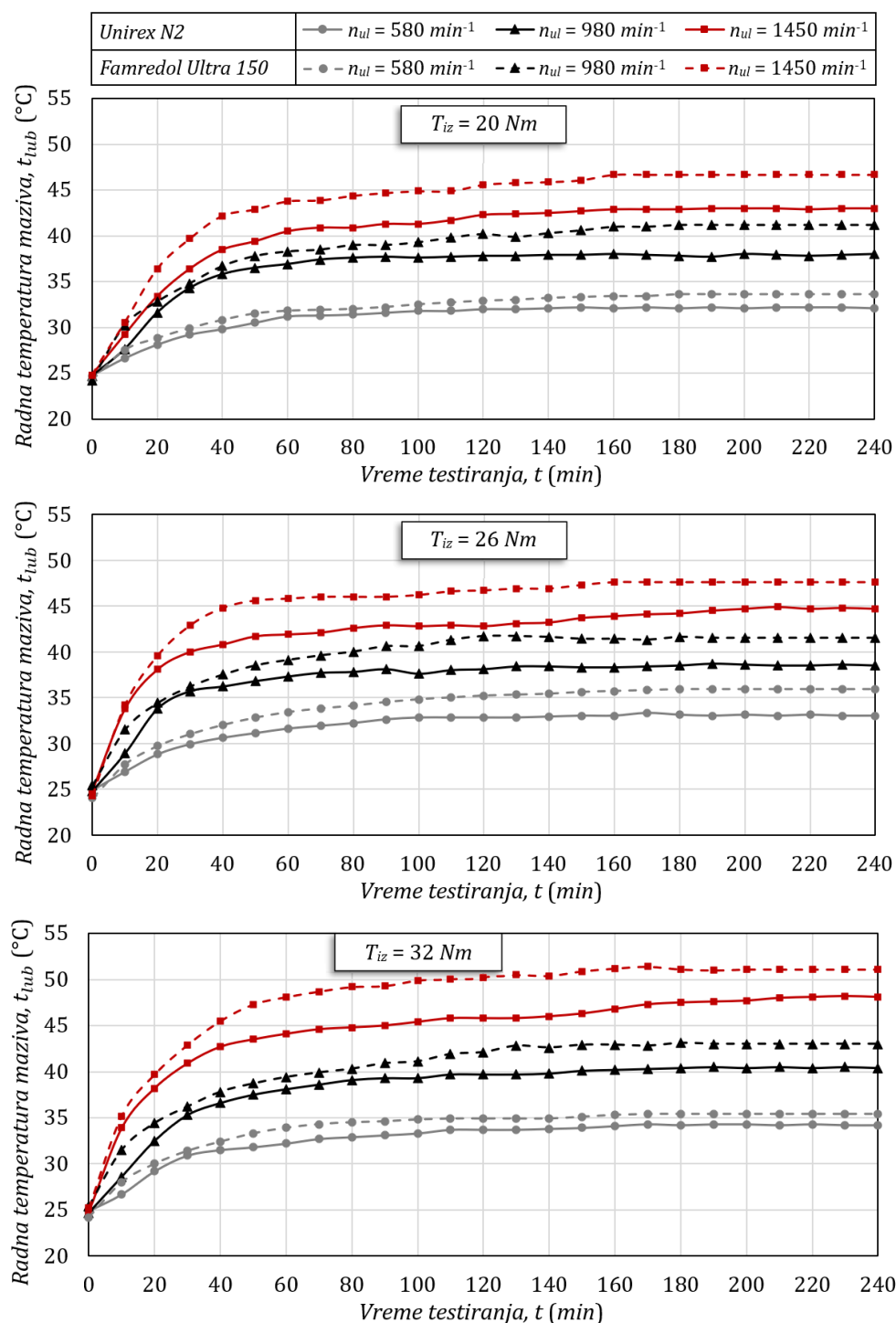
Pre nego što se pristupi detaljnoj analizi dobijenih rezultata, važno je napomenuti da početne vrednosti temperatura variraju u opsegu $\pm 1 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Pretpostavlja se da je ova razlika uzrokovana višestrukim testiranjima i nepotpunim hlađenjem reduktora nakog svakog testiranja.

Kao što se i očekivalo, vrednost ravnotežne temperature maziva se povećava sve dok se ne postigne termička stabilnost. Pri tome, porast temperature je najintenzivniji u prvih 30 minuta rada, dok je u nastavku značajno manji. Prosečni vremenski period potreban za postizanje termičke stabilnosti približno iznosi oko 180 min. Ovaj vremenski period se značajno smanjuje simuliranjem strujanja vazduha od $v_{amb} = 3 \text{ m/s}$ oko ispitivanog cikloreduktora. Strujanje vazduha takođe dovodi i do sniženja ravnotežne temperature maziva u proseku za 23%.



Slika 9.11 Eksperimentalno određeni tok zagrevanja maziva pri radu cikloreduktora u uslovima mirne sredine i pri uslovima opstrujavanja vazduha u njegovoj okolini

Druga grupa testova je izvedena pri identičnim opterećenjima i ulaznim brojevima obrtaja, dok je za podmazivanje korišćeno reduktorsko ulje Famredol Ultra 150. Rezultati eksperimenata pokazuju da korišćenje ulja dovodi do povećanja vrednosti ravnotežne temperature maziva pri svim radnim uslovima. Štaviše, može se zaključiti da se razlika u temperaturi povećava sa porastom ulaznog broja obrtaja. Ovaj fenomen se može objasniti činjenicom da se, čak i pri visokim ulaznim brojevima obrtaja, u slučaju primene masti javlja stvaranje kanala oko obrtnih elemenata, što očigledno nije prisutno u slučaju kada se koristi ulje.

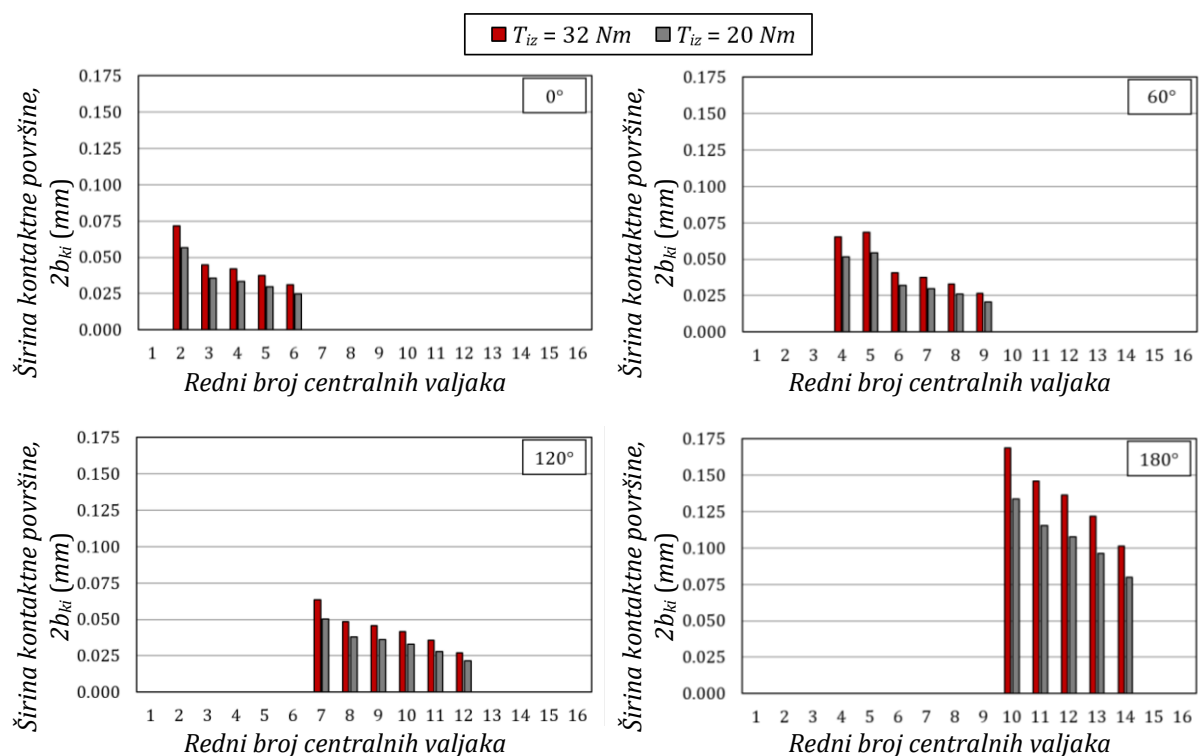


Slika 9.12 Eksperimentalno određeni tok zagrevanja različitih vrsta maziva

9.4 Kontaktne površine i maksimalni površinski pritisak

Pošto se proces pretvaranja mehaničke energije u toplotu javlja isključivo u zoni kontakta, u nastavku su predstavljeni rezultati proračuna širine kontaktnih površina, kao i maksimalnog površinskog pritiska. Testovi su izvršeni za dva nezavisna stacionarna opterećenja od 20 i 32 Nm, pri ulaznom broju obrtaja od 1450 min^{-1} .

Dobijene širine kontaktnih površina između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika, za opseg pogonskog ugla β od $0^\circ \div 180^\circ$, prikazane su na slici 9.13. Ovde je važno napomenuti da veće vrednosti odgovaraju kontaktima između konveksnih i konkavnih površina, dok manje vrednosti odgovaraju kontaktima između dve konveksne površine.

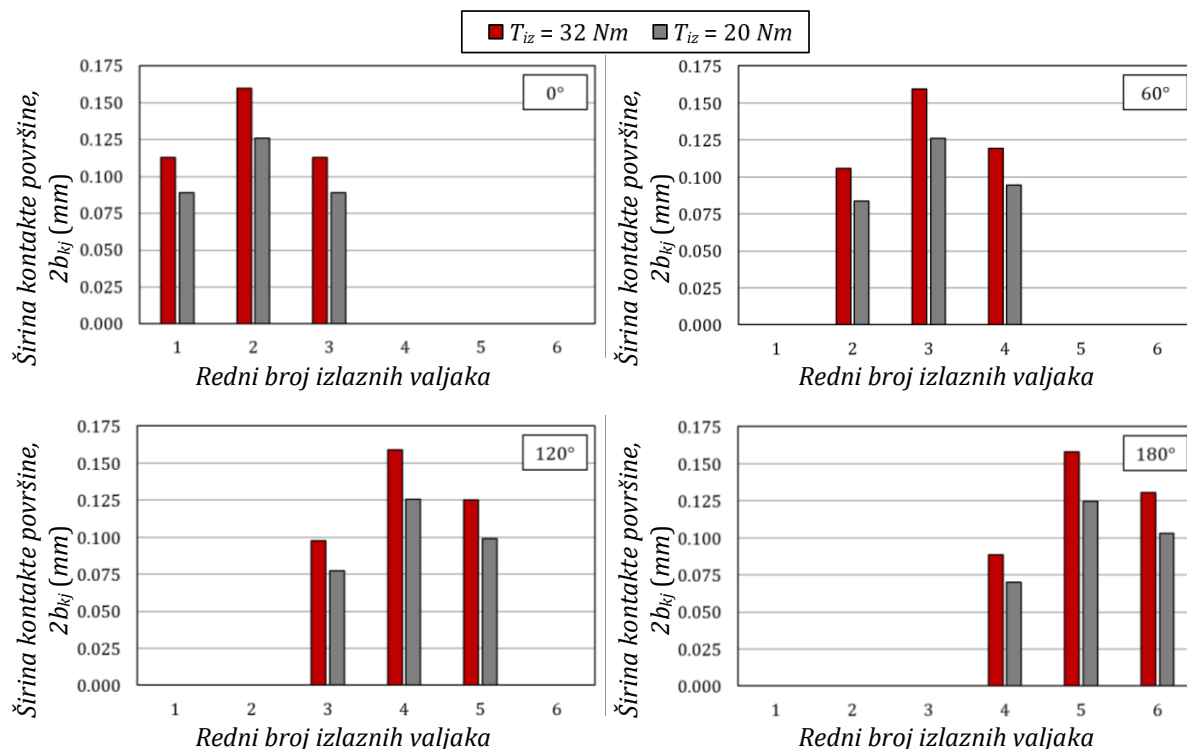


Slika 9.13 Analitički određena širina kontaktnih površina između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

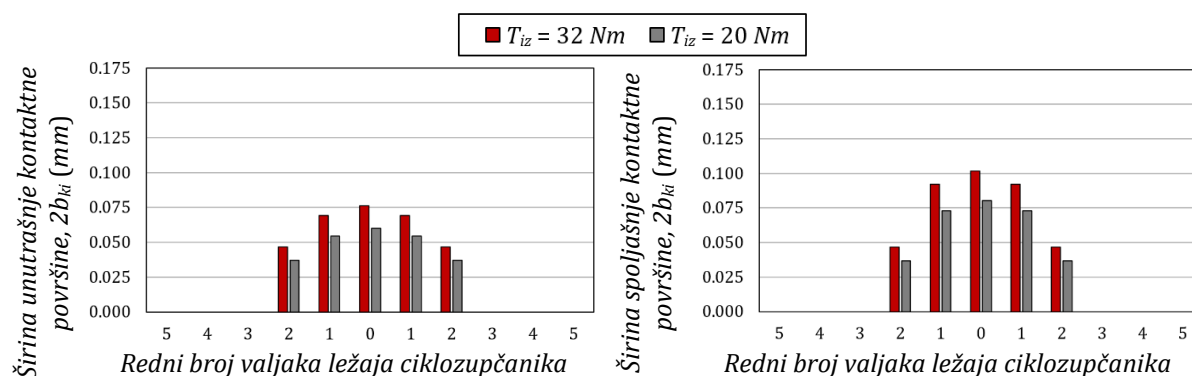
Širine kontaktnih površina između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku prikazane su na slici 9.14, dok su vrednosti širine kontaktnih površina između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja prikazane na slici 9.15.

Na osnovu prikazanih rezultata može se zaključiti da povećavanje opterećenja, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, dovodi do povećanja širine kontaktnih površina. Pošto promena ulaznog broja obrtaja, uz ponavljanje istog opterećenja, ne utiče na promenu širine kontaktnih površina, ovi rezultati nisu prikazani.

Drugi značajan zaključak odnosi se na identifikovanje najvećih kontaktnih zona u kojima se vrši generisanje i prenošenje toplote. Najveće kontaktne zone javljaju se između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku, dok se nešto manje kontaktne zone javljaju između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja. Najmanje kontaktne zone identifikovane su između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika.

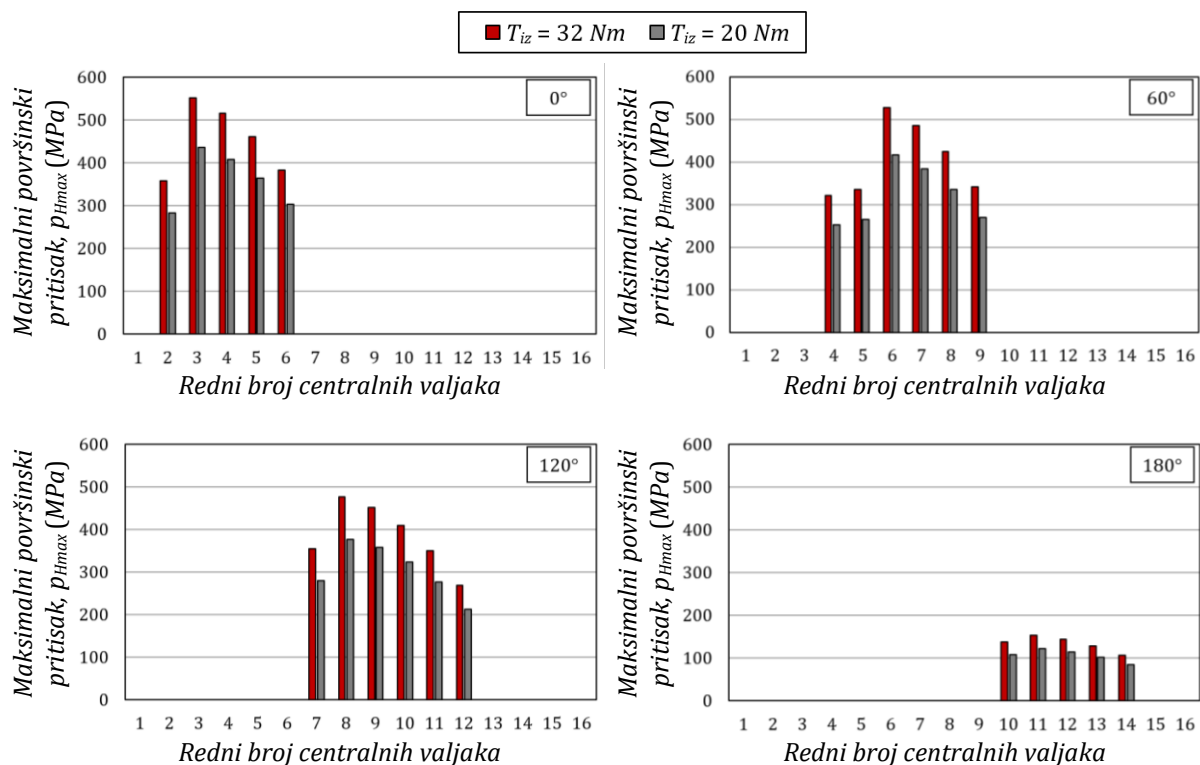


Slika 9.14 Analitički određena širina kontaktnih površina između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

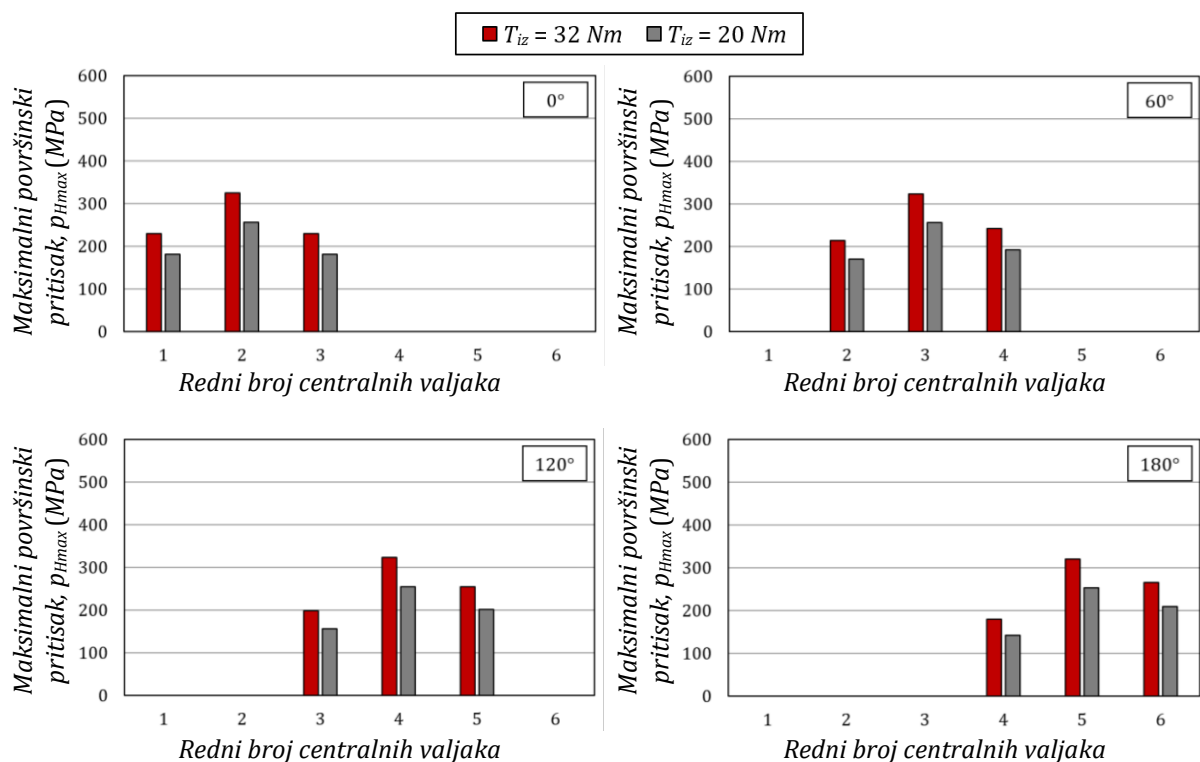


Slika 9.15 Analitički određena širina kontaktnih površina između kotrljajnih tela i odgovarajućih staza kotrljanja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

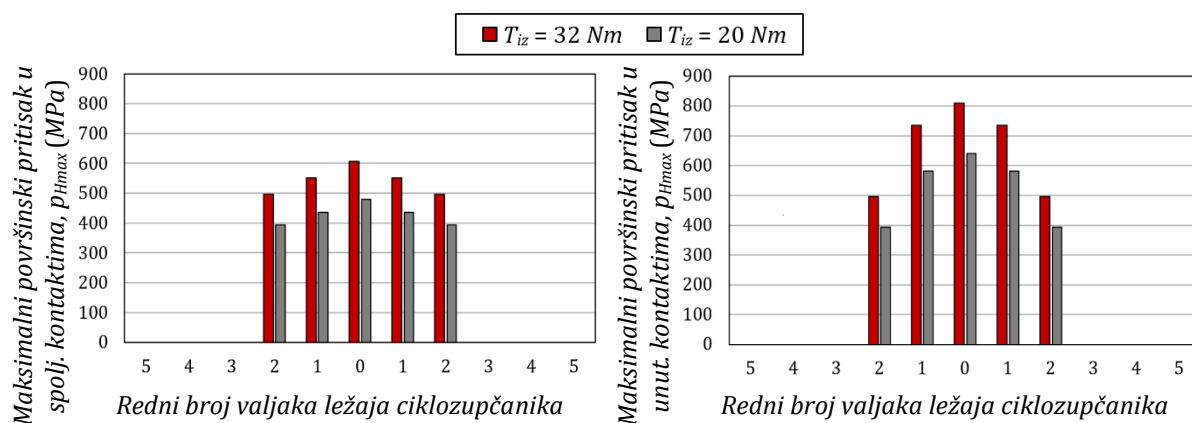
Dobijene vrednosti maksimalnih površinskih pritisaka za prethodno pomenute kontakte, prikazane su na slikama 9.16, 9.17 i 9.18. Najveći površinski pritisak se javlja između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i unutrašnje staze kotrljanja. Takođe, zanimljivo je napomenuti da se u kontaktu između centralnih valjka i zuba ciklozupčanika veći površinski pritisak javlja između konveksnih površina, nego što je to slučaj u kontaktu konveksnih i konkavnih površina.



Slika 9.16 Analitički određen maksimalni površinski pritisak između centralnih valjaka i zuba ciklozupčanika u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



Slika 9.17 Analitički određen maksimalni površinski pritisak između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

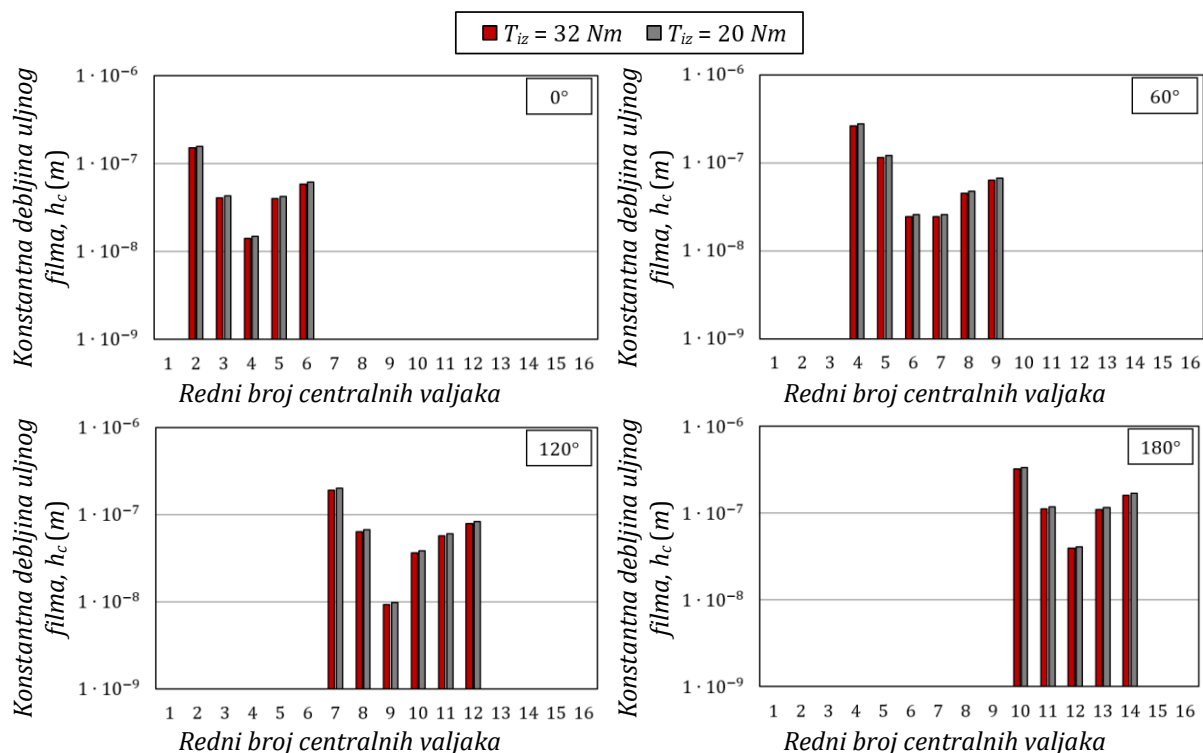


Slika 9.18 Analitički određen maksimalni površinski pritisak između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

9.5 Minimalna i maksimalna debljina uljnog filma

Koristeći dobijene vrednosti ravnotežnih temperatura maziva u nastavku su proračunate minimalna i konstantna debljina uljnog filma. Testovi su izvršeni za dva nezavisna stacionarna opterećenja od 20 i 32 Nm, pri ulaznom broju obrtaja od 580 i 1450 min^{-1} . Vrednosti minimalne i konstantne debljine uljnog filma između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika su prikazane na slikama 9.19 – 9.22, dok su na slikama 9.23 – 9.26 prikazane vrednosti minimalne i konstantne debljine uljnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku.

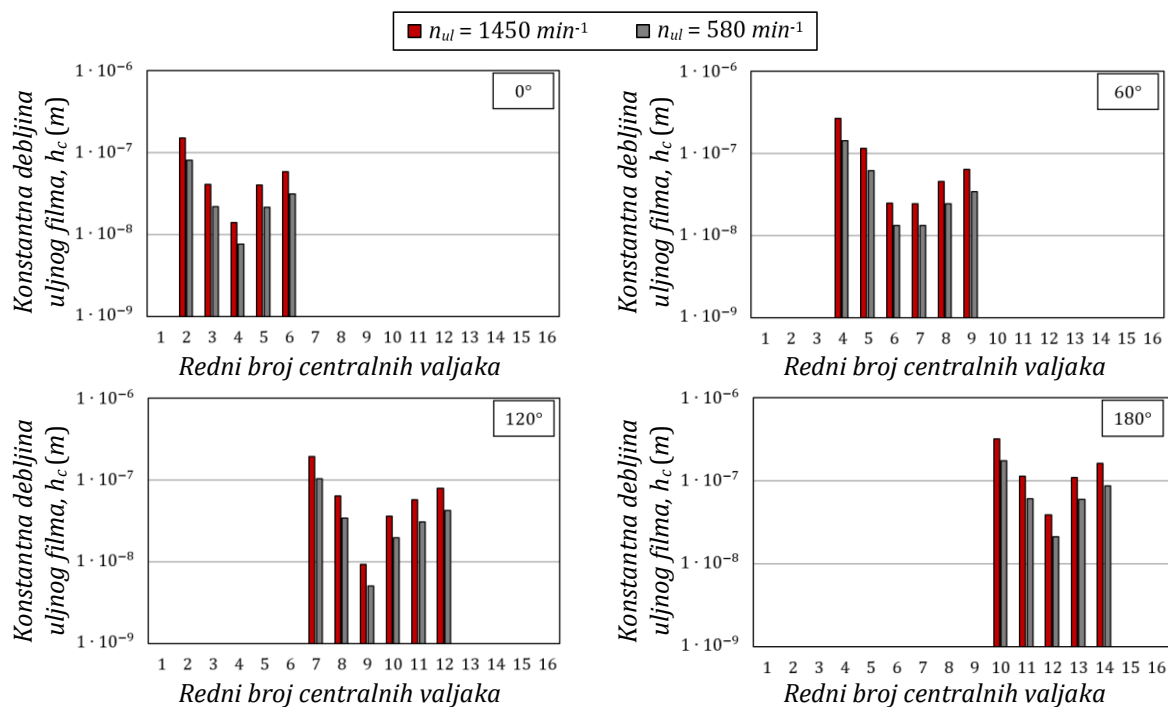
Pri smanjenju opterećenja sa 32 Nm na 20 Nm, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, konstantna debljina uljnog filma se povećava u proseku za 5,1%. Identičan slučaj je i sa minimalnom debljinom uljnog filma. Ona se pri smanjenju opterećenja sa 32 Nm na 20 Nm, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, povećava u proseku za 6,7%.



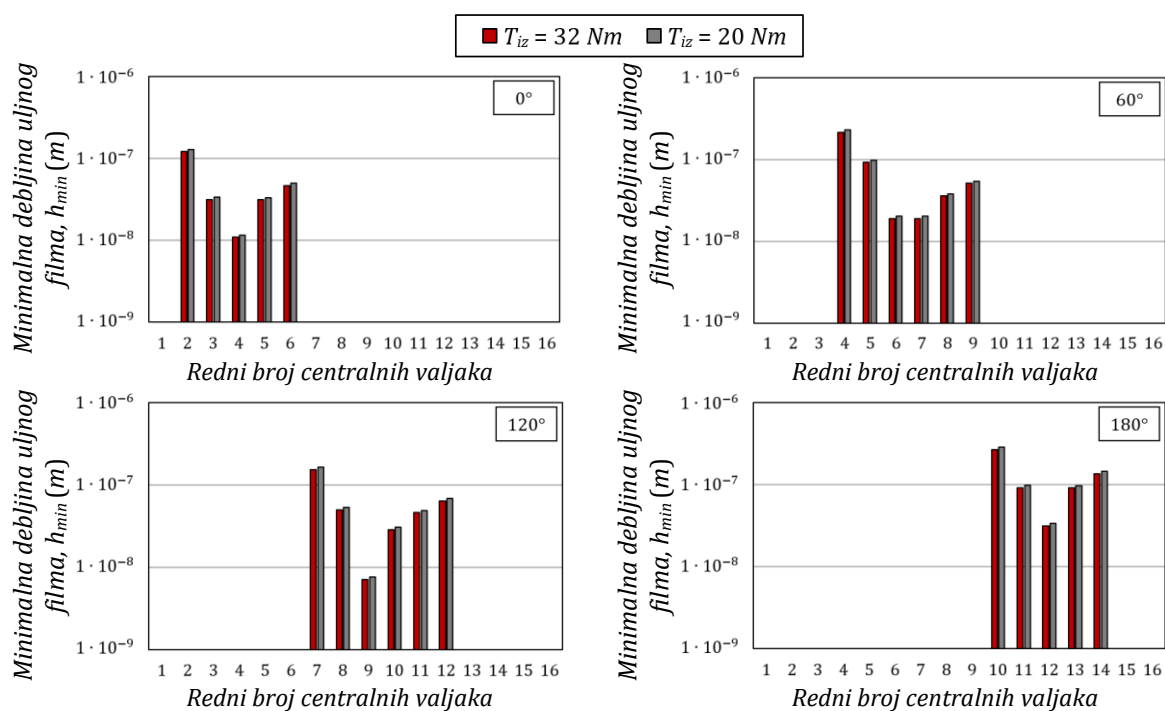
Slika 9.19 Analitički određena zavisnost konstantne debljine uljnog filma između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

Promena ulaznog broja obrtaja takođe utiče na debljinu uljnog filma. Pri smanjenju broja obrtaja sa 1450 min^{-1} na 580 min^{-1} , uz ponavljanje istih opterećenja, konstantna debljina uljnog filma se povećava u proseku za 52,9%. Identičan slučaj je i sa minimalnom debljinom uljnog filma. Ona se povećava u proseku za 52,8%.

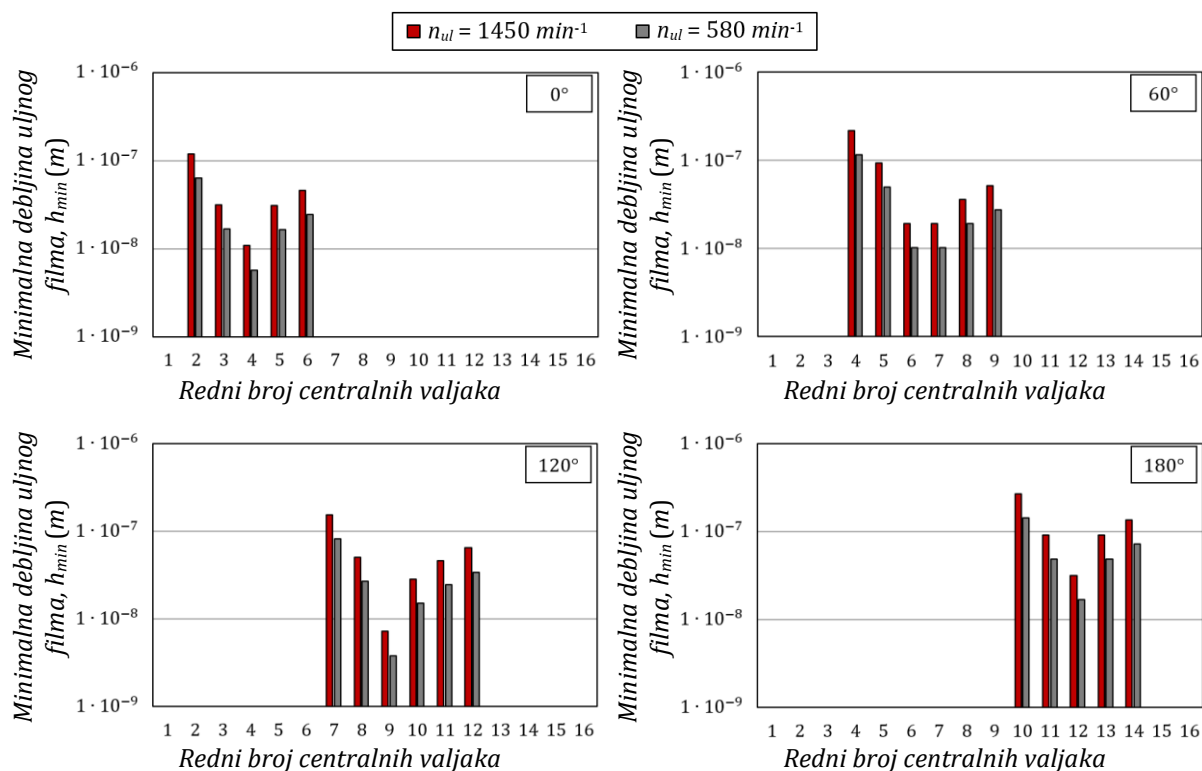
Na osnovu ovih rezultata, može se zaključiti da promena broja obrtaja ima daleko dominantniji uticaj na minimalnu i konstantnu debljinu uljnog filma u poređenju sa promenom opterećenja.



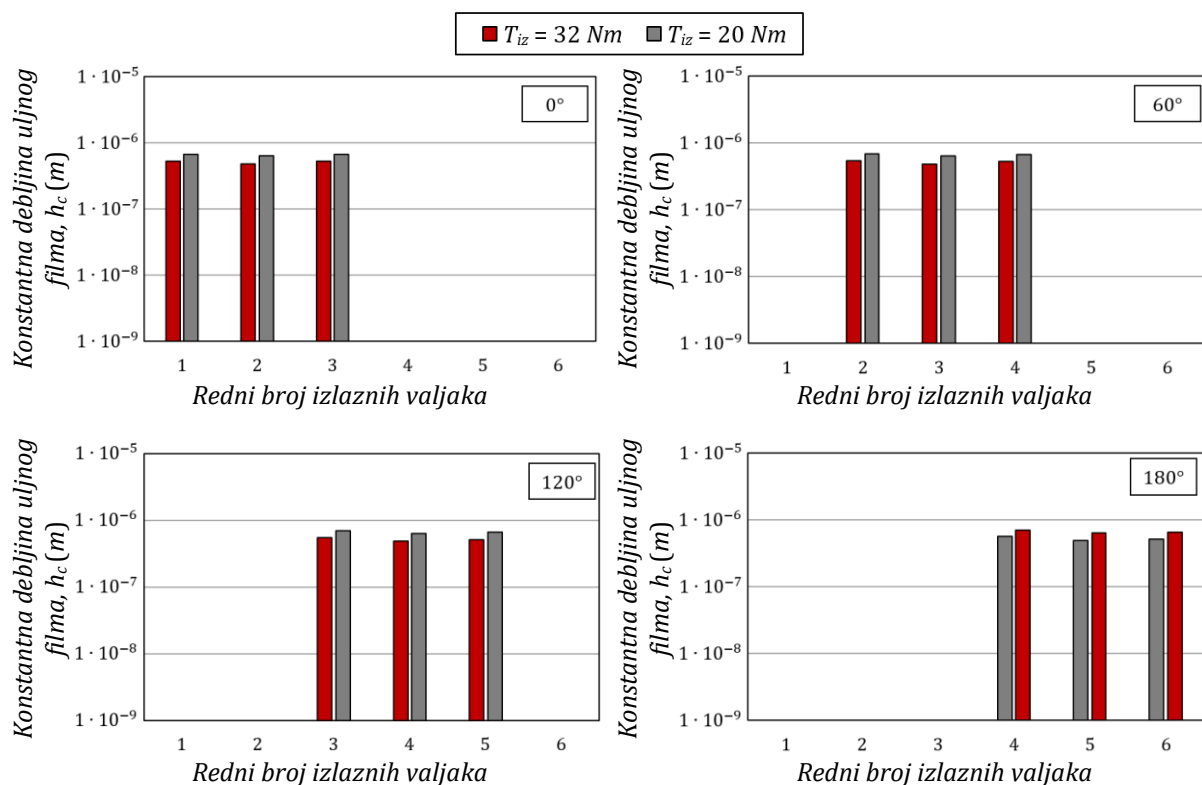
Slika 9.20 Analitički određena zavisnost konstantne debljine uljnog filma između centralnih valjaka i zuba ciklozupčanika od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



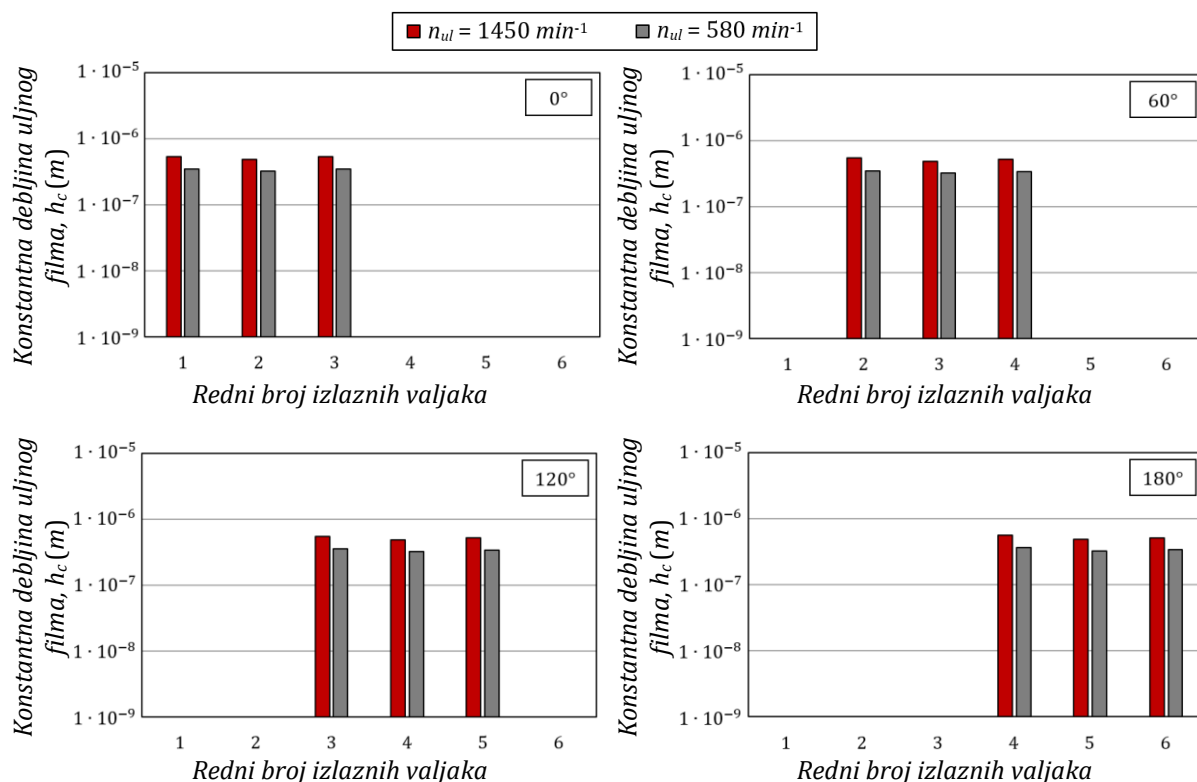
Slika 9.21 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između centralnih valjaka i zuba ciklozupčanika od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



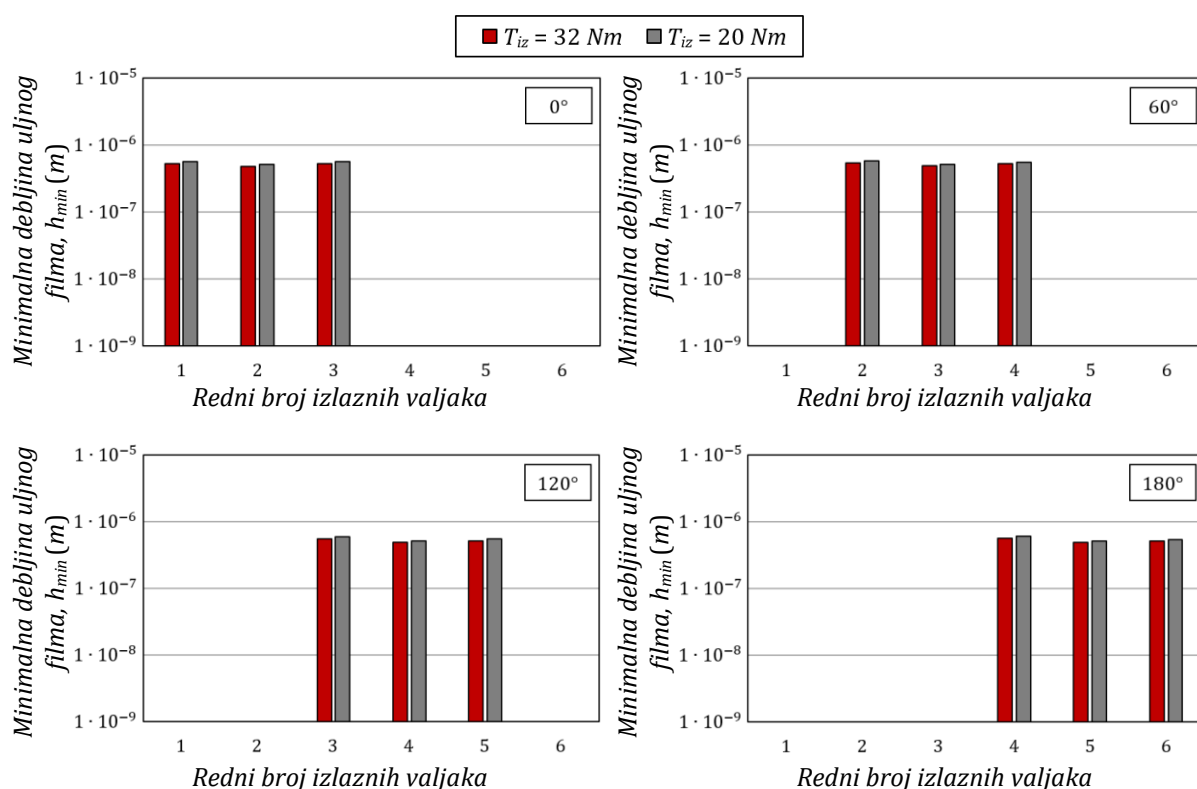
Slika 9.22 Analitički određena zavisnost minimalne debljina ulnog filma između centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



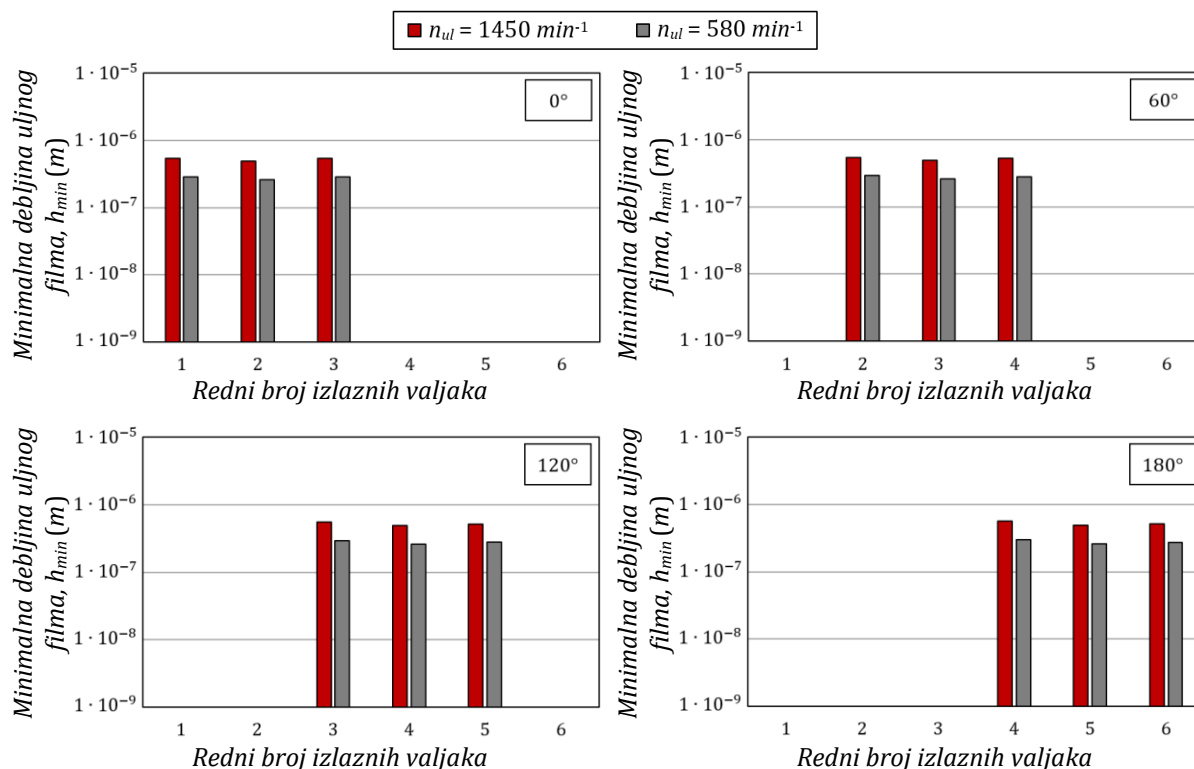
Slika 9.23 Analitički određena zavisnost konstantne debljina ulnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



Slika 9.24 Analitički određena zavisnost konstantne debljine uljnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



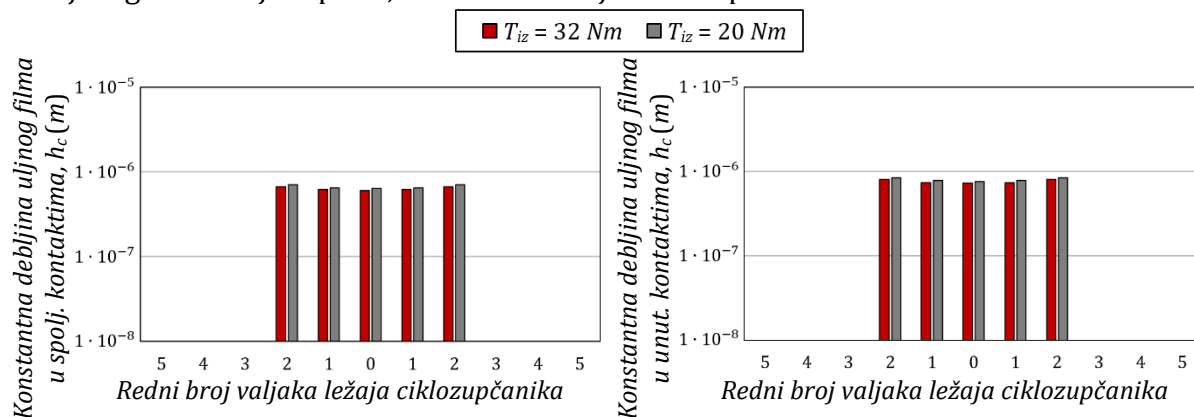
Slika 9.25 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



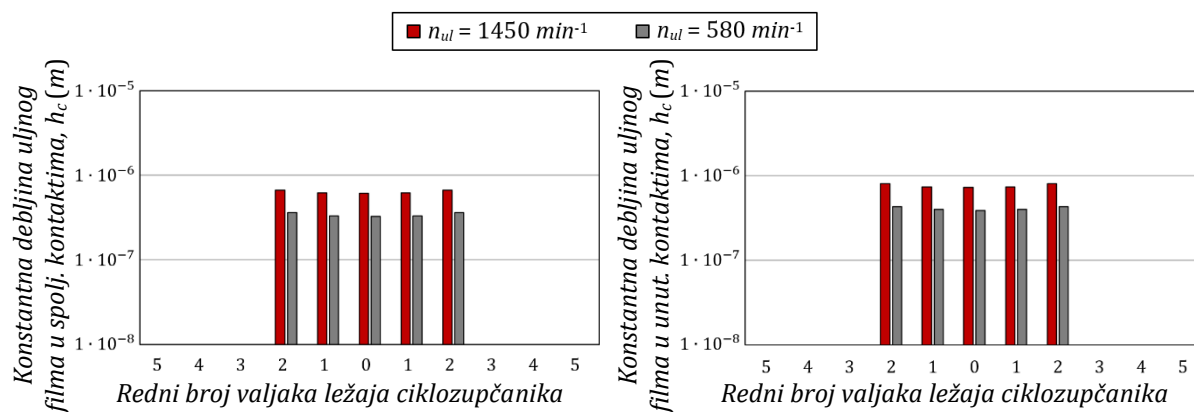
Slika 9.26 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

Dobijene vrednosti minimalne i konstantne debljine uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i unutrašnje i spoljašnje staze kotrljanja su prikazane na slikama 9.27 – 9.30. Pri smanjenju opterećenja sa 32 Nm na 20 Nm, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, konstantna debljina uljnog filma se povećava u proseku za 5,2%. Identičan slučaj je i sa minimalnom debljinom uljnog filma. Ona se pri smanjenju opterećenja sa 32 Nm na 20 Nm, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, povećava u proseku za 27,7%. Pri smanjenju broja obrtaja sa 1450 min^{-1} na 580 min^{-1} , uz ponavljanje istih opterećenja, konstantna debljina uljnog filma se povećava u proseku za 49%. Identičan slučaj je i sa minimalnom debljinom uljnog filma koja se povećava u proseku za 46,8%.

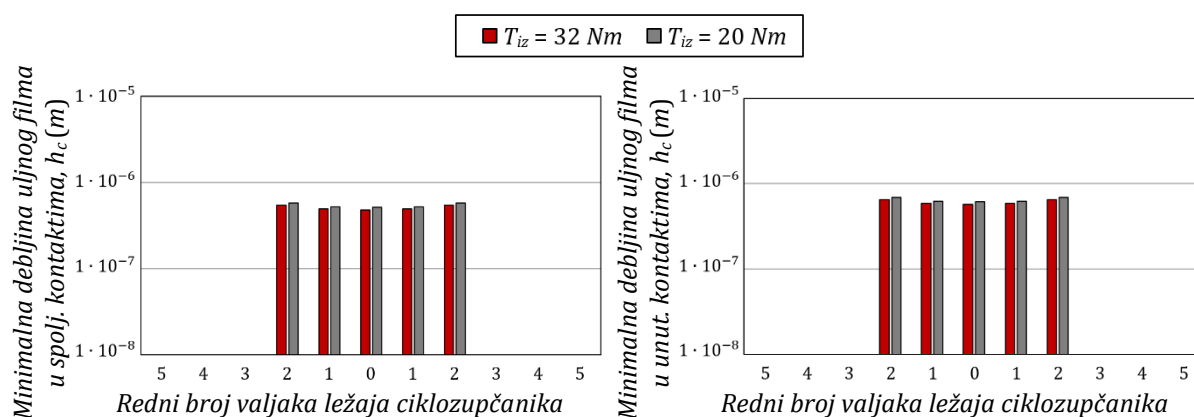
Na osnovu ovih rezultata može se zaključiti da ulazni broj obrtaja ima daleko veći uticaj na generisanje toplote, kao i na habanje radnih površina elemenata u kontaktu.



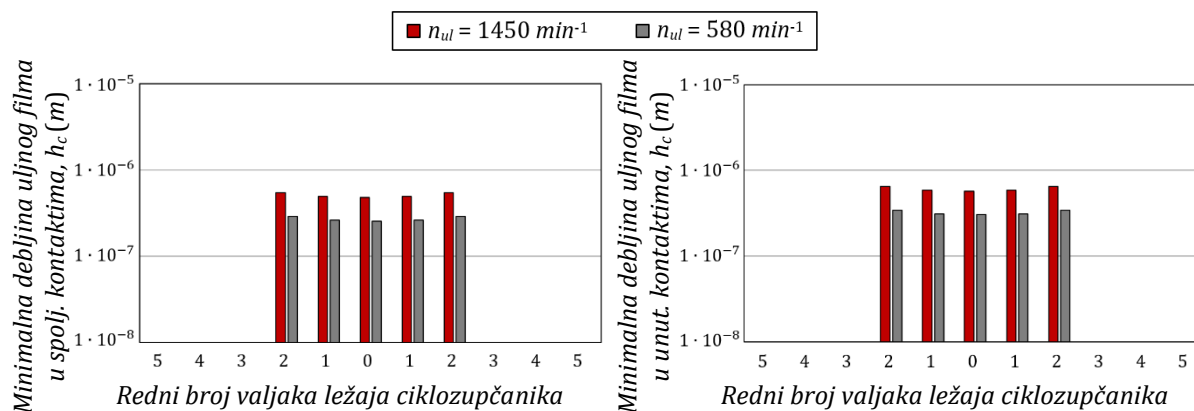
Slika 9.27 Analitički određena zavisnost konstantne debljine uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



Slika 9.28 Analitički određena zavisnost konstantne debljine uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$



Slika 9.29 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja od opterećenja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

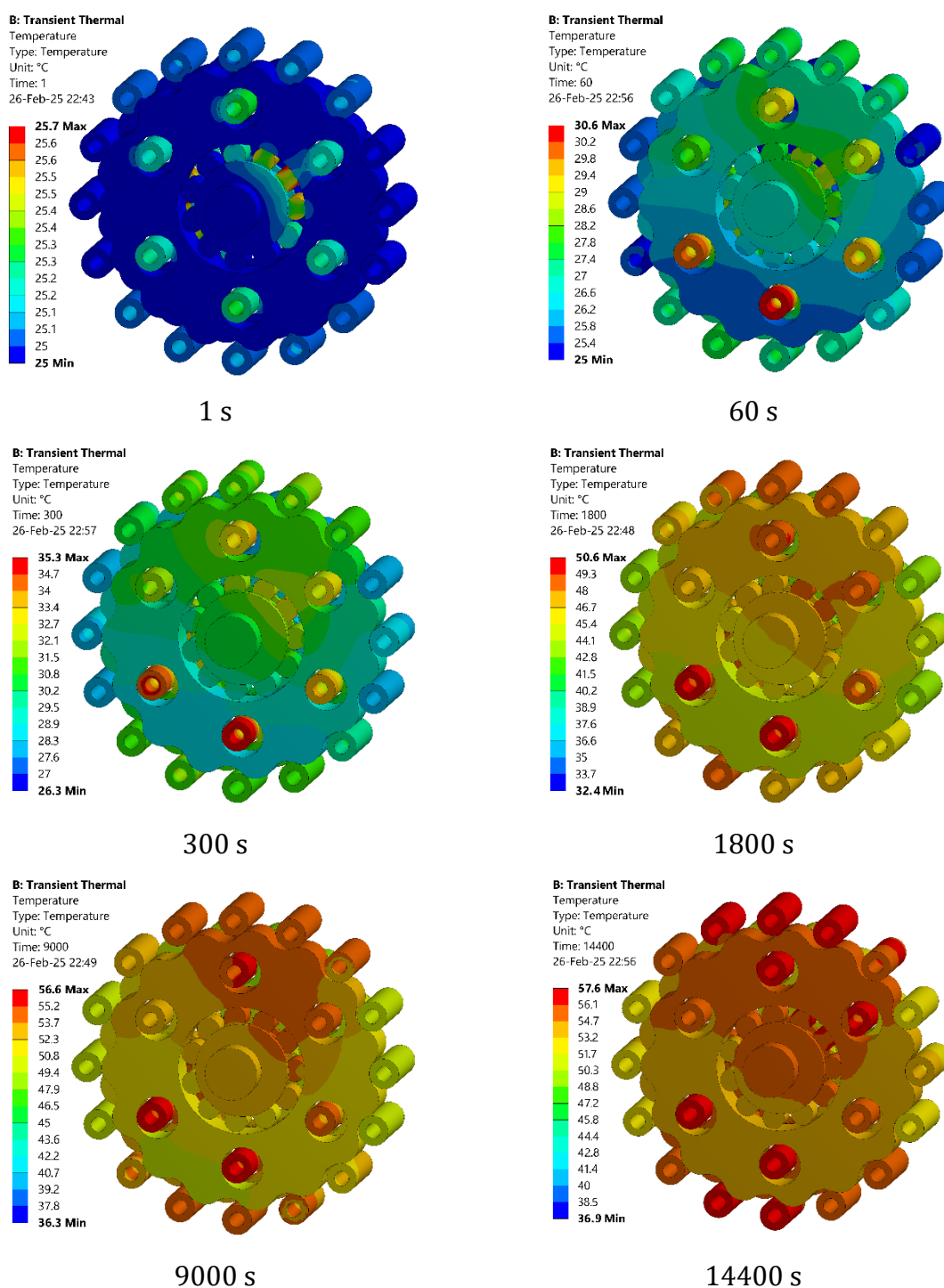


Slika 9.30 Analitički određena zavisnost minimalne debljine uljnog filma između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja od ulaznog broja obrtaja u opsegu pogonskog ugla β od $0 \div 180^\circ$

9.6 Raspodela temperaturnih polja generisana numeričkom analizom

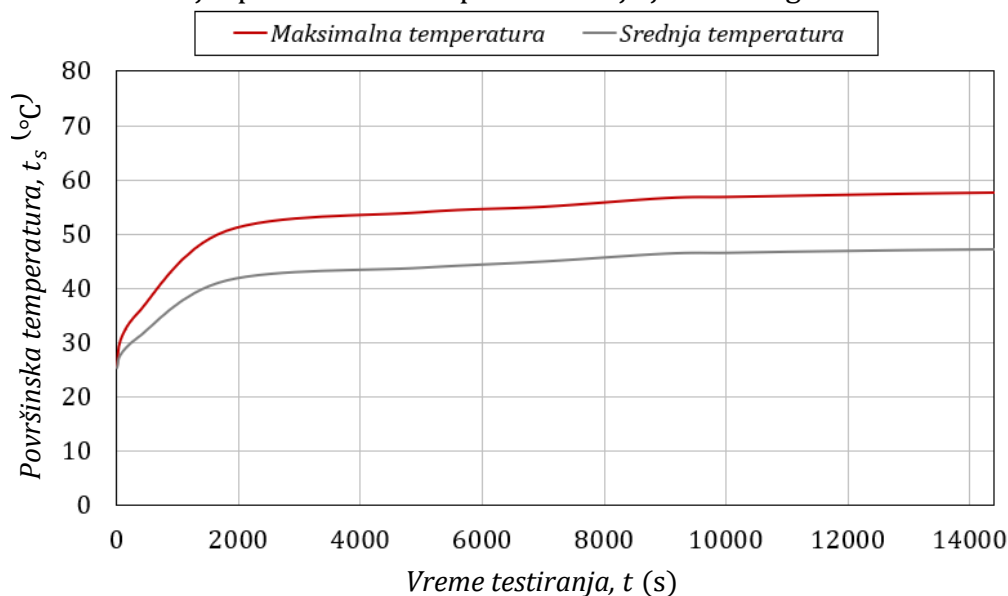
Kako bi se istražila raspodela temperaturnih polja na unutrašnjim elementima cikloreduktora, u komercijalnom softveru *ANSYS Workbench* je sprovedena nestacionarna termička analiza prema metodologiji opisanoj u poglavlju 7. Da bi moglo da se vrši

poređenje dobijenih rezultata, promena temperaturnih polja je posmatrana za isti ugaoni položaj ciklozupčanika tokom 14400 s (240 min) rada (slika 9.31). Prenos toplote sa unutrašnjih elemenata na mazivo je simuliran kao konvektivni prenos sa konstantnim koeficijentom prelaza toplote $\alpha_{lub} = 200 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, pri čemu se za simuliranje temperature okolnog maziva tokom vremena koristi tok zagrevanja prikazan na slici 9.11. Rezultati pokazuju da je porast temperature najintenzivniji u prvih 1800 s rada, kao i da je potreban relativno dug vremenski period do uspostavljanje termičke stabilnosti (9000 s), u kojoj se temperaturna polja ne menjaju značajno tokom vremena.



Slika 9.31 Prikaz promene temperaturnih polja na unutrašnjim elementima cikloreduktora od trenutka puštanja cikloreduktora u rad do 14400 s (240 min)

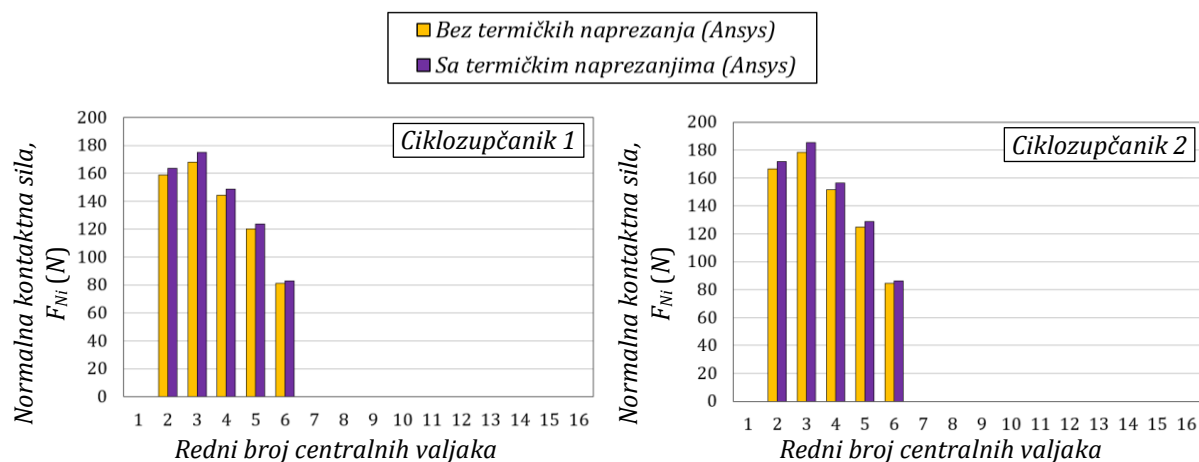
Radi lakšeg pregleda dobijenih rezultata, na slici 9.32 su prikazane vrednosti maksimalnih i srednjih površinskih temperatura koje je softver generisao.



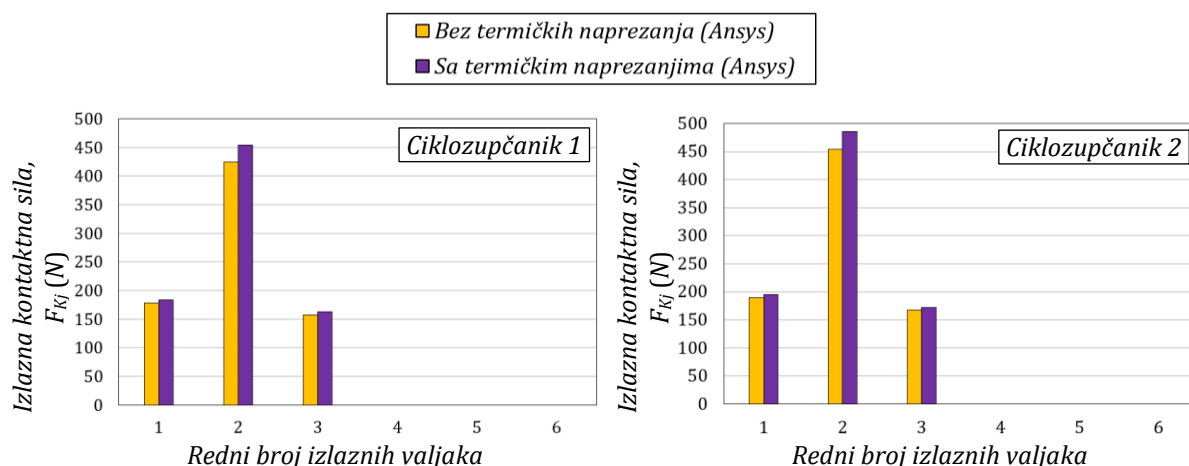
Slika 9.32 Prikaz maksimalnih i srednjih površinskih temperatura dobijenih numeričkom analizom

9.7 Uticaj termičkih naprezanja na kontaktne sile

Vrednosti kontaktnih sila između zubaca ciklozupčanika i odgovarajućih centralnih valjaka, sa i bez uzimanja u obzir termičkih naprezanja, prikazane su na slici 9.33. Testovi su izvršeni za pogonski obrtni moment od $T_{ul} = 2,25$ Nm, koji odgovara izlaznom obrtnom momentu od $T_{iz} = 32$ Nm. Kao što se može primetiti, uzimanje u obzir temperaturnih naprezanja dovodi do povećanja normalnih kontaktnih sila za $2 \div 3\%$. Sličan trend je primećen i kod izlaznih kontaktnih sila, čije su vrednosti prikazane na slici 9.2 U ovom slučaju, uzimanje u obzir temperaturnih naprezanja dovodi do povećanja kontaktnih sila za $5 \div 8\%$ što se može povezati sa činjenicom da su termički izvori u ovim kontaktima značajno veći.



Slika 9.33 Prikaz numerički dobijene raspodele normalnih kontaktnih sila sa i bez uticaja termičkih naprezanja

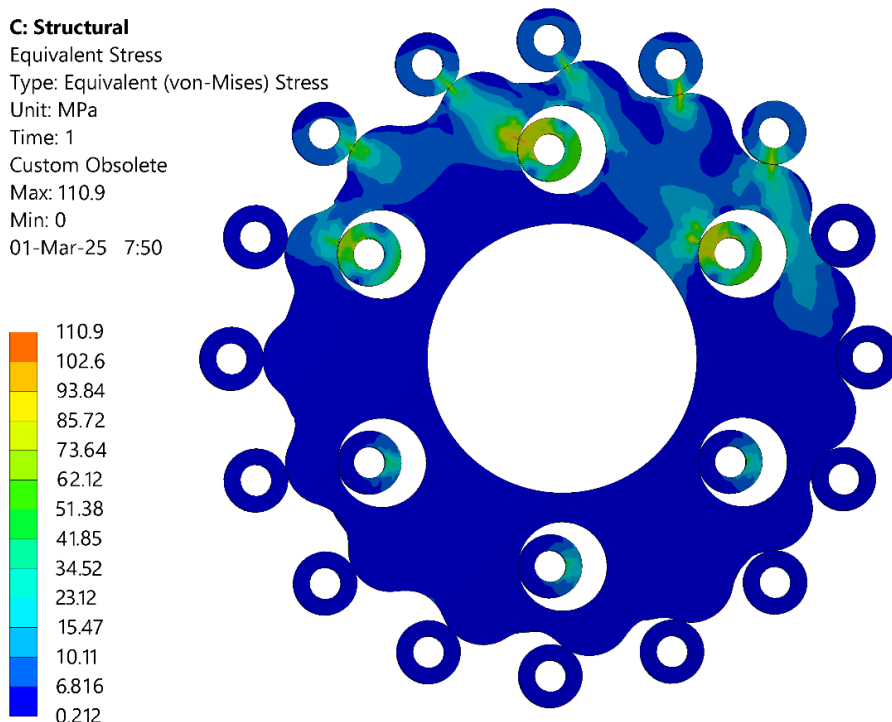


Slika 9.34 Prikaz numerički dobijene raspodele izlaznih kontaktnih sila sa i bez uticaja termičkih naprežanja

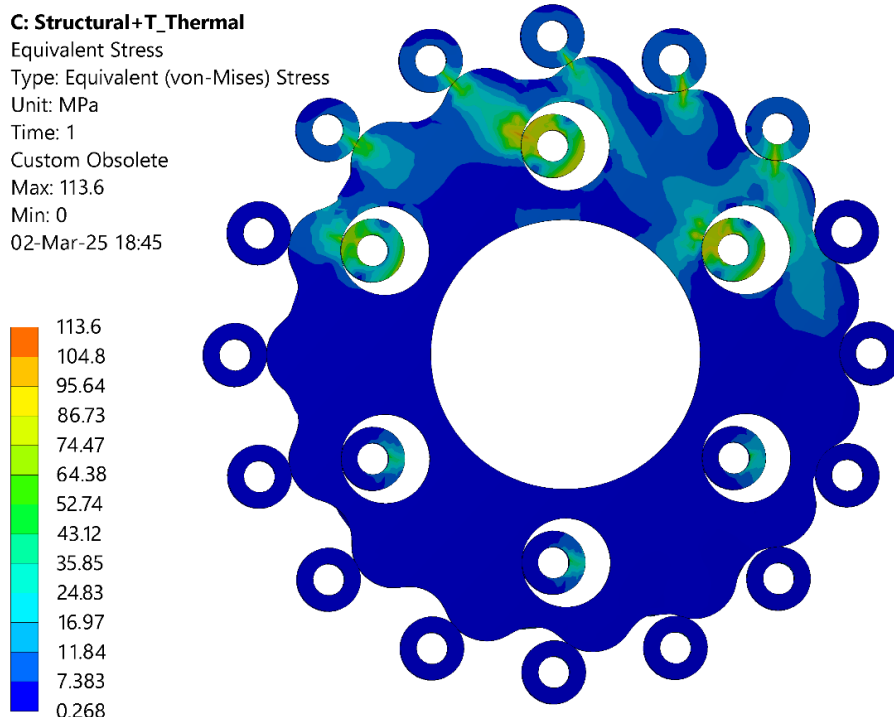
9.8 Uticaj termičkih naprežanja na naponsko-deformaciono stanje

Da bi se izveli zaključci o uticaju termičkih opterećenja na naponsko-deformaciono stanje vitalnih elemenata, u nastavku su prikazani rezultati numeričkih strukturnih analiza bez i sa uvezenim termičkim opterećenjima. Detaljan opis metodologije za izvođenje ovih simulacija prikazan je u poglavlju 7.

Naponsko-deformaciono stanje ciklozupčanika 1, izazvano kontaktim silama koje nastaju kao posledica dejstva pogonskog obrtnog momenta od $T_{ul} = 2,25 \text{ Nm}$ prikazano je na slici 9.35, dok je naponsko-deformaciono stanje ciklozupčanika 1, kao posledica dejstva pomenutih kontaktnih sila i termičkih opterećenja, prikazano na slici 9.36.



Slika 9.35 Raspodela Von Mises-ovih napona na ciklozupčaniku 1 bez uticaja termičkih naprežanja



Slika 9.36 Raspodela Von Mises-ovih napona na ciklozupčaniku 1 sa uticajem termičkih naprezanja

Najveći *Von Mises*-ovi naponi u analizi bez uvezenih termičkih opterećenja iznose oko 110,9 MPa i javljaju se u kontaktima izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku. Manji *Von Mises*-ovi naponi, u opsegu od 93,84 do 102,6 MPa, javljaju se u kontaktima centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika. Ova raspodela napona je rezultat vrednosti kontaktnih sila, odnosno reakcija u kontaktima, koje su prikazane na slikama 9.4–9.5. Takođe, primetno je da su naponi na valjcima veći u odnosu na napone na ciklozupčaniku, što je uslovljeno oblikom valjaka i pravcem širenja napona u poređenju sa pravcem širenja napona kod ciklozupčanika.

Uključivanje termičkih opterećenja dovodi do povećanja vrednosti *Von Mises*-ovih napona u proseku za 2,4%. Ovde je važno napomenuti da uveženi rezultati iz nestacionarne termičke analize odgovaraju vremenskom trenutku od 14400 s, odnosno trenutku kada je cikloreduktor dostigao termičku stabilnost.

Naponsko-deformaciono stanje ciklozupčanika 2, kao posledica dejstva pogonskog obrtnog momenta od $T_{ul} = 2,25 \text{ Nm}$ ($T_{iz} = 32 \text{ Nm}$), prikazano je na slici 9.37, dok je naponsko-deformaciono stanje ciklozupčanika 2, kao posledica dejstva pogonskog obrtnog momenta i termičkih opterećenja prikazano na slici 9.38. S obzirom na neravnomernu raspodelu opterećenja između ciklozupčanika, *Von Mises*-ovi naponi u kontaktima ciklozupčanika 2 i odgovarajućih valjaka su za 4,8% veći u odnosu na napone u kontaktima ciklozupčanika 1 i odgovarajućih valjaka. Uzimanjem u obzir termičkih naprezanja, vrednosti *Von Mises*-ovih napona se dodatno povećavaju za 2,8%.

C: Structural

Equivalent Stress

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

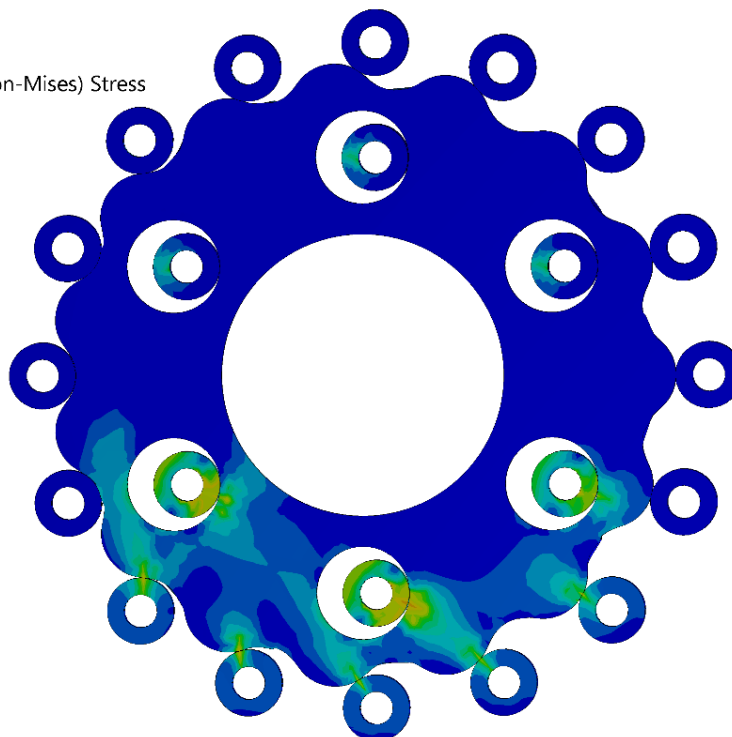
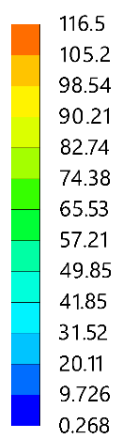
Time: 1

Custom Obsolete

Max: 116.5

Min: 0

01-Mar-25 18:22



Slika 9.37 Raspodela Von Mises-ovih napona na ciklozupčaniku 2 bez uticaja termičkih naprezanja

C: Structural+T_Thermal

Equivalent Stress

Type: Equivalent (von-Mises) Stress

Unit: MPa

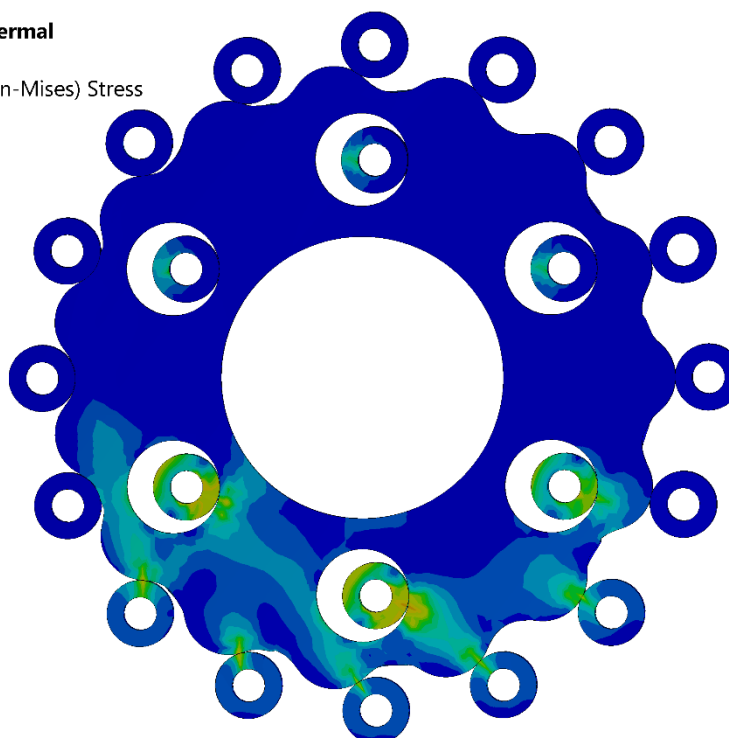
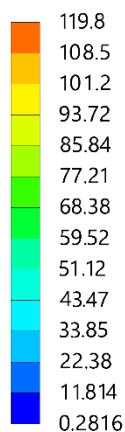
Time: 1

Custom Obsolete

Max: 119.8

Min: 0

02-Mar-25 18:32



Slika 9.38 Raspodela Von Mises-ovih napona na ciklozupčaniku 2 sa uticajem termičkih naprezanja

Radi lakšeg pregleda rezultata dobijenih u strukturnim analizama, u tabeli 9.1 su prikazane vrednosti najvećih *Von Misses-ovih* napona i deformacija.

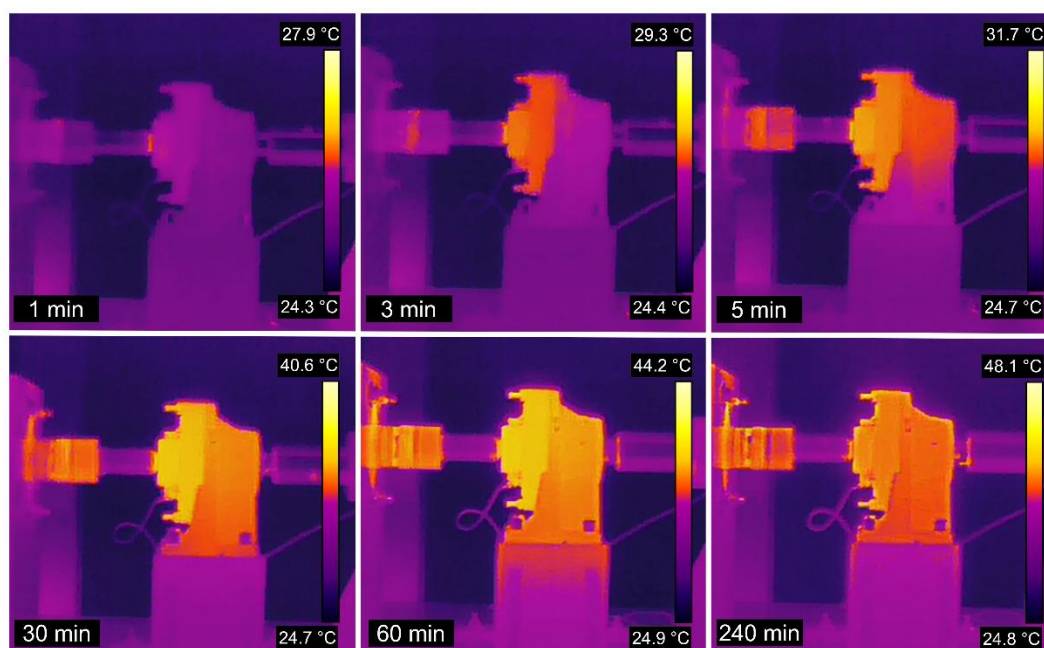
Tabela 9.1 Dobijene vrednosti Von Mises-ovih napona i deformacija

Vrsta ciklozupčanika	Vrsta opterećenja	Maksimalni Von Mises-ov napon, (MPa)	Maksimalna deformacija, (mm)
Ciklozupčanik 1	Bez termičkih opterećenja	110,9	0,000324
	Sa termičkim opterećenjem	113,6	0,000342
Ciklozupčanik 2	Bez termičkih opterećenja	116,5	0,000329
	Sa termičkim opterećenjem	119,8	0,000350

9.9 Termovizija

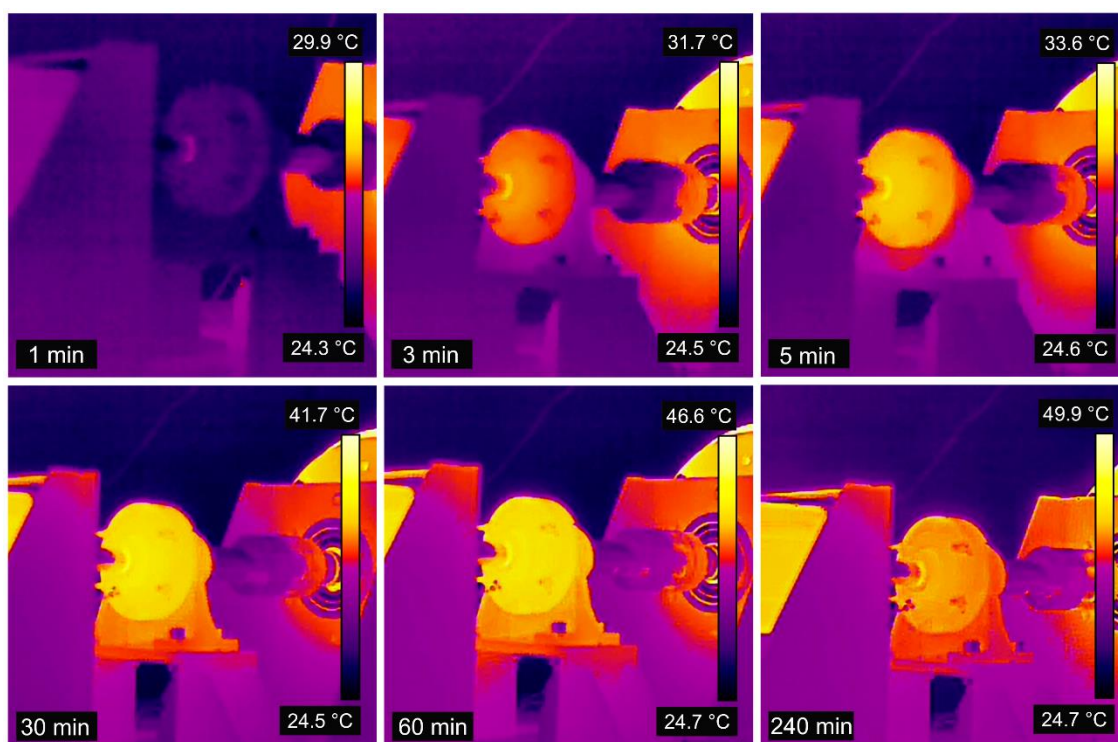
Dobijene serije infracrvenih termalnih (IRT) slika pri različitim konstantnim brojevima obrtaja i konstantnim opterećenjima značajno olakšavaju razumevanje generisanja i prostiranja toplote po površini kućišta i generalno. Jedini nedostatak ovakvog merenja je taj što omogućava praćenje samo temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta, dok se unutrašnja raspodela temperaturnih polja na ključne elemente cikloreduktora ne može uslikati.

S obzirom na veliku količinu dobijenih rezultata, u ovom poglavlju je prikazano samo nekoliko IRT slika tokom 240 min ispitivanja pri ulaznom broju obrtaja 1450 min^{-1} i obrtnom momentu 32 Nm, pri čemu je za podmazivanje korišćena tehnička mast Unirex N2 (9.39). Korišćena vrednost koeficijenta emisije iznosi 0,95. Početna temperatura na površini kućišta je između 24°C i 25°C , kao i temperatura okolnog vazduha koja se očitava sa anemometra. U prvom minutu najviša površinska temperatura kućišta iznosi $27,9^\circ\text{C}$, u trećem minutu je $29,3^\circ\text{C}$ dok je u poslednjem minutu ispitivanja dostigla $48,1^\circ\text{C}$.

Slika 9.39 Dobijene IRT slike tokom 240 min ispitivanja pri $n_{ul} = 1450 \text{ min}^{-1}$ i $T_{iz} = 32 \text{ Nm}$

Analizom temperaturnih polja lako se uočava da je najviša temperatura lokalizovana u zoni ležaja ulaznog vratila i da se povećava i prenosi prema izlaznom vratilu. Glavni razlog ovakve raspodele na ulazu jeste neposredna blizina ležaja ciklozupčanika koji predstavlja jedan od najvećih termičkih izvora u cikloreduktoru. Raspodela temperature kod termički stabilnog cikloreduktora prikazana je na poslednjoj slici.

Da bi se detaljnije istražila raspodela temperaturnih polja na ulaznoj strani reduktora, izvršena su dodatna merenja iz drugog ugaonog pravca (slika 9.40). Međutim, ključni izazov u ovim merenjima jeste eliminacija uticaja pogonskog motora i magnetne kočnice koji takođe generišu toplotu. Ovi izvori toplote stvaraju lažno povećanje temperature, pa se dobijeni rezultati ne mogu smatrati apsolutno tačnim. Takođe, tačnost rezultata je dodatno kompromitovana usled nedovoljnog hlađenja ispitnog stola nakon prethodnog testiranja što je primetno u početnim trenucima merenja.



Slika 9.40 Dobijene IRT slike tokom 240 min ispitivanja pri $n_{ul} = 1450 \text{ min}^{-1}$ i $T_{iz} = 32 \text{ Nm}$

10. ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

U okviru ove doktorske disertacije izvršena su teorijska, numerička i eksperimentalna istraživanja termičke stabilnosti cikloreduktora.

U prvom poglavlju su data uvodna razmatranja sa posebnim osvrtom na značaj ovog istraživanja. Takođe su detaljno opisane osnovne radne karakteristike cikloreduktora kao što su: kompaktna konstrukcija i mala masa, veliki dijapazon mogućih prenosnih odnosa, izuzetno mali zazori, minimalni prazni hod, nizak nivo buke i vibracija, visok stepen iskorišćenja, veoma dug i pouzdan radni vek... Posebna pažnja u okviru ovog poglavlja je posvećena definisanju predmeta istraživanja, ciljeva i osnovnih hipoteza.

U drugom poglavlju je izvršen detaljni pregled literaturnih izvora vezanih za cikloreduktore. Analizom stanja dosadašnjih istraživanja može se zaključiti da su se mnogi naučnici bavili raspodelom kontaktnih sila i dinamičkom analizom, pri čemu su u obzir uzimane kontaktne deformacije, korigovanje profila zupca ciklozupčanika, unutrašnji zazori i greške pri montaži. Takođe, veliki broj autora se bavio istraživanjem i razvojem efikasnog matematičkog modela za određivanje stepena iskorišćenja i gubitaka snage. Određeni broj istraživanja je vezan i za definisanje novih konceptijskih rešenja cikloreduktora, kao i za njihovu optimizaciju. Jedan od najmanje istraženih aspekata cikloreduktora svakako je termička stabilnost. Među malobrojnim, ali vrlo inspirativnim i naučno fundiranim radovima, posebno se ističu radovi Zaha i Mihailidisa koji su označeni kao pioniri u ovoj oblasti.

U trećem poglavlju su najpre opisani različiti načini generisanja profila zupca ciklozupčanika (najčešće je u pitanju ekvidistanta skraćene epitrohoide i ekvidistanta skraćene hipotrohoide). Zatim su, na osnovu dostupne stručne literature i kataloga renomiranih svetskih proizvođača (*Nabtesco*, *Sumitomo*, *Onvio*), detaljno opisana i sistematizovana postojeća konceptijska rešenja. Za označavanje je korišćen sistem koji je za planetarne reduktore predložio ruski istraživač Kudrjavcev. Ovaj sistem označavanja daje dovoljan broj informacija o strukturi, broju i vrsti osnovnih članova. Shodno tome, ukoliko cikloreduktor ima jedan centralni zupčanik označava se sa K , ukoliko ima dva centralna zupčanika označava se sa $2K$, a ukoliko ima tri centralna zupčanika označava se sa $3K$. Za bliže označavanje konceptijskih rešenja još se koriste slovne oznake H i V . Na taj način su formirane sledeće oznake: $K-H-V$, $2K-V$, $2K-H$ i $3K$, a na kraju ovog poglavlja je izvršena uporedna analiza njihovih osnovnih radnih karakteristika.

U četvrtom poglavlju je definisan matematički model za proračun kontaktnih sila na kontaktnim površinama spregnutih elemenata u funkciji ugla zaokretanja ciklozupčanika. Radi dobijanja što tačnijih rezultata, u obzir su uzeti: korigovanje profila zupca ciklozupčanika, kontaktne deformacije i unutrašnji zazori između elemenata koji prenose opterećenje. Posebna pažnja u okviru ovog poglavlja je posvećena proučavanju i definisanju matematičkog modela za proračun kontaktnih površina i maksimalnog površinskog pritiska. Teorijska osnova za ovo istraživanje je klasična Hercova teorija kontakta koja se zasniva na elastično-statičkom kontaktu idealno glatkih površina. Pošto se kontaktne površine spregnutih elemenata sastoje od većeg ili manjeg broja neravnina koje mogu biti različitih dimenzija i oblika, u kontaktnoj analizi su analizirani i triboloških uslovi ostvarivanja kontakta. To se pre svega odnosi na osnovne režime podmazivanja i funkcijsku zavisnosti koeficijenta trenja od debljine uljnog filma, kao i na definisanje

izraza za određivanje debljine uljnog filma i ukupnih brzina kotrljanja u zoni odgovarajućih kontakata.

U petom poglavlju je definisan matematički model za proračun parcijalnih gubitaka snage (intenziteta termičkih izvora) i kao i matematički model za proračun ukupnog stepena iskorišćenja. Za proračun gubitaka snage u sprezi ciklozupčanika sa odgovarajućim valjcima, kao i za proračun gubitaka snage između odgovarajućih valjaka i osovinica razvijen je novi matematički model koji se bazira na klasičnoj kontaktnoj mehanici. Za proračun ostalih gubitaka snage korišćeni su matematički modeli: proizvođača ležaja Šefler (za proračun gubitaka snage u ležajima - onih koji zavise i onih koji ne zavise od opterećenja), proizvođača radijalnih zaptivača Simrit (za proračun gubitaka snage u radijalnim zaptivačima), istraživača Šanženea (za proračun gubitaka snage koji potiču od interakcije maziva sa ciklozupčanicom).

U šestom poglavlju je definisan matematički model za proveru termičke stabilnosti cikloreduktora koji je u skladu sa međunarodnim standardom ISO/TR 14179-2:2001. Bazira se na globalnom energetsom bilansu između ukupnih gubitaka snage koji se pretvaraju u toplotu i ukupne količine toplote koja se iz unutrašnjosti cikloreduktora prenosi na okolni vazduh. Za reprezentativni parametar termičke stabilnosti označena je ravnotežna temperatura maziva, a sposobnost prenosa toplote kroz odgovarajuću mehaničku komponentu je definisana primenom električne analogije.

U sedmom poglavlju je definisana metodologija za određivanje raspodela temperaturnih polja, kao i njihovog uticaja na kontaktne sile i naponsko – deformaciono stanje vitalnih elemenata cikloreduktora. Kompletan analiza se sastoji iz 3 dela. U prvom delu je na osnovu *CAD* modela jednostepenog cikloreduktora, kreiranog u softveru *SolidWorks 2017*, i poznatih spoljašnjih opterećenja (pogonskog obrtnog momenta) u okruženju *Static Structural (Ansys Workbench 2019)* izvršena strukturna analiza. Kao rezultat su dobijene vrednosti sila na mestima kontakata ciklozupčanika, centralnih i izlaznih valjaka (koji učestvuju u procesu prenošenja opterećenja), kao i vrednosti odgovarajućih napona. Druga analiza je izvršena u okviru okruženja *Transient Thermal (Ansys Workbench 2019)*. Koristeći polazne podatke iz prve (statičke analize), kao i gubitke snage, odnosno intenzitete termičkih izvora određene analitičkim putem u softveru *Matlab 2017*, kao rezultat je dobijeno termičko stanje modela, odnosno raspodela temperaturnih polja unutar cikloreduktora. Treća (završna) analiza je ponovo izvršena u *Static Structural* okruženju (*Ansys Workbench 2019*). Na osnovu ulaznih parametara iz prve analize i rezultata druge analize dobijaju se konačne (ukupne) vrednosti kontaktnih sila i naponsko–deformaciono stanje vitalnih elemenata cikloreduktora kao posledica dejstva spoljašnjih i termičkih opterećenja.

U osmom poglavlju je predstavljena merna i ispitna oprema koja je korišćena za ekperimentalno istraživanje ravnotežne temperature maziva, ukupnih gubitaka snage, stepena iskorišćenja, potrebnog vremena za postizanje termičke stabilnosti i raspodele temperaturnih polja na spoljašnjoj površini kućišta. Takođe, u ovom poglavlju je prikazan i detaljan plan ekperimentalnih istraživanja.

U devetom poglavlju su prikazani svi dobijeni rezultati analitičkih proračuna, numeričkih analiza i ekperimentalnih merenja. Pošto kod cikloreduktora postoji veliki broj kontaktnih zona, a vrednosti kontaktnih sila su vremenski zavisne od ugla zaokretanja ciklozupčanika, svi analitički proračuni su realizovani u softverskom

okruženju *Matlab 2017*. Kako bi se omogućilo poređenje analitički dobijenih rezultata sa rezultatima numeričkih i eksperimentalnih istraživanja, testiranja su izvršena prema prethodno definisanom planu ispitivanja. S obzirom na obimnost i kompleksnost sprovedenih istraživanja, glavni zaključci su sistematizovani u sledeće tematske celine.

1. Kontaktana analiza vitalnih elemenata cikloreduktora:

- Karakter promene kontaktnih sila tokom zaokretanja ciklozupčanika je relativno isti pri svim ugaonim položajima i fazno se pomera u zavisnosti od rednih brojeva valjaka koji ulaze ili izlaze iz sprege, pri čemu su valjci koji ulaze u spregu značajno više opterećeni.
- Povećavanje opterećenja, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, dovodi do povećanja vrednosti kontaktnih sila, dok promena ulaznog broja obrtaja, uz ponavljanje istih opterećenja, ne utiče na promenu vrednosti kontaktnih sila.
- Širina kontakata konveksno-konkavnih površina je veća, dok je širina kontakata dve konveksne površine značajno manja. Pri tome, povećavanje opterećenja, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, dovodi do povećanja širine kontaktnih površina, dok promena ulaznog broja obrtaja, uz ponavljanje istog opterećenja, ne utiče na promenu širine kontakta.
- Najveći površinski pritisak se javlja u kontaktima kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i unutrašnje staze kotrljanja. Kada je reč o kontaktu centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika, veći površinski pritisak se javlja između dve konveksne površine, nego što je to slučaj u kontaktu konveksno-konkavnih površina.
- Povećanje opterećenja uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, dovodi do smanjenja konstantne i minimalne debljina uljnog filma. U analiziranom slučaju, povećanje opterećenja sa 20 Nm na 32 Nm uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, dovodi do smanjenja konstantne debljine uljnog filma između profila zupca ciklozupčanika i centralnih valjaka u proseku za 5,1%, dok se minimalna debljina uljnog filma smanjuje u proseku za 6,7%. Takođe i povećanje ulaznog broja obrtaja uz ponavljanje istih opterećenja, dovodi do smanjenja debljina uljnog filma. U analiziranom slučaju, povećanje ulaznog broja obrtaja sa 580 min⁻¹ na 1450 min⁻¹, uz ponavljanje istih opterećenja, dovodi do smanjenja konstantne debljine uljnog filma između profila zupca ciklozupčanika i centralnih valjaka u proseku za 52,9%, dok se minimalna debljina uljnog filma smanjuje u proseku za 52,8%.
- Između ciklozupčanika i odgovarajućih valjaka je prisutna neravnomerna raspodela opterećenja. U analiziranom slučaju, kontaktne sile između centralnih valjaka i odgovarajućih zubaca ciklozupčanika 2 su za 5 ÷ 6% veće u odnosu na kontaktne sile između centralnih valjaka i odgovarajućih zubaca ciklozupčanika 1. Identičan slučaj je i sa kontaktnim silama između izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčanicu. Razlika se u ovom slučaju kreće u opsegu 6 ÷ 7%.
- Temperaturna naprezanja dovode do povećanja vrednosti kontaktnih sila. U analiziranom slučaju, normalne kontaktne sile se usled temperaturnih naprezanja povećavaju u proseku za 2 ÷ 3%, dok se izlazne kontaktne sile povećavaju u proseku za 5 ÷ 8%.

2. Gubici snage i stepen iskorišćenja cikloreduktora:

- U poređnom analizom analitički i eksperimentalno dobijenih rezultata može se zaključiti da odstupanja dobijenih vrednosti stepena iskorišćenja u proseku iznose 1,46% (max. 2,11%), dok odstupanja gubitaka snage u proseku iznose 9,88% (max. 23,52%). S obzirom da odstupanja dobijenih vrednosti nisu velika, razvijeni matematički model se može smatrati validnim alatom za projektovanje cikloreduktora.
- Karakter promene stepena iskorišćenja, dobijen analitičkim i eksperimentalnim putem, je isti: povećanjem opterećenja, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, dolazi do povećanja stepena iskorišćenja, a povećanjem ulaznog broja obrtaja, uz ponavljanje istog opterećenja, dolazi do smanjenja stepena iskorišćenja. Takođe i dobijeni karakter promene gubitaka snage je isti: povećanjem opterećenja, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja, kao i povećanjem brojeva obrtaja uz ponavljanje istog opterećenja dovodi do povećanja gubitaka snage.
- Gubici snage između odgovarajućih valjaka (centralnih i izlaznih) i osovinica, kao i gubici snage u ležajima ciklozupčanika su najdominantniji gubici snage. Pri tome, gubici snage u odgovarajućim kontaktima izlaznih valjaka su značajno veći od gubitaka snage u odgovarajućim kontaktima centralnih valjaka jer je ugaona brzina izlaznih valjaka značajno veća od ugaone brzine centralnih valjaka.
- Kada je reč o vrsti sredstva za podmazivanje, eksperimentalna testiranja su pokazala da ulje generiše veće gubitke snage u odnosu na tehničku mast u proseku za 5,7% (max. 7,1%). Ovaj rezultat se može povezati sa činjenicom da se suvišna količina masti pomera sa strane i udaljava od obrtnih elemenata, formirajući odgovarajući kanal. Takođe i rezultati analitičkih proračuna pokazuju da ulje generiše veće gubitke snage u odnosu na tehničku mast u proseku za 1,7% (max. 2%).

3. Termička stabilnost cikloreduktora:

- U poređnom analizom analitički i eksperimentalno dobijenih rezultata može se zaključiti da odstupanja dobijenih vrednosti ravnotežne temperature maziva u proseku iznose 7,54% (max. 14,3%). S obzirom da odstupanja dobijenih vrednosti nisu velika, razvijeni matematički model se može smatrati validnim alatom za projektovanje cikloreduktora.
- Karakter promene ravnotežne temperature maziva, dobijen analitičkim i eksperimentalnim putem, je isti: povećanje ulaznog broja obrtaja, uz ponavljanje istog opterećenja i povećanje opterećenja, uz ponavljanje istih brojeva obrtaja dovodi do povećanja ravnotežne temperature maziva.
- Vrednost ravnotežne temperature maziva se povećava sve dok se ne postigne termička stabilnost. Eksperimentalna i numerička testiranja pokazuju da je porast temperature najintenzivniji u prvih 30 minuta rada (1800 s), dok je u nastavku značajno manji. Prosečni vremenski period potreban za postizanje termičke stabilnosti, u kojoj se temperaturna polja ne menjaju značajno tokom vremena iznosi oko 180 min (9000 s).

- Opstrujavanje vazduha oko cikloreduktora može značajno da snizi ravnotežnu temperaturu maziva. U testiranom slučaju, strujanja vazduha od 3 m/s oko ispitnog cikloreduktora koji radi pri nominalnim uslovima rada, dovodi do sniženja ravnotežne temperature maziva u proseku za 23%.
- Na termičku stabilnost cikloreduktora utiče vrsta primenjenog sredstva za podmazivanje. U analiziranom slučaju, ulje Famredol Ultra 150 u odnosu na tehničku mast Unirex N2 dovodi do povećanja vrednosti ravnotežne temperature maziva pri svim radnim uslovima. Pri nominalnim radnim uslovima, ova razlika iznosi oko 3°C. Štaviše, primećeno je da se ova razlika smanjuje sa smanjenjem ulaznog broja obrtaja.

4. Naponsko-deformaciono stanje:

- Najveći *Von Mises*-ovi naponi u analizi bez temperaturnih naprezanja iznose oko 110,9 MPa i javljaju se u kontaktima izlaznih valjaka i otvora u ciklozupčaniku. Manji *Von Mises*-ovi naponi, u opsegu od 93,84 do 102,6 MPa, javljaju se u kontaktima centralnih valjaka i zubaca ciklozupčanika. Ovakva raspodela napona je rezultat reakcija u kontaktima.
- Uključivanje temperaturnih naprezanja dovodi do povećanja vrednosti *Von Mises*-ovih napona u proseku za 2,4%.
- Naponi na valjcima su veći u odnosu na napone na ciklozupčaniku, što je uslovljeno oblikom valjaka i pravcem širenja napona u poređenju sa pravcem širenja napona kod ciklozupčanika.
- *Von Mises*-ovi naponi u kontaktima ciklozupčanika 2 i odgovarajućih valjaka su za 4,8% veći u odnosu na napone u kontaktima ciklozupčanika 1 i odgovarajućih valjaka. Ovakva raspodela napona je rezultat neravnomerne raspodele opterećenja između ciklozupčanika.

5. Termovizija:

- Infracrvene termalne (IRT) slike pokazuju da je najviša temperatura lokalizovana u zoni ležaja ulaznog vratila i da se povećava i prenosi prema izlaznom vratilu. Glavni razlog ovakve raspodele na ulazu jeste neposredna blizina ležaja ciklozupčanika koji predstavlja jedan od najvećih termičkih izvora u cikloreduktoru.

10.1 Doprinosi autora

Imajući u vidu ukupni značaj ove tematike, njenu aktuelnost, a naročito nedostatak relevantnih naučnih izvora, glavni doprinosi postignuti kroz istraživanje u okviru ove doktorske disertacije su:

- Formirana je baza najpoznatijih i najčešće korišćenih konceptijskih rešenja cikloreduktora.
- Razvijena je metodologija za određivanje širine kontaktnih površina, površinskog pritiska, minimalne i konstantne debljine uljnog filma u dominantnim kontaktima cikloreduktora.
- Unapređena je postojeća metodologija za određivanje parcijalnih gubitaka snage i stepena iskorišćenja cikloreduktora.
- Identifikovani su dominantni gubici snage u cikloreduktoru.
- Razvijen je algoritam za proveru termičke stabilnosti cikloreduktora koji je u skladu sa međunarodnim standardom ISO/TR 14179-2:2001.
- Utvrđen je potreban vremenski period za dostizanje termičke stabilnosti u različitim radnim uslovima.
- Razvijena je metodologija za matematičko-numeričku analizu raspodele temperaturnih polja na unutrašnje elemente cikloreduktora, kao i za analizu njihovog uticaja na kontaktne sile i naponsko-deformaciono stanje.
- Razvijena matematičko-numerička metodologija može biti korisna kompanijama koje se bave proizvodnjom cikloreduktora jer omogućava predviđanje njihovog ponašanja u eksploataciji.
- Dobijeni eksperimentalni rezultati o ravnotežnoj temperaturi maziva, stepenu iskorišćenja i gubicima snage se mogu koristiti za validaciju rezultata drugih istraživanja iz ove predmetne oblasti.

10.2 Pravci daljih istraživanja

Pravci daljih istraživanja mogu biti orijentisani na sledeće teme:

- Usavršavanje matematičko-numeričke metodologije za analizu kontaktnih sila kroz definisanje postupka za određivanje kontaktnih sila između kotrljajnih tela ležaja ciklozupčanika i odgovarajućih staza kotrljanja.
- Razvijanje mreže otpora prenosu toplote koja izračunava zapreminsku temperaturu pojedinačnih elemenata cikloreduktora.
- Razvijanje matematičkog modela za određivanje ravnotežne temperature maziva u prelaznim uslovima rada.
- Ispitivanje rada cikloreduktora sa elementima od različitih materijala i sa različitim hrapavostima kontaktnih površina.
- Razvijanje metodologije za procenu trenutnog koeficijenta trenja koja uključuje termo-elastohidrodinamičku teoriju podmazivanja (TEHL) i numerički alat zasnovan na Računarskoj dinamici fluida (CFD).
- Istraživanje termičke stabilnosti drugih konceptijskih rešenja cikloreduktora. To se pre svega odnosi na 2K-V (RV) cikloreduktore.

LITERATURA

- [1] Pham A. D.; Ahn H. J.: High Precision Reducers for Industrial Robots Driving 4th Industrial Revolution: State of Arts, Analysis, Design, Performance Evaluation and Perspective. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing-Green Technology*, Vol. 5, pp. 519–533, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40684-018-0058-x>
- [2] Research In China: Global and China Industrial Robot Speed Reducer Industry Report 2020–2026, 2020.
- [3] International Federation of Robotics: Building Resilience for Europe through Automation, 2022.
- [4] Industrial Robotics Market: Growth, Trends, COVID-19 Impact, and Forecasts (2022 – 2027), 2022.
- [5] Nord Drive systems: Catalogue Standard Helical Gearboxes, 2019.
- [6] Premium Transmission: Catalogue Premium Planetary, 2021.
- [7] Sumitomo Drive Technologies: Catalogue Cyclo Drive 6000, Gearmotors & Speed Reducers, 2022.
- [8] ABB robotics: IRB 6620 – Product manual, 2021.
- [9] Spinea Technologies: Catalogue TwinSpin, DriveSpin, 2019.
- [10] Nabtesco: White Paper, 6-axis Robotic Gear Design, 2017.
- [11] U.S. Energy Information Administration – EIA: Electricity explained – Electricity generation, capacity, and sales in the United States. Internet adresa: <https://www.eia.gov/energyexplained/electricity/electricity-in-the-us-generation-capacity-and-sales.php>, (Pristupljeno: 09.10.2021).
- [12] U.S. Department of Energy: Improving Motor and Drive System Performance, A Sourcebook for Industry, 2014.
- [13] Johnson M. L.: Gearbox Efficiency and Lubrication. *White Paper Sumitomo Drive Technologies*, 2009.
- [14] Sumitomo Drive Technologies: Catalogue Fine Cyclo – Zero Backlash Precision Gearboxes, 2021.
- [15] Zmindak M.; Kaco M.; Sapietova A.: Analysis of the Contact Stresses of Spur Gears Manufactured by 3D Printing from Composite Materials. *25th Polish-Slovak Scientific Conference on Machine Modelling and Simulations (MMS 2020)*, Tleń, Poland, September 8–11, 2020, pp. 06003.
- [16] Thube S. V.; Bobak T. R.: Dynamic analysis of a cycloidal gearbox using finite element method. *AGMA Technical Paper*, pp. 1–13, 2012.
- [17] Brarren L. K.: Gear transmission. *U.S. Patent US1867492A*, Published: 12.07.1932.
- [18] Botsiber D. W.; Kingston L.: Design and performance of the cycloid speed reducer. *Machine Design*, Vol. 28, No. 13, pp. 65–69, 1956.

- [19] Pollitt E. P.: Some Applications of the Cycloid in Machine Design. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, Vol. 82, No. 4, pp. 407–414, 1960. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3664265>
- [20] Kudryavcev V. N.: Planetarnye peredachi. Masinostroenie, Moskva, 1966.
- [21] Lehmann M.: Calculation and measurement of forces acting on cycloidal speed reducer. PhD Thesis, The Technical University of Munich, Munich, 1976.
- [22] Malhotra S. K.; Parameswaran M. A.: Analysis of a cycloid speed reducer. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 18, pp. 491–499, 1983. DOI: [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(83\)90066-6](https://doi.org/10.1016/0094-114X(83)90066-6)
- [23] Blanche J. G.; Yang D. C. H.: Cycloid drives with machining tolerances. *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 111, No. 3, pp. 337–344, 1989. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3259004>
- [24] Litvin F. L.; Feng P. H.: Computerized design and generation of cycloidal gearings. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 31. No. 7, pp. 891–911, 1996. DOI: [https://doi.org/10.1016/0094-114X\(95\)00115-F](https://doi.org/10.1016/0094-114X(95)00115-F)
- [25] Lixing L.; Xin L.; Weidong H.; Yuanmei Q.: Profile modification and accurate force analysis on cycloid drive. *4th World Congress on Gearing and Power Transmission*, Paris, France, 16–17–18 March, 1999, pp. 1141–1146.
- [26] Ishida T.: Tooth load of thin rim cycloidal gear. *7th International Power Transmission and Gearing Conference*, San Diego, California, USA, 6th–9th October, 1996, pp. 565–571.
- [27] Chmurawa M.; John A.; Kokot G.: Numerical analysis of stress and strain in planetary wheel of cycloidal gear using FEM. *Zeszyty Naukowe Katedry Mechaniki Stosowanej – Politechnika Śląska*, Vol. 13, pp. 45–50. 2000. DOI: https://doi.org/10.1007/3-540-45262-1_91
- [28] Blagojević M.: Naponsko i deformaciono stanje elemenata cikloreduktora pri dinamičkim opterećenjima. Doktorska disertacija, Fakultet inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu, Kragujevac, 2008.
- [29] Blagojević M.; Marjanović N.; Djordjević Z.; Stojanović B.; Marjanović V.; Vujanac R.; Disić A.: Numerical and experimental analysis of the cycloid disc stress state. *Tehnički vjesnik*, Vol. 21, No. 2, pp. 377–382, 2014.
- [30] Kim K. H.; Lee C. S.; Ahn H. J.: Torsional rigidity of a cycloid drive considering finite bearing and Hertz contact stiffness. *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference (ASME 2009)*, San Diego, California, USA, August 30–September 2, 2009, pp. 125–130. DOI: <https://doi.org/10.1115/DETC2009-87092>
- [31] Sun Y. S.; Guan T. M.; Zhang X.: Force Calculation of Cycloid Gear at Three Supporting Points Of Gear Pin for Speed Reducer with Three Cycloid Gears. *In Advanced Materials Research*, Vol. 284, pp. 2409–2413, 2011. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.284-286.2409>

- [32] Hsieh C. F.: Dynamics analysis of cycloidal speed reducers with pinwheel and nonpinwheel designs. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 136, No. 9, pp. 091008, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4027850>
- [33] Bo W.; Jiaxu W.; Guangwu Z.; Rongsong Y.; Hongjun Z.; Tao H. Mixed lubrication analysis of modified cycloidal gear used in the RV reducer. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Vol. 230, No. 2, pp. 1–14, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1177/1350650115593301>
- [34] Kumar N.; Kosse V.; Oloyede A.: A new method to estimate effective elastic torsional compliance of single-stage Cycloidal drives. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 105, pp. 185–198, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.06.023>
- [35] Li X.; Li C.; Wang Y.; Chen B.; Lim T. C.: Analysis of a cycloid speed reducer considering tooth profile modification and clearance-fit output mechanism. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 139, No. 3, pp. 033303, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4035541>
- [36] Huang C. H.; Tsai S. J.: A study on loaded tooth contact analysis of a cycloid planetary gear reducer considering friction and bearing roller stiffness. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems and Manufacturing*, Vol. 11, No. 6, pp. 1–17, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2017jamdsm0077>
- [37] Ren Z. Y.; Mao S. M.; Guo W. C.; Guo Z.: Tooth modification and dynamic performance of the cycloidal drive. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 85, pp. 857–866, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.09.029>
- [38] Artyomov I. I.; Tchufistov E. A.; Tchufistov O. E.: Analysis of Static Loading of Meshing in Planetary Cycloid Gear. *II International Scientific Conference "Advanced Technologies in Aerospace, Mechanical and Automation Engineering" – MIST*, Krasnoyarsk, Russia, 18–21 November, 2019, pp. 012056. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/734/1/012056>
- [39] Xu L. X.: A dynamic model to predict the number of pins to transmit load in a cycloidal reducer with assembling clearance. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 233, No. 12, pp. 4247–426, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1177/0954406218809732>
- [40] Matejić M.: Novi pristup projektovanju i optimizaciji cikloidnih prenosnika snage. Doktorska disertacija, Fakultet inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu, Kragujevac, 2019.
- [41] Bednarczyk S.: Analysis of the cycloidal reducer output mechanism while taking into account machining deviations. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 235, No. 23, pp. 7299–7313, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1177/09544062211016889>
- [42] Gorla C.; Davoli P.; Rosa F.; Chiozzi F.; Samarani A.: Theoretical and experimental analysis of a cycloidal speed reducer. *Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design*, Vol. 130, No. 11, pp. 112604–1–8, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2978342>

- [43] Mihailidis A.; Athanasopoulos E.; Okkas E.: Efficiency of a cycloid reducer. *International Gear Conference*, Lyon, France, 26th–28th August, 2014, pp. 794–803. DOI: <https://doi.org/10.1533/9781782421955.794>
- [44] Pham A. D.; Ahn, H. J.: Efficiency analysis of a cycloid reducer considering tolerance. *Journal of Friction and Wear*, Vol. 38, pp. 490–496, 2017. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068366617060113>
- [45] Olejarczyk K.; Wiklo M.; Kolodziejczyk K.; Krol K.; Nowak R.: Experimental impact studies of the application mineral oil and synthetic oil on the efficiency of the single-gear cycloidal. *Tribologia*, Vol.271, No.1, pp.67–73, 2017. DOI: <https://doi.org/10.5604/01.3001.0010.6365>
- [46] Olejarczyk K.; Wiklo M.; Kolodziejczyk K.: The cycloidal gearbox efficiency for different types of bearings – Sleeves vs. needle bearings. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol.233, No.21–22, pp. 7401–7411, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1177/0954406219859903>
- [47] Blagojevic M.; Kocić N.; Marjanović M.; Stojanović B.; Đorđević Z.; Ivanović L.; Marjanović N.: Influence of the Friction on the Cycloidal Speed Reducer Efficiency. *Journal of the Balkan Tribological Association*, Vol. 18, No. 2, pp. 217–227. 2012.
- [48] Mačkić T.; Blagojević M.; Babić Z.; Kostić N.: Influence of Design Parameters on Cyclo Drive Efficiency. *Journal of the Balkan Tribological Association*, Vol. 19, No. 4, pp. 167–179. 2013.
- [49] Matejić M.; Blagojević M.; Kostić N.; Petrović N.; Marjanovic N.: Analysis of efficiency of a new two stage cycloid drive concept. *16th International Conference on Tribology – SERBIATRIB '19*, Kragujevac, Serbia, 15 – 17 May, 2019, pp. 335–340.
- [50] Sensinger J. W.: Efficiency of high-sensitivity gear trains, such as cycloid drives. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 135, No. 7, pp.071006, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4024370>
- [51] Tonoli A.; Amati N.; Impinna F.; Detoni J. G.; Ruzimov S.; Gasparin E.; Abdivakhidov K.: Influence of dry friction on the irreversibility of cycloidal speed reducer. *5th World Tribology Congress*, Turin, Italy, 9–13 September, 2013, pp. 8–13.
- [52] Kosse V. Using hysteresis loop and torsional shock loading to assess damping and efficiency of cyclo drives. *14th International Congress on Sound Vibration*, Cairns, Australia, 9–12 July, 2007, pp. 1–8.
- [53] Dion J. L.; Pawelski Z.; Chianca V.; Zdziennicki Z.; Peyret N.; Uszpolewicz G.; Lelasseux X.: Theoretical and experimental study for an improved cycloid drive model. *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 87, No. 1, pp. 011002, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4044456>
- [54] Bednarczyk S.: Determining Power Losses in the Cycloidal Gear Transmission Featuring Manufacturing Deviations. *Proceedings of the 14th International Scientific Conference: Computer Aided Engineering*, Wrocław, Poland, 2018, 20–23 June, pp. 55–63.

- [55] Wang S. Y.; Tian G.; Jiang X: Estimation of sliding loss in a cycloid gear pair. *International Journal of Advancements in Computing Technology*, Vol. 4, pp. 462–469, 2012. DOI: <https://doi.org/10.4156/IJACT.VOL4.ISSUE20.54>
- [56] Hwang Y. W.; Hsieh C. F.: Geometric design using hypotrochoid and nonundercutting conditions for an internal cycloidal gear. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 129, No. 4, pp. 413–420, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2437806>
- [57] Davoli P.; Gorla C.; Rosa F.; Longoni C.; Chiozzi F.; Samarani A. Theoretical and experimental analysis of a cycloidal speed reducer. *10th ASME International Power Transmission and Gearing Conference*, Las Vegas, USA, 4–7 September, 2007, pp. 1–9.
- [58] Sensinger J. W.: Unified Approach to Cycloid Drive Profile, Stress, and Efficiency Optimization. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 132, No. 2, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4000832>
- [59] Blagojević M.; Marjanović N.; Djordjević Z.; Stojanović B.; Disić A. A new design of a two-stage cycloidal speed reducer. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 133, No. 8, pp. 085001. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4004540>
- [60] Wang J.; Luo S.; Su D. Multi-objective optimal design of cycloid speed reducer based on genetic algorithm. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 102, pp. 135–148, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2016.04.007>
- [61] Tsai S. J.; Chang L. C.; Huang C. H.: Design of cycloid planetary gear drives with tooth number difference of two: A comparative study on contact characteristics and load analysis. *Forschung im Ingenieurwesen*, Vol. 81, pp. 325–336, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10010-017-0244-y>
- [62] Sun X.; Han L.: A new numerical force analysis method of CBR reducer with tooth modification. In *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1187, No. 3, pp. 032053, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1187/3/032053>
- [63] Maccioni L.; Concli F.; Blagojević M.: A new three-stage gearbox concept for high reduction ratios: Use of a nested-cycloidal architecture to increase the power density. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 181, pp. 105203, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2022.105203>
- [64] Garcia P. L.; Varadharajan A.; Crispel S.; Lefeber D.; Verstraten T.; Wikło M.; Vasileiou G.: On the potential of high-ratio planetary gearboxes for next-generation robotics. *AGMA Technical Paper*, pp. 1–17, 2022.
- [65] Zah M.; Lates D.; Csibi V.: Thermal calculation for planetary cycloidal gears with bolts. *Acta Universitatis Sapientiae–Electrical & Mechanical Engineering*, Vol. 4, pp. 103–110, 2013.
- [66] Mihailidis A.; Athanasopoulos E.; Okkas E.: Flash temperature in cycloid reducers. *Journal of the Balkan Tribological Association*, Vol. 21, No. 1, pp. 76–89, 2015.
- [67] Han J.; Wei H.: Analysis of the thermal lubrication characteristics of cycloid pinwheel transmission mechanisms in RV reducers. *Journal of Thermal Stresses*, Vol. 47, pp. 600–628. 2024. DOI: <https://doi.org/10.1080/01495739.2024.2319125>

- [68] Paschold C.; Sedlmair M.; Lohner T.; Stahl, K.: Efficiency and heat balance calculation of worm gears. *Forschung im Ingenieurwesen*, Vol. 84, No. 2, pp. 115–125, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10010-019-00390-1>
- [69] Hermes J.: Tragfähigkeit von Schneckengetrieben bei Anfahrvorgängen sowie Last-und Drehzahlkollektiven. PhD Thesis, Fakultät für Maschinenbau der Ruhr – Universität Bochum, Germany, 2006.
- [70] Miltenović Đ.: Istraživanje termičke stabilnosti i habanja pužnih prenosnika. Doktorska disertacija, Mašinski Fakultet Univerziteta u Banjoj Luci, 2017.
- [71] Marques P. M.; Fernandes C. M.; Martins R. C.; Seabra J. H.: Efficiency of a gearbox lubricated with wind turbine gear oils. *Tribology International*, Vol. 71, pp. 7–16, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2013.10.017>
- [72] Xue H.; Xu H.: Simulation calculation of temperature field of gearbox in straddle monorail train. *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 2174, pp. 012074, 2022. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2174/1/012074>
- [73] Živković P.; Ognjanović M.: Toplotni bilans lanetarnih prenosnika. *IRMES' 06*, Banja Luka, BIH, 21. i 22. Septebar, 2006, pp 199–204.
- [74] Živković P.V.: Istraživanje gubitaka energije i razaranja delova planetarnih prenosnika snage. Doktorska disertacija, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 2006.
- [75] Warda B.: Test Rig for Lifetime Testing of Meshing of the Cyclo Gear. *Tribologia*, Vol. 6, pp. 131–140, 2006.
- [76] Cochran V.; Bobak T.: A methodology for identifying defective cycloidal reduction components using vibration analysis and techniques. *AGMA Technical Paper*, pp. 1–25, 2008.
- [77] Blagojević M.: Kinematička i dinamička analiza jednostepenog cikloreduktora. Magistarska teza, Fakultet inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu, Kragujevac, 2003.
- [78] Фомин М. В.: Планетарно–цевочные передачи. Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана, Москва, 2008.
- [79] Bednarczyk S.: Designing the Hypocycloidal Gearing in the Planetary Transmission. *Machine Dynamics Research*, Vol. 39, No, 3, pp. 5–23, 2015.
- [80] Bednarczyk S.: Analysis of the Possibility of Applying Epi – and Hypocycloid in Planetary Transmissions. *Machine Dynamics Research*, Vol. 41, No. 1, pp. 113–128, 2017.
- [81] Stryczek J.: Koła zębate maszyn hydraulicznych. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2007.
- [82] Wang Y.; Liu G.; Yu H.; Mao H.; He K.; Du R.: Analysis of meshing characteristics of pins and pin housing integral structure in cycloidal planetary drive. *International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Tampa, Florida, USA, November 3–9, 2017, pp. 1–8. DOI: <https://doi.org/10.1115/IMECE2017-71351>
- [83] CDS Cam Drives System: Catalogue Cycloidal Reducers Series CR, 2022.

- [84] Sun X.; Han L.; Ma K.; Li L.; Wang J.: Lost motion analysis of CBR reducer. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 120, pp. 89–106, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2017.09.019>
- [85] Nabtesco: Catalogue Precision Reduction Gear RV, 2022.
- [86] Sinitcyna Y.; Ermolaev M. M.: Influence of Bearing's Flexibility on the Working of Cycloid Drive. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, Vol. 842, pp. 012021, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1088/1757-899X/842/1/012021>
- [87] Иванов А.С.; Ермолаев М.М.; Чиркин А.В.; Синицына Ю.В.: Геометрия планетарно-цевочных передач. *Современное машиностроение – Наука и образование*, Вол. 5, pp. 144–150, 2016.
- [88] Haisheng L.: Cycloidal pin-wheel speed reducer. China Patent CN2076186U, Published: 01.05.1991.
- [89] Pierrat M. A.: Counterweight for orbital drive mechanism. US patent US4524644A, Published: 25.06.1985.
- [90] Onvio: Catalogue Zero Backlash Speed Reducers, 2005.
- [91] Chmurawa M.; John A.: FEM in Numerical Analysis of Stress and Displacement Distributions in Planetary Wheel of Cycloidal Gear. *International Conference on Numerical Analysis and Its Applications*, Rousse, Bulgaria, 11–15 June, 2000, pp. 772–779. DOI: https://doi.org/10.1007/3-540-45262-1_91
- [92] Chmurawa M.; Lokiec A.: Distribution of Loads in Cycloidal Planetary Gear (CYCLO) Including Modification of Equidistant. *16th European ADAMS User Conference*, Berchtesgaden, Germany, 14–15 November, 2001, pp. 1–11.
- [93] Lin W. S.; Shih Y. P.; Lee J. J.: Design of a two-stage cycloidal gear reducer with tooth modifications. *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 79, pp. 184–197, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2014.04.009>
- [94] Jankevich M.; Lazurenko Y.: The analysis of loads and selection of efficient geometrical parameters of cycloid gearboxes. *In Proceedings of the International Conference Power transmissions*, Varna, Bulgaria, 11–12 September, 2003, pp. 1–4.
- [95] Harris T. A.; Kotzalas M. N.: Essential Concepts of Bearing Technology. CRC Press, Boca Raton, 2006.
- [96] Mitrović R.: Analiza uticaja elastičnih deformacija i unutrašnjeg radijalnog zazora kotrljajnog kugličnog ležaja na raspodelu opterećenja na kotrljajna tijela i nosivost. Magistarska teza, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 1987.
- [97] Mitrović R.: Istraživanje uticaja konstrukcionih i triboloskih parametara kotrljajnog kugličnog ležaja na radnu sposobnost pri velikim učestanostima obrtanja. Doktorska disertacija, Mašinski fakultet univerziteta u Beogradu, Beograd, 1992.
- [98] Tomović R.: Istraživanje uticaja konstrukcionih parametara kotrljajnih ležaja na stanje njihove radne ispravnosti. Doktorska disertacija, Mašinski fakultet Univerziteta u Nišu, Niš, 2009.

- [99] SKF, SKF bearing maintenance handbook, ISBN 978-91-978966-4-1, 2011.
- [100] Blanuša V. M.: Analiza ponašanja cilindrično valjkastih ležaja za specijalne namene, Doktorska disertacija, Fakultet tehničkih nauka Univerziteta u Novom Sadu, Novi Sad, 2017.
- [101] Harris T.A.: Rolling Bearing Analysis. Wiley, University of California, 1966.
- [102] Žeželj D.: Istraživanje nosivosti klizno-valjnih parova, Magistarski rad, Fakultet strojarstva i brodogradnje. Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2002.
- [103] Žeželj D.: Istraživanje nosivosti klizno-valjnih parova, Doktorska disertacija, Fakultet strojarstva i brodogradnje. Sveučilište u Zagrebu, Zagreb, 2007.
- [104] Wang, Q.; Zhu, D.: Encyclopedia of Tribology. Springer New York, New York, 2013.
- [105] Stachowiak G. W.; Batchelor A. W.: Engineering Tribology. Third edition, Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2006.
- [106] Budynas R. G.; Nisbett, J. K.: Shigley's mechanical engineering design. McGraw-Hill, New York, 2011.
- [107] Tanasijević S.: Osnovi tribologije mašinskih elemenata. Naučna knjiga, Beograd, 1989.
- [108] Ivković B.: Osnovi tribologije u industriji prerade metala. IRO Građevinska knjiga, Beograd, 1983.
- [109] Lazić M.: Obrada metala rezanjem: Monografija. Mašinski fakultet, Kragujevac, 2002.
- [110] Fernandes C. M.; Martins R. C.; Seabra J. H.: Coefficient of friction equation for gears based on a modified Hersey parameter. *Tribology International*, Vol. 101, pp. 204–217, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2016.03.028>
- [111] Gong J.; Yan H.; Meng F.; Jing X.: Thermal-elastohydrodynamic lubrication study of axial-modified greased cycloid drive in rotate vector reducer. *Tribology International*, Vol. 185, pp. 108488, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2023.108488>
- [112] Concli F.; Maccioni L.; Gorla, C.: Lubrication of gearboxes: CFD analysis of a cycloidal gear set. *WIT Transactions on Engineering Sciences*, Vol. 123, pp. 101–112, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.2495/MPF190101>
- [113] Maccioni L.; R  th L.; Koch O.; Concli F.: Load-Independent power losses of fully flooded lubricated tapered roller bearings: numerical and experimental investigation of the effect of operating temperature and housing wall distances. *Tribology Transactions*, Vol. 66, No. 6, pp. 1078–1094, 2023. DOI: <https://doi.org/10.1080/10402004.2023.2254957>
- [114] He W. D.; Lu Q.: Transmission efficiency analysis of pin-cycloid planetary gearing reducer applying two-stage speed reduction used in propeller pitch variator. *Advanced Materials Research*, Vol. 199, pp. 409–415, 2011. DOI: <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.199-200.409>

- [115] Dowson D.; Toyoda S.: A central film thickness formula for elastohydrodynamic line contacts. In *Proceedings of the 5th Leeds–Lyon Symposium on Tribology*, Leeds, UK, September, 1978, pp. 60–65.
- [116] Moes H.: Optimum Similarity Analysis with applications to Elastohydrodynamic Lubrication. *Wear*, Vol. 159, No. 1, pp. 57–66, 1992. DOI: [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(92\)90286-H](https://doi.org/10.1016/0043-1648(92)90286-H)
- [117] D. Dowson.: Elastohydrodynamic and micro-elastohydrodynamic lubrication. *Wear*, Vol. 190, No. 2, pp. 125–138, 1995. DOI: [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(95\)06660-8](https://doi.org/10.1016/0043-1648(95)06660-8)
- [118] Tomović R.; Ivanović L.; Mačkić T.; Stojanović B.; Glišović J.: Prediction of oil film thickness in trochoidal pump. *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 45, No. 3, pp. 374–383, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1139/tcsme-2020-0105>
- [119] AGMA 925, Effect of lubrication on gear surface distress, American Gear Manufacturers Association, 2003.
- [120] Lugt P. M.: Grease Lubrication in Rolling Bearings. John Wiley & Sons, Hoboken, 2012.
- [121] Mihailidis A.; Athanasopoulos E.; Agouridas K. EHL film thickness and load dependent power loss of cycloid reducers.: *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 230, No. 7–8, pp. 1303–131, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1177/0954406215612815>
- [122] Harris T. A.: An analytical method to predict skidding in high speed roller bearings. *Asle Transactions*, Vol. 9, No. 3, pp. 229–241, 1966. DOI: <https://doi.org/10.1080/05698196608972139>
- [123] Vasić M.; Blagojevic M.; Matejic M.: A comparative calculation of cycloid drive efficiency, *5th international scientific conference "Conference on Mechanical Engineering Technologies and Application"*, East Sarajevo, B&H, 2020, 26–28 November, pp. 259–266.
- [124] Niemann G.; Winter H.: Maschinenelemente – Schraubrad, Kegelrad, Schnecken, Ketten, Riemen, Reibradgetriebe, Kupplungen, Bremsen, Freiläufe. Band 3, Springer-Verlag GmbH, Heidelberg, 2011.
- [125] Li S.; Yao Q.; Chen B.; Zhang X.; Ding Y. L.: Molecular dynamics simulation and continuum modelling of granular surface flow in rotating drums. *Chinese Science Bulletin*, Vol. 52, pp. 692–700, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11434-007-0069-4>
- [126] Concli F.; Gorla C.: Development of a computational fluid dynamics simulation tool for lubrication studies on cycloidal gear sets. *International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements*, Vol. 8, No. 3, pp. 220–232, 2020. DOI: <https://doi.org/10.2495/CMEM-V8-N3-220-232>
- [127] Mastrone M. N.; Hartono, E. A.; Chernoray, V.; Concli, F.: Oil distribution and churning losses of gearboxes: Experimental and numerical analysis. *Tribology International*, Vol. 151, pp. 106496, 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2020.106496>

- [128] Mauz, W.: Hydraulische Verluste von Stirnradgetrieben bei Umfangsgeschwindigkeiten bis 60m/s. PhD Thesis, University of Stuttgart, Stuttgart, 1988.
- [129] Changenet C.; Velex P.: A model for the prediction of churning losses in geared transmissions— preliminary results. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 129, No. 1, pp.128–133, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.2403727>
- [130] Changenet C.; Leprince G.; Ville F.; Velex P.: A note on flow regimes and churning loss modeling. *Journal of Mechanical Design*, Vol. 133, No. 12, pp. 121009, 2011. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.4005330>
- [131] Ji Z.; Stanić M.; Hartono E. A.; Chernoray V.: Numerical simulations of oil flow inside a gearbox by Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) method. *Tribology International*, Vol. 127, pp. 47–58, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2018.05.034>
- [132] SKF: The SKF model for calculating the frictional moment. Internet adresa: https://cdn.skfmediahub.skf.com/api/public/0901d1968065e9e7/pdf_preview_medium/0901d1968065e9e7_pdf_preview_medium.pdf, (Pristupljeno: 01.08.2024).
- [133] Schaeffler Technologies AG & Co. KG: Wälzlagerpraxis – Handbuch zur Gestaltung und Berechnung von Wälzlagerungen. Vereinigte Fachverlage GmbH: Mainz, Germany, 2015.
- [134] ISO/TR 14179–2:2001, Gears–Thermal Capacity–Part 2: Thermal Load Carrying Capacity. International Organization for Standardization: Geneva, Switzerland, 2001.
- [135] Linke H.; Börner J.; Hess R.: Cylindrical gears – Calculation, Materials, Manufacturing. Carl Hanser Verlag GmbH & Company KG, Munich, Germany, 2016.
- [136] Jelaska D. T.: Gears and Gear Drives. John Wiley & Sons, Hoboken, 2012.
- [137] Cengel Y. A.; Ghajar A. J.: Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications. 5th Edition, McGraw–Hill Higher Education, New York, 2014.
- [138] Kaviany M.: Principles of Heat Transfer. John Wiley & Sons, Hoboken, 2002.
- [139] Vasić M.; Blagojević M.; Dragoi M. V.: Thermal stability of lubricants in cycloidal reducers. *Engineering Today*, Vol. 1, No. 2, pp. 7–17, 2022. DOI: <https://doi.org/10.5937/engtoday2202007V>
- [140] Vasić M.; Blagojević M.; Banić M.; Maccioni L.; Concli F.: Theoretical and Experimental Investigation of the Thermal Stability of a Cycloid Speed Reducer. *Lubricants*, Vol. 13, No. 2, pp.1–21, 2025. DOI: <https://doi.org/10.3390/lubricants13020070>
- [141] Winter H.; Michaelis K.; Funck G. Wärmeabführung bei Getrieben unter Quasistationären Betriebsbedingungen. Teil I: Systematische Untersuchungen zur Wärmeabführung bei Natürlicher und Erzwungener Zuchtströmung mit Hilfe eines Modellprüfstandes. *Antriebstechnik* Vol. 2512, pp. 36–42, 1986.
- [142] Fujii T.; Imura H.: Natural-convection heat transfer from a plate with arbitrary inclination. *International journal of heat and mass transfer*, Vol. 15, pp. 755–767, 1972.

- [143] Funck G.: Wärmeabführung bei Getrieben unter quasistationären Betriebsbedingungen. PhD Thesis, Technical University of Munich, Munich, 1985.
- [144] Tritt T. M.: Thermal Conductivity – Theory, Properties, and Applications. Springer Science & Business Media, Heidelberg, 2005.
- [145] McAdams W. H.: Heat Transmission. 3th Edition, McGraw–Hill, New York, USA, 1954.
- [146] Bergman T. L.; Lavine A. S.; Incropera F. P.; DeWitt D. P.: Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 8th Edition, John Wiley & Sons, Hoboken, 2020.
- [147] Milinčić D. B.: Prostiranje toplote. Naučna knjiga, Beograd. 1989.
- [148] Becker K. M.: Measurements of convective heat transfer from a horizontal cylinder rotating in a tank of water. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 6, pp. 1053–1062, 1963.
- [149] Ansys: Ansys Workbench. Internet adresa: <https://www.ansys.com/products/ansys-workbench>, (Pristupljeno: 01.03.2024).
- [150] MathWorks: MATLAB. Internet adresa: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>, (Pristupljeno: 01.03.2024).
- [151] Dizdar S.: Istraživanje utjecaja toplinske stabilnosti na radnu sposobnost i stanje radne ispravnosti kugličnog kotrljajnog ležaja s radijalnim zazorom, Doktorska disertacija, Fakultet strojarstva, računarstva i elektrotehnike, Sveučilište u Mostaru, Mostar, 2020.
- [152] Solid Works. Internet adresa: <https://www.solidworks.com/>, (Pristupljeno: 01.03.2024).
- [153] Blagojević M.; Vasić M.; Dizdar S.; Tuka S.; Josimović M.: The Influence of Thermal Stresses on the Load Distribution in Cycloidal Reducers. *ISIEA – International Symposium on Industrial Engineering and Automation*, Bolzano, Italy, 19–21 June, 2024, pp.107–115. DOI: https://doi.org/10.1007/978-3-031-70462-8_10
- [154] Ansys, Introduction to ANSYS Mechanical: Chapter 3 – Introduction to Contact, 2009.
- [155] Miloš M.; Grbović A.: Softverski alati u dizajnu. Mašinski fakultet, Beograd, 2017.
- [156] Ansys, Introduction to ANSYS Mechanical: Lecture 9 – Thermal Analysis, 2015.
- [157] Ningbo Volcano Electric, BLDC Motor EMP073 – Test report, 2023.
- [158] Chain Tail, ZKB Magnetic Particle Brake Product Details, 2021.
- [159] National Instruments: SignalExpress 2015. Internet adresa: <https://www.ni.com/pdf/manuals/374767b.html?srltid=AfmBOor2OcKPUhbkXmqriIA5s3WFkZg1U3NN4LeFhGbKDGKMFimY3AEp>, (Pristupljeno: 01.05.2024).
- [160] DJI Thermal Analysis Tool 3. Internet adresa: https://dl.djicdn.com/downloads/dji_dtat/20221108/DJI%2BThermal%2BAnalysis%2BTool%2B3_User%2BGuide_en.pdf, (Pristupljeno: 01.05.2024).

BIOGRAFIJA AUTORA

Milan Vasić, mast. inž. maš., rođen je 9. decembra 1991. godine u Požarevcu. Osnovnu školu „Milisav Nikolić“ u Crljencu završio je 2006. godine. Školovanje je nastavio u Tehničkoj školi „Nikola Tesla“ u Kostolcu, gde je maturirao 2010. godine sa odličnim uspehom.

Posle završetka srednje škole, upisao je Visoku tehničku školu u Požarevcu, smer: projektovanje računarom. Diplomski rad pod nazivom „Projektovanje vetrogeneratora male snage“ odbranio je 2013. godine sa najvišom ocenom 10. Studije je završio sa prosečnom ocenom 9,36 kao najbolji student u generaciji.

Osnovne akademske studije na Fakultetu inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu, modul: Mašinske konstrukcije i mehanizacija, završio je 2015. godine sa prosečnom ocenom 9,33 odbranivši završni rad pod nazivom „Kolica mosne dizalice“ sa ocenom 10.

Iste godine, na istom fakultetu, upisao je master akademske studije, takođe na modulu Mašinske konstrukcije i mehanizacija. Završio ih je 2017. godine sa prosečnom ocenom 8,80 odbranivši master rad pod nazivom „Hidroelektrane malih snaga“ sa ocenom 10.

Doktorske akademske studije upisao je u novembru 2017. godine na Fakultetu inženjerskih nauka Univerziteta u Kragujevcu (modul: Mašinske konstrukcije i mehanizacija).

Profesionalnu inženjersku karijeru gradio je u sledećim kompanijama:

- DAL DEGAN DOO, preduzeće za proizvodnju i prodaju poljoprivrednih mašina u Aleksandrovcu (Žabari), od 2015. do 2018. godine kao inženjer mašinskog pogona.
- DR100IĆ DOO, preduzeće za mašinsku obradu metala u Kostolcu, od 2018. do 2019. godine kao inženjer proizvodnog pogona.
- PD PRO TENT, preduzeće za pružanje usluga u Obrenovcu, pri čemu je bio angažovan na površinskom kopu Drmno od 2019. do 2022. godine kao inženjer za održavanje rotornih bagera i ostale rudarske mehanizacije na trećem jalovinskom sistemu.

Od 11. aprila 2022. godine zaposlen je kao asistent na Akademiji strukovnih studija Politehnika na odseku u Požarevcu, katedra za mašinsko inženjerstvo. Angažovan je na predmetima: Obrada metala rezanjem, Obrada metala deformacijom, Alati i pribori, Projektovanje tehnoloških procesa, Statika, Mehanika i Programiranje CNC mašina.

Kao autor ili koautor objavio je ukupno 24 rada u naučno-stručnim časopisima i na međunarodnim i domaćim naučno-stručnim skupovima.

IZJAVA AUTORA O ORIGINALNOSTI DOKTORSKE DISERTACIJE

Izjavljujem da doktorska disertacija pod naslovom:

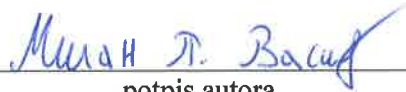
ISTRAŽIVANJE TERMIČKE STABILNOSTI CIKLOREDUKTORA

predstavlja *originalno autorsko delo* nastalo kao rezultat *sopstvenog istraživačkog rada*.

Ovom Izjavom *takođe potvrđujem*:

- da sam *jedini autor* navedene doktorske disertacije,
- da u navedenoj doktorskoj disertaciji *nisam izvršio/la povredu* autorskog niti drugog prava intelektualne svojine drugih lica

U Kragujevcu, 23.04.2025. godine,


potpis autora

**IZJAVA AUTORA O ISTOVETNOSTI ŠTAMPANE I ELEKTRONSKE VERZIJE
DOKTORSKE DISERTACIJE**

Izjavljujem da su štampana i elektronska verzija doktorske disertacije pod naslovom:

ISTRAŽIVANJE TERMIČKE STABILNOSTI CIKLOREDUKTORA

istovetne.

U Kragujevcu, 23.04.2025. godine,


potpis autora

IZJAVA AUTORA O ISKORIŠĆAVANJU DOKTORSKE DISERTACIJE

Ja, Milan Vasić,

☒ dozvoljavam

☐ ne dozvoljavam

Univerzitetskoj biblioteci u Kragujevcu da načini dva trajna umnožena primerka u elektronskoj formi doktorske disertacije pod naslovom:

ISTRAŽIVANJE TERMIČKE STABILNOSTI CIKLOREDUKTORA

i to u celini, kao i da po jedan primerak tako umnožene doktorske disertacije učini trajno dostupnim javnosti putem digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Kragujevcu i centralnog repozitorijuma nadležnog ministarstva, tako da pripadnici javnosti mogu načiniti trajne umnožene primerke u elektronskoj formi navedene doktorske disertacije putem *preuzimanja*.

Ovom Izjavom takođe

☒ dozvoljavam

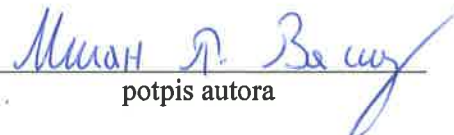
☐ ne dozvoljavam¹

pripadnicima javnosti da tako dostupnu doktorsku disertaciju koriste pod uslovima utvrđenim jednom od sledećih *Creative Commons* licenci:

¹ Ukoliko autor izabere da ne dozvoli pripadnicima javnosti da tako dostupnu doktorsku disertaciju koriste pod uslovima utvrđenim jednom od *Creative Commons* licenci, to ne isključuje pravo pripadnika javnosti da navedenu doktorsku disertaciju koriste u skladu sa odredbama Zakona o autorskom i srodnim pravima.

- 1) Autorstvo
- 2) Autorstvo - deliti pod istim uslovima
- ③) Autorstvo - bez prerada
- 4) Autorstvo - nekomercijalno
- 5) Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima
- 6) Autorstvo - nekomercijalno - bez prerada²

U Kragujevcu, 23.04.2025. godine,


potpis autora

² Molimo autore koji su izabrali da dozvole pripadnicima javnosti da tako dostupnu doktorsku disertaciju koriste pod uslovima utvrđenim jednom od *Creative Commons* licenci da zaokruže jednu od ponuđenih licenci. Detaljan sadržaj navedenih licenci dostupan je na: <http://creativecommons.org.rs/>