doi: 10.46793/EEE26-3.41B

Originalni naučni rad
UDK 697.1:699.86]:519.876

Eksperimentalno određivanje dinamičkih termičkih svojstava zgrade

Miloš Banjac, Sandra Kovačević
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

Rezime **-** Efektivni toplotni otpor i efektivni toplotni kapacitet predstavljaju ključne parametre za opis termodinamičkog ponašanja zgrada, posebno u uslovima promenljivih spoljašnjih uslova i naprednih sistema upravljanja. U ovom radu predstavljena je eksperimentalna metodologija za njihovo pouzdano određivanje. Metodologija se zasniva na kontrolisanom unosu toplote i analizi vremenskog odziva unutrašnje temperature zgrade, pri čemu se zgrada modeluje kao dinamički sistem opisan najjednostavnijim 1R-1C modelom. Prikazane su matematičke osnove metode, analitička rešenja za tipične pobude i postupak identifikacije efektivnih parametara. Posebna pažnja usmerena je na ulogu efektivnog toplotnog kapaciteta i ograničenja kvazistacionarnih proračunskih metoda, kod kojih se uticaj termičke mase uvodi posredno. Rezultati pokazuju da ova metoda omogućava direktno i na fizičkim principima zasnovano određivanje dinamičkih termičkih karakteristika postojećih zgrada, što ga čini pogodnim alatom za energetske analize, verifikaciju mera energetske efikasnosti i unapređenje sistema upravljanja.

Ključne reči - efektivni toplotni otpor, efektivni toplotni kapacitet, RC model, dinamičko ponašanje zgrade, termički odziv

I UVOD

U savremenoj inženjerskoj praksi procena energetskih performansi i termičkog ponašanja zgrada sve više prevazilazi okvire stacionarnih i kvazistacionarnih proračunskih pristupa. Povećana primena grejanja sa prekidima, niskotemperaturnih sistema, naprednih strategija upravljanja i obnovljivih izvora energije zahteva pouzdano poznavanje termodinamičkih karakteristika zgrade, a ne samo njenog stacionarnog energetskog bilansa.

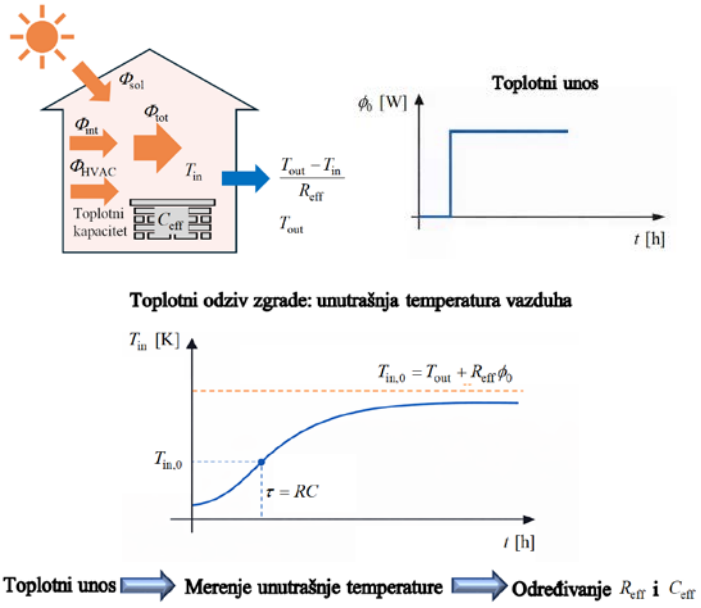
Za opis termodinamičkog ponašanja zgrada koriste se modeli različitog stepena fizičke zasnovanosti. Tzv. modeli bele kutije (rng. *white-box models*) zasnivaju se na detaljnom fizičkom opisu konstrukcije i tehničkih sistema zgrade i zahtevaju potpunu geometrijsku i materijalnu dokumentaciju objekta [1]. Iako su pogodni za projektovanje novih zgrada, njihova primena u eksperimentalnoj karakterizaciji postojećih objekata je ograničena, jer su osetljivi na nesigurnosti ulaznih podataka i ne omogućavaju direktno određivanje efektivnih dinamičkih parametara [2].

Sa druge strane, tzv. modeli crne kutije (eng. *black-box models*) uspostavljaju matematičku vezu između ulaznih i izlaznih veličina isključivo na osnovu merenja, bez eksplicitne povezanosti sa fizičkom strukturom zgrade i fizičkim pojavama [1]. Iako mogu postići dobru aproksimaciju u okviru kalibrisanog opsega, njihovi parametri nemaju fizičko značenje, što onemogućava interpretaciju u terminima termičke inercije, otpornosti ili akumulacije toplote [2] .

U tom kontekstu, tzv. modeli sive kutije (eng. *grey-box models*), odnodno R-C modeli, predstavljaju optimalan kompromis, jer zadržavaju jasnu fizičku interpretaciju parametara, a istovremeno omogućavaju njihovu identifikaciju isključivo na osnovu eksperimentalnih podataka [1,2]. Dva parametra imaju fundamentalni značaj u okviru ovog modela, i to:

- efektivni toplotni otpor R_{eff} , koji karakteriše ukupni otpor razmene toplote između zgrade i spoljašnjeg okruženja,
- efektivni toplotni kapacitet C_{eff} , koji opisuje sposobnost zgrade da akumulira toplotu u dinamičkim uslovima.

Njihov proizvod definiše vremensku konstantu τ_{eff} (jednačina), koja predstavlja meru termičke inercije i osnovni indikator termodinamičkog odziva sistema.



Slika 1. Test toplotnog odziva 1R-1C modela zgrade

Kako eksperimentalno određivanje efektivnog toplotnog otpora i efektivnog toplotnog kapaciteta predstavlja ključni korak u karakterizaciji dinamičkih termičkih svojstava zgrade, u ovom radu opisan je kontrolisani eksperimentalni postupak zasnovan na stepenastoj pobudi toplotnog unosa i analizi temperaturnog

odziva u okviru 1R-1C modela sive kutije, kojim je moguće pouzdano odrediti navedena dva parametra. S obzirom na metodološku sličnost sa klasičnim testom toplotnog odziva koji se primenjuje u drugim oblastima termičkih sistema, za potrebe ovog rada postupak je nazvan test toplotnog odziva zgrade (eng. *building thermal response test*, B-TRT), slika 1.

II Fizički i matematički 1C-1R model zgrade

Fizički model zgrade, u okviru pristupa modela sive kutije 1R-1C, aproksimira se kao termodinamički sistem prvog reda (slika 1), koji:

- sadrži termičku masu, temperature $T_{\text{in}}(t)$ i efektivnog toplotnog kapaciteta C_{eff}, i
- okolinu zgrade koji čini okolni vazduh temperature $T_{\text{out}}(t)$.

Pri tome se pretpostavlja:

- da se temperatura termičke mase (zgrade) menja tokom vremena $T_{\text{in}}(t)$, kao i da je uniformna po celoj zapremini (termičkoj masi);
- da su toplotni gubici transmisijom i ventilacijom, koje zgrada razmenjuje sa okolnim vazduhom proporcionalni razlici temperatura $T_{\text{out}}(t) - T_{\text{in}}(t)$, a obrnuto proporcionalni efektivnom toplotnom otporu zgrade R_{eff};
- da je pored gubitaka toplote transmisijom i ventilacijom, zgrada izložena energetskim dejstvima Sunčevog zračenja Φ_{sol}, unutrašnjih toplotnih izvora Φ_{int} (od ljudi i električnih uređaja) i uticaja rada sistema za grejanje, hlađenje, ventilaciju ili klimatizaciju Φ_{HVAC}.

U skladu sa pretpostavljenim uslovima, energetski bilans zgrade se može napisati u obliku:

$$C_{\text{eff}} \frac{\mathrm{d}T_{\text{in}}}{\mathrm{d}t} = \frac{T_{\text{out}} - T_{\text{in}}}{R_{\text{eff}}} + \Phi_{\text{HVAC}} + \Phi_{\text{int}} + \Phi_{\text{sol}}, \qquad (1)$$

pri čemu je dodatno pretpostavljeno da važi korelacija da se promena unutrašnje energije zgrade U može izraziti preko promene temperature zgrade:

$$\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = C_{\text{eff}} \frac{\mathrm{d}T_{\text{in}}}{\mathrm{d}t}, \qquad (2)$$

gde efektivni ili ukupni toplotni kapacitet zgrade, C_{eff}, obuhvata zbirni efekat termičke mase zgrade, a efektivni termički otpor zgrade, R_{eff}, objedinjuje otpor prolaženju toplote kroz sve građevinske elemente termičkog omotača zgrade (zidove, prozore, krov, podrum), kao i otpor ventilacionim gubicima toplote.

Jednačina energetskog bilansa zgrade, jednačina (1), može se predstaviti u obliku:

$$\frac{\mathrm{d}T_{\text{in}}(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} T_{\text{in}}(t) = \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} T_{\text{out}}(t) + \frac{\Phi_{\text{tot}}(t)}{\tau_{\text{eff}}}, \qquad (3)$$

gde je sa τ_{eff} označena efektivna vremenska konstanta zgrade:

$$\tau_{\text{eff}} = R_{\text{eff}}\ C_{\text{eff}},$$

a sa Φ_{tot} označen zbir svih toplotnih protoka:

$$\Phi_{\text{tot}} = \Phi_{\text{HVAC}} + \Phi_{\text{int}} + \Phi_{\text{sol}}.$$

U matematičkom smislu jednačina (3) predstavlja nehomogenu diferencijalnu jednačinu prvog reda:

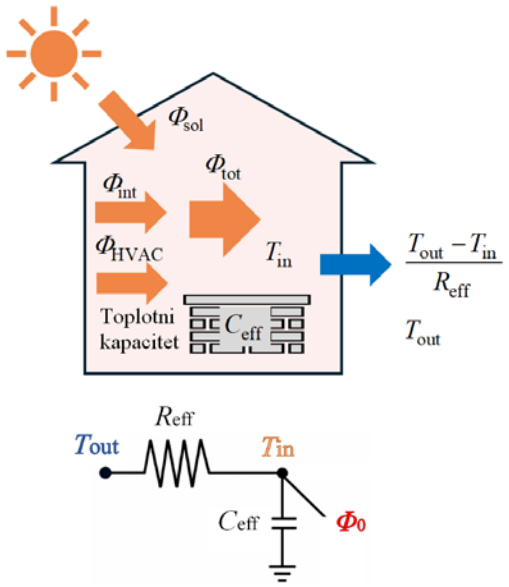
$$\dot{T}_{\text{in}} + a_{\text{eff}}\ T_{\text{in}} = f(t) \qquad (4)$$

gde je sa a_{eff} označena efektivna toplotna difuzivnost zgrade:

$$a_{\text{eff}} = \frac{1}{R_{\text{eff}}\ C_{\text{eff}}} = \frac{1}{\tau_{\text{eff}}}.$$

Opšte rešenje ove jednačine sastoji se od homogenog (nestacionarnog) i partikularnog (stacionarnog) dela, koji odgovaraju prelaznom i prinudnom temperaturnom odzivu zgrade [3].

Iako jednostavan, ovaj model omogućava analizu osnovnog dinamičkog ponašanja i procenu vremenske konstante zgrade τ_{eff}.



Slika 2. Šematski prikaz 1R-1C modela zgrade (gore) i odgovarajuća analogija sa električnim kolima (dole)

III Analitičko rešenje 1R-1C modela pri stepenastoj pobudi

Pod stepenastom pobudom podrazumeva se nagla promena toplotnog unosa iz početnog stanja na konstantnu vrednost Φ_0, koja se održava tokom eksperimenta, tj.:

$$\Phi(t) = \Phi_0 H(t),\ t \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi(t) = \Phi_0.$$

Pod ovim uslovom jednačina (3) prelazi u oblik:

$$\frac{\mathrm{d}T_{\text{in}}}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} T_{\text{in}} + \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} T_{\text{out}} + \frac{1}{C_{\text{eff}}} \Phi_0. \qquad (5)$$

Jednačina (5) može se napisati u obliku linearne nehomogene diferencijalne jednačine prvog reda sa konstantnim koeficijentima:

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{in}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{eff}}}T_{\mathrm{in}}=b\,, \tag{6}$$

gde je sa b označena konstanta:

$$b=\frac{1}{\tau_{\mathrm{eff}}}T_{\mathrm{out}}+\frac{1}{C_{\mathrm{eff}}}\Phi_0\,.$$

III.1 Rešenje za stalnu temperaturu spoljašnjeg vazduha

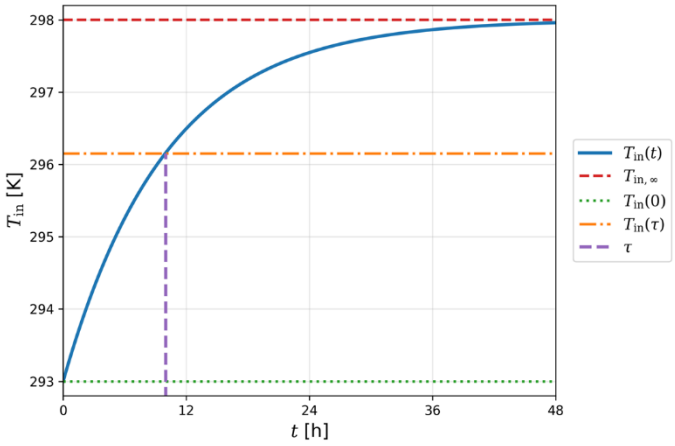
Nakon sprovedene stepenaste pobude, uz dodatni uslov da se temperatura spoljašnjeg vazduha tokom trajanja ove pobude ne menja, odnosno da je stalna:

$$T_{\mathrm{out}}(t)=T_{\mathrm{out}}=\mathrm{const}\,,$$

nakon izvesnog vremena i temperatura unutrašnjeg vazduha će se ustaliti:

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{in}}}{\mathrm{d}t}=0\,,$$

tj. sistem će preći u stacionarno stanje (slika 2).



Slika 3. Promena temperature zgrade tokom stepenaste pobude toplotnog unosa

Korišćenjem jednačine (5) može se odrediti dostignuta temperatura unutrašnjeg vazduha:

$$T_{\mathrm{in},\infty}=T_{\mathrm{out}}+R_{\mathrm{eff}}\,\Phi_0\,, \tag{7}$$

što ujedno predstavlja stacionarni (partikularni) deo rešenja jednačine (6).

Homogeni (nestacionarni) deo rešenja jednačine (6) dobija se uvođenjem odgovarajuće smene:

$$\vartheta_{\mathrm{in}}(t)=T_{\mathrm{in}}(t)-T_{\mathrm{in},\infty}\quad\Rightarrow\quad T_{\mathrm{in}}(t)=T_{\mathrm{in},\infty}+\vartheta_{\mathrm{in}}(t)\,, \tag{8}$$

pa jednačina (6) prelazi u oblik:

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{in}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{eff}}}(T_{\mathrm{in},\infty}+\vartheta_{\mathrm{in}})=b\,. \tag{9}$$

Budući da je $(1/\tau_{\mathrm{eff}})T_{\mathrm{in},\infty}=b$ jednačina (8) prelazi u homogenu diferencijalnu jednačinu:

$$\frac{\mathrm{d}\vartheta_{\mathrm{in}}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{eff}}}\vartheta_{\mathrm{in}}=0\,,$$

čije je rešenje:

$$\vartheta_{\mathrm{in}}(t)=K_1\,e^{-t/\tau_{\mathrm{eff}}}\,. \tag{10}$$

Konstanta K_1 određuje se iz početnog uslova:

$$t=0,\quad T_{\mathrm{in}}(0)=T_{\mathrm{in},0}\,,$$

iz čega sledi da je:

$$T_{\mathrm{in}}(0)=T_{\mathrm{in},\infty}+K_1=T_{\mathrm{in},0}\quad\Rightarrow\quad K_1=T_{\mathrm{in},0}-T_{\mathrm{in},\infty}\,. \tag{11}$$

Konačno opšte rešenje jednačine (6) može se napisati u obliku:

$$T_{\mathrm{in}}(t)=T_{\mathrm{in},\infty}+(T_{\mathrm{in},0}-T_{\mathrm{in},\infty})\,e^{-t/\tau_{\mathrm{eff}}}\,. \tag{12}$$

Iz dobijenog rešenja može se zaključiti da je:

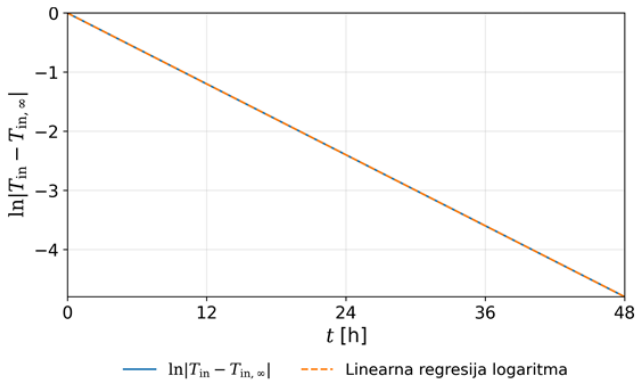
- $T_{\mathrm{in},\infty}=T_{\mathrm{out}}+R_{\mathrm{eff}}\,\Phi_0$ novouspostavljena ustaljena temperatura sistema,
- eksponencijalni član prolazni (nestacionarni) odziv sistema koji se smanjuje sa protokom vremena t,
- τ_{eff} efektivna vremenska konstanta zgrade odgovorna je za brzinu dostizanja stacionarnog stanja (za veće vrednosti τ_{eff} ostvaruje se sporiji odziv sistema).

Na osnovu predstavljenog analitičkog rešenja 1R-1C modela, može se definisati eksperimentalni postupak, odnosno tzv. test toplotnog odziva zgrade B-TRT, kojim se određuju efektivni toplotni otpor R_{eff} i efektivni toplotni kapacitet zgrade C_{eff}. Test se sprovodi pod pretpostavkom da se temperatura spoljašnjeg vazduha tokom trajanja stepenaste pobude topotom ne menja.

Procedura B-TRT testa započinje definisanjem početnog termičkog stanja zgrade, pri čemu je potrebno obezbediti da:

1) temperature unutrašnjeg i spoljašnjeg vazduha budu ustaljene pre početka eksperimenta;
2) u trenutku $t=0$ zgrada počinje da se zagreva toplotnim izvorom poznate i konstantne toplotne snage Φ_0, koja se održava nepromenjenom tokom trajanja testa;
3) se tokom eksperimenta kontinuirano mere unutrašnja temperatura vazduha $T_{\mathrm{in}}(t)$, temperatura spoljašnjeg vazduha $T_{\mathrm{out}}(t)$, koja bi trebalo da bude konstantna;
4) na osnovu zabeleženog temperaturnog odziva $T_{\mathrm{in}}(t)$, slika 3, određuje se nova kvazistacionarna vrednost unutrašnje temperature $T_{\mathrm{in},\infty}$, iz koje se efektivni toplotni otpor zgrade računa prema relaciji:
$$R_{\mathrm{eff}}=\frac{T_{\mathrm{in},\infty}-T_{\mathrm{out}}}{\Phi_0} \tag{13}$$
5) se vremenska konstanta sistema τ_{eff} određuje iz nestacionarnog dela temperaturnog odziva, primenom 63 % kriterijuma [4,5] ili log-linearne regresije odstupanja temperature od stacionarne vrednosti (slika 3). Alternativno, τ_{eff} se može odrediti linearnom regresijom logaritma odstupanja temperature od stacionarne vrednosti u funkciji vremena (slika 4);
6) se nakon određivanja R_{eff} i τ_{eff} efektivni toplotni kapacitet dobija se direktno iz relacije:

$$C_{\text{eff}} = \frac{\tau_{\text{eff}}}{R_{\text{eff}}}. \quad (14)$$



Slika 4. Određivanje τ_{eff} log-linearnom regresijom

III.2. Rešenje za promenu spoljašnje temperature u obliku sinusne funkcije (realni uslovi)

U realnim uslovima temperatura spoljašnjeg vazduha se menja (nije konstantna). Pod pretpostavkom da se ona može aproksimirati sinusnom funkcijom:

$$T_{\text{out}}(t) = \bar{T}_{\text{out}} + A_{\text{out}} \sin(\omega t), \quad (15)$$

uz nepromenjen uslov stepenaste toplotne pobude, $\Phi(t) = \Phi_0 \; H(t), \; t \geq 0$ jednačina prelazi u oblik:

$$\frac{\mathrm{d}T_{\text{in}}}{\mathrm{d}t} = \underbrace{\frac{1}{\tau_{\text{eff}}} T_{\text{in}} + \frac{1}{C_{\text{eff}}} \Phi_0}_{\text{konstantni deo}} + \underbrace{\frac{1}{\tau_{\text{eff}}} (\bar{T}_{\text{out}} + A_{\text{out}} \sin(\omega \tau))}_{\text{periodični deo}}. \quad (16)$$

Desna strana jednačine (16) sastoji se od konstantnog i promenljivog dela, odnosno sagledavajući fizičku pozadinu ove jednačine, može se primetiti da je zgrada izložena jednim konstantnim poremećajem - DC pobudom (*Direct Component*) i jednim sinusnim poremećajem - AC pobudom (*Alternating Component*). Zbog toga se pretpostavlja da će se rešenje ove jednačine, tzv. odziv sistema, sastojati iz dva dela:

$$T_{\text{in}}(t) = T_{\text{DC}} + \theta(t), \quad (17)$$

gde su:

- T_{DC} - srednja vrednost temperature zgrade, odnosno unutrašnjeg vazduha (konstantni deo rešenja), i
- $\theta(t)$ - oscilujuća razlika temperature unutrašnjeg vazduha od njegove srednje vrednosti (periodični deo rešenja).

Da bi se diferencijalna jednačina (16), ovako definisanog 1R-1C modela, neophodno je razdvojiti srednju i periodičnu komponentu temperaturnog odziva. Polazeći od pretpostavke da se promena spoljašnje temperature vazduha može aproksimirati sinusnom funkcijom, temperaturni odziv zgrade se, nakon prolaska nestacionarnog režima, može predstaviti kao superpozicija konstantne (DC) i periodične (AC) komponente. U tom smislu, unutrašnja temperatura vazduha može se zapisati kao zbir srednje vrednosti i sinusno promenljivog dela, pri čemu srednja komponenta odgovara kvazistacionarnom režimu, dok periodična komponenta predstavlja prinudni odziv sistema na vremenski promenljive spoljašnje uslove.

Određivanje konstantnog dela rešenja, tj. srednje vrednosti temperature zgrade, dobija se uvođenjem pretpostavljenog oblika rešenja (17) u jednačinu (16). Budući da je prvi izvod po vremenu pretpostavljenog rešenja:

$$\frac{\mathrm{d}T_{\text{in}}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}. \quad (18)$$

Jednačina (17) se može napisati u obliku:

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau_{\text{eff}}}(T_{\text{DC}} + \theta) = \left(\frac{1}{\tau_{\text{eff}}} \bar{T}_{\text{out}} + \frac{1}{C_{\text{eff}}} \Phi_0 \right) + \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} A_{\text{out}} \sin(\omega \tau) \quad (19)$$

Razlaganjem jednačine (19) na delove koje zavise, odnosno nezavise od vremena, sledi da konstantni deo rešenja, tj. srednja vrednost temperature zgrade, odnosno unutrašnjeg vazduha mora biti jednaka:

$$T_{\text{DC}} = \bar{T}_{\text{out}} + \frac{\tau_{\text{eff}}}{C_{\text{eff}}} \Phi_0 = \bar{T}_{\text{out}} + R_{\text{eff}} \; \Phi_0. \quad (20)$$

Dobijeni rezultat upućuje da čak i pri promenljivoj temperaturi spoljašnjeg vazduha $T_{\text{out}}(t)$, srednji porast unutrašnje temperature i dalje zavisi od R_{eff} i Φ_0.

Istovremeno, preostali deo jednačine:

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} \theta = \frac{1}{\tau_{\text{eff}}} A_{\text{out}} \sin(\omega \tau). \quad (21)$$

predstavlja diferencijalnu jednačinu prvog reda sa sinusnom pobudom, pa se njeno rešenje sastoji se od nestacionarnog dela, koji se pretpostavlja u obliku funkcije:

$$\theta_{\text{tr}}(t) = K_2 \; e^{-t/\tau_{\text{eff}}}. \quad (22)$$

i prinudnog periodičnog dela, koji se pretpostavlja u obliku funkcije:

$$\theta_{\text{p}}(t) = A_{\text{i}} \sin(\omega t - \varphi), \quad (23)$$

gde su:

- A_{i} amplituda oscilovanja unutrašnje temperature, a
- φ fazno kašnjenje promene temperature unutrašnjeg vazduha (fazni pomak) u odnosu na temperaturu spoljašnjeg vazduha.

Za sistem prvog reda odgovarajuće konstante izračunavaju se pomoću izraza [6,7]:

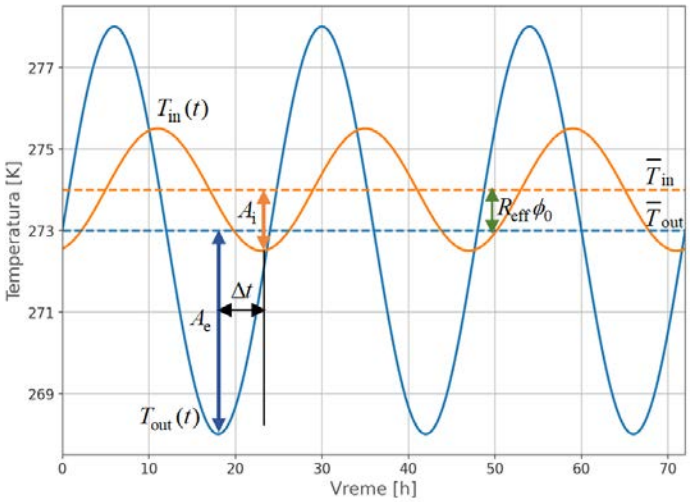
$$A_{\text{i}} = \frac{A_{\text{e}}}{\sqrt{a + (\omega \tau_{\text{eff}})^2}}, \text{ i } \varphi = \arctan(\omega \tau_{\text{eff}}) \quad (24)$$

Konačno, kombinovanjem oba rešenja, srednje i promenljive komponente dobija se:

$$T_{\text{in}}(t) = \bar{T}_{\text{out}} + R_{\text{eff}} \; \Phi_0 + \frac{A_{\text{e}}}{\sqrt{a + (\omega \tau_{\text{eff}})^2}} \sin(\omega \tau_{\text{eff}} - \varphi) + K_2 \; e^{-t/\tau_{\text{eff}}} \quad (25)$$

Sa prolaskom vremena, prelazni član $K_2\ e^{-t/\tau_{\text{eff}}}$ nestaje, pa sistem prelazi u kvaziperiodični režim (slika 5):

$$T_{\text{in}}(t) \approx \overline{T}_{\text{out}} + R_{\text{eff}}\ \Phi_0 + \frac{A_{\text{e}}}{\sqrt{a + (\omega\ \tau_{\text{eff}})^2}} \sin(\omega\ \tau_{\text{eff}} - \varphi) \cdot \quad (26)$$



Slika 5. Promene temperature spoljašnjeg i unutrašnjeg vazduha u kvaziperiodičnom oscilujućem režimu, tokom B-TRT, za slučaj promene temperature spoljašnjeg vazduha po sinusnoj funkciji

Kao i u prethodnom, procedura B-TRT testa započinje određivanjem početnog termičkog stanja zgrade, pri čemu je potrebno obezbediti da:

1) su unutrašnji uslovi, odnosno tempetratura T_{in} bude stabilna tokom dužeg vremenskog perioda pre početka eksperimenta;
2) u trenutku $t = 0$ zgrada počinje da se zagreva toplotnim izvorom poznate i konstantne toplotne snage Φ_0, koja se održava nepromenjenom tokom trajanja testa;
3) se tokom eksperimenta kontinuirano mere unutrašnja temperatura vazduha $T_{\text{in}}(t)$, spoljašnja temperature vazduha $T_{\text{out}}(t)$, kao i snaga grejača Φ_0;
4) na osnovu zabeleženog temperaturnog odziva, slika 5, nakon prolaska prelaznog režima i ulaska u kvaziperiodični oscilujući režim, potrebno je odrediti srednju vrednost temperature unutrašnjeg $\overline{T}_{\text{in}}$ i spoljašnjeg vazduha $\overline{T}_{\text{out}}$ i odredti efektivni toplotni otpor prema izrazu:

$$R_{\text{eff}} = \frac{\overline{T}_{\text{in}} - \overline{T}_{\text{out}}}{\Phi_0}; \quad (27)$$

5) se na osnovu izmerenog faznog kašnjenja promene temperature unutrašnjeg vazduha (faznog pomaka φ) u odnosu na temperaturu spoljašnjeg vazduha ili vrednosti amplitude oscilacija temperature spoljašnjeg i unutrašnjeg vazduha može odrediti efektivna vremenska konstanta [6,7]:

$$\tau_{\text{eff}} = \frac{\tan\varphi}{\omega} \text{ ili } \tau_{\text{eff}} = \frac{1}{\omega}\sqrt{\left(\frac{A_{\text{e}}}{A_{\text{e}}}\right)^2 - 1}; \quad (28)$$

6) nakon određivanja efektivnog toplotnog otpora i efektivne vremenske konstante, efektivni toplotni kapacitet zgrade dobija se iz izraza:

$$C_{\text{eff}} = \frac{\tau_{\text{eff}}}{R_{\text{eff}}}. \quad (29)$$

IV Zaključak

U ovom radu prikazana je matematička podloga, zasnovana na 1R-1C modela sive kutije i metodologija sprovođenja testa toplotnog odziva zgrade (B-TRT), kao kontrolisanog eksperimentalnog postupka za utvrđivanje efektivnog toplotnog otpora R_{eff} i efektivnog toplotnog kapaciteta zgrade C_{eff}.

Posebno su razmotrena dva tipična režima spoljašnjih uslova. Prvi, za slučaj konstantne temperature spoljašnjeg vazduha**,** kada se R_{eff} određuje nakon uspostavljanja stacionarnih uslova, dok se vremenska konstanta, τ_{eff}, određuje iz prelaznog, nestacionarnog i eksponencijalnog dela odziva, nakon čega sledi i određivanje C_{eff}. U drugom slučaju, vremenski promenljive temperature spoljašnjeg vazduha**,** R_{eff} se dobija iz srednjih vrednosti temperatura unutrašnjeg i spoljašnjeg vazduha po ulasku u kvazisatcionarni oscilujući režim, dok se τ_{eff} određuje iz amplitudnog prigušenja i/ili faznog pomaka između oscilujućih temperatura. Toplotni kapacitet, C_{eff}, se i u ovom slučaju određuje kao odnos dva prethodno određene parametra. Na taj način, B-TRT prevazilazi ograničenja kvazistacionarnih metoda u kojima je uticaj termičke mase implicitno uveden i često nedovoljno reprezentativan za realno dinamičko ponašanje zgrade. Predložena metodologija omogućava eksperimentalno zasnovanu karakterizaciju postojećih zgrada i predstavlja praktičnu osnovu za pouzdanije dinamičko modeliranje, evaluaciju mera energetske efikasnosti i unapređenje strategija upravljanja potrošnjom energije.

Acknowledgement

U radu su prikazani rezultati istraživanja podržanog od strane Ministarstva nauke, tehnološkog razvoja i inovacija RS po Ugovoru 451-03-34/2026-03/200105 od 05.02.2026. godine.

Literatura

[1] Li, Y., O'Neill, Z., Zhang, L., Chen, J., Im, P., DeGraw, J. Grey-box modeling and application for building energy prediction: A review, Renewable and Sustainable Energy Reviews, Vol. 146, 111174, 2021. https://doi.org/10.1016/j.rser.2021.111174

[2] Shahcheraghian, A., Madani, H., Ilinca, A. From White to Black-Box Models: A Review of Simulation Tools for Building Energy Management and Their Application in Consulting Practices , Energies, Vol. 17, No. 2, pp. 376, 2024. https://doi.org/10.3390/en17020376

[3] Åström, J., Murray, R.M. *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*, Princeton University Press, 2008. https://www.cds.caltech.edu/~murray/books/AM08/pdf/am08-complete_28Sep12.pdf [pristupljeno 16. 03. 2026]

[4] Madsen, H., Holst, J. Estimation of continuous-time models for the heat dynamics of a building, Energy and Buildings, Vol. 22, No. 1, pp. 67-79, 1995. https://doi.org/10.1016/0378-7788(94)00904-X

[5] Bacher, M., Madsen, H. Identifying suitable models for the heat dynamics of buildings, Energy and Buildings, Vol. 43, No. 7, pp. 1511-1522, 2011. https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2011.02.005

[6] Berthou, T., Stabat, P., Salvazet, R., Marchio, D. Development and validation of a gray box model to predict thermal behavior of occupied office buildings, Energy and Buildings, Vol. 74, pp. 91-100, 2014. https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2014.01.038

[7] Jiménez, M., Madsen, H., Andersen, J.L. Identification of the main thermal characteristics of building components using MATLAB, Building and Environment, Vol. 43, No. 2, pp. 170-180, 2008. https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2006.10.030

AUTORI

dr Miloš Banjac – red. prof., Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, mbanjac@mas.bg.ac.rs, ORCID 0000-0001-8659-8581
Sandra Kovačević – istraživač pripravnik, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, skovacevic@mas.bg.ac.rs, ORCID 0009-0007-2567-6735

Experimental Determination of the Dynamic Thermal Properties of a Building

Abstract – The effective thermal resistance and the effective thermal capacitance represent key parameters for describing the thermodynamic behaviour of buildings, particularly under varying external conditions and in the presence of advanced energy management systems. This paper presents an experimental methodology for their reliable determination. The methodology is based on a controlled heat input and the analysis of the time response of the indoor temperature, with the building modelled as a dynamic system described by an equivalent 1R-1C model. The mathematical foundations of the method, analytical solutions for typical excitations, and the procedure for identifying the effective parameters are presented. Special emphasis is placed on the role of the effective thermal capacitance and on the limitations of quasi-steady-state calculation methods, in which the influence of thermal mass is introduced indirectly. The results demonstrate that the proposed method enables a direct and physically based determination of the dynamic thermal characteristics of existing buildings, making it a suitable tool for energy analysis, verification of energy efficiency measures, and improvement of energy management systems.

Index Terms – Effective thermal resistance, Effective thermal capacitance, RC model, Building thermal dynamics, Thermal response

Rad primljen: 23.03.2026., prihvaćen: 18.08.2026.