

Određivanje količine toplote akumulirane u zidu pri nestacionarnim promenama temperature spoljašnjeg vazduha

Branislav Petrović*, Sandra Kovačević*, Miloš Banjac*

*Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Kraljice Marije 16, Beograd

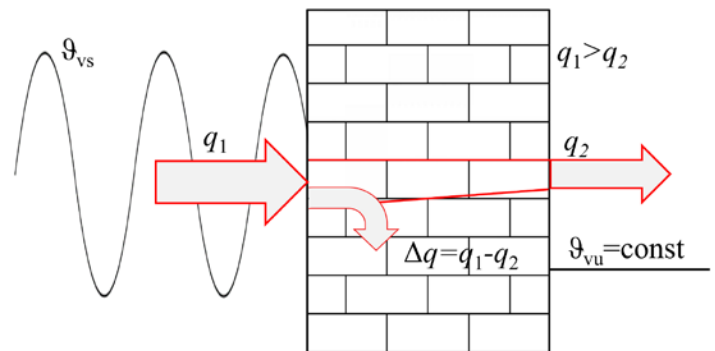
Rezime - Iako standard EN ISO 13790:2010 „Energetske performanse zgrada - Proračun energije koja se koristi za grejanje i hlađenje“ definiše tri metode proračuna (kvazi-stacionarni mesečni metod i dva dinamička – jednostavan i detaljan časovni metod), trenutno važeći Pravilnik o energetske efikasnosti zgrada (Sl. glasnik RS, br. 61/2011) i dalje propisuje primenu najjednostavnijeg i najnepouzdanijeg kvazi-stacionarnog mesečnog metoda za određivanje godišnje potrebne količine toplote potrebne za grejanje zgrada. Ovaj pristup se zasniva na pretpostavci stacionarnog prolaženja toplote, pri čemu se zanemaruju vremenske promene temperature spoljašnjeg vazduha i efekti akumulacije toplote u građevinskim elementima, što može dovesti do značajnih odstupanja u proceni toplotnih gubitaka. Sa ciljem utvrđivanja greške koja nastaje primenom ova dva pristupa, u radu je izvršeno poređenje vrednosti toplotnih protoka dobijenih stacionarnim i nestacionarnim, odnosno dinamičkim pristupom proračunu prolaženja toplote kroz spoljašnji zid tokom zimskog perioda. Analizirana su dva karakteristična slučaja: zid od pune opeke debljine 25 cm i zid od opeke sa dodatnim termoizolacionim slojem debljine 10 cm sa spoljašnje strane. Nestacionarno harmonijsko prolaženje toplote modelirano je numeričkim rešavanjem Furijeove jednačine metodom konačnih razlika, uz potpuno implicitnu vremensku diskretizaciju, primenom simulacija razvijenih u programskom jeziku Python. Dobijeni rezultati pokazuju da stacionarni proračun nije u stanju da opiše razliku između ulaznog i izlaznog toplotnog protoka, niti da kvantifikuje količinu toplote akumulirane u zidu, dok nestacionarni, odnosno dinamički pristup, koji obuhvata vremenske promene temperature spoljašnjeg vazduha i efekte akumulacije toplote u građevinskim elementima, omogućava znatno realniji opis termičkog ponašanja konstrukcije.

Ključne reči - nestacionarno prolaženje toplote, akumulacija toplote, numerička simulacija, energetske performanse zgrada, toplotni gubici

I UVOD

Trenutno važeći Pravilnik o energetske efikasnosti zgrada Republike Srbije (Sl. glasnik RS, br. 61/2011) propisuje primenu najjednostavnijeg i najnepouzdanijeg kvazi-stacionarnog mesečnog metoda za izračunavanje godišnje količine toplote potrebne za grejanje zgrada [1]. Ovaj metod se zasniva na pretpostavci stacionarnog prolaženja toplote kroz građevinske konstrukcije, pri čemu se temperature spoljašnjeg i unutrašnjeg vazduha posmatraju kao vremenski nepromenljive

veličine. Iako je ovaj stacionarni pristup, zbog svoje jednostavnosti, tradicionalno prihvaćen u inženjerskoj praksi, on ne može adekvatno obuhvatiti uticaj dinamičkih promena spoljašnjih uticaja koje se javljaju u stvarnim, neustaljenim termičkim uslovima tokom dana.



Slika 1. Prikaz provođenja toplote kroz ravan zid tokom nestacionarnim uslovima

Za razliku od stacionarnog proračuna, proračun neustaljenog prenošenja toplote kroz građevinske elemente uzima u obzir vremenski promenljivo temperaturno polje, kao i sposobnost građevinskih materijala da akumuliraju i oslobađaju toplotu. Time se omogućava realnija procena toplotnih gubitaka i toplotnog protoka sa obe strane zida. Zanemarivanje ovih efekata u okviru stacionarnog pristupa može dovesti do značajnih odstupanja između proračunatih vrednosti i stvarnog termičkog ponašanja konstrukcije, posebno u uslovima promenljive temperature spoljašnjeg vazduha.

Prepoznavanje ograničenja kvazi-stacionarnog pristupa na evropskom nivou dovelo je do povlačenja standarda EN ISO 13790:2010 [2] i uvođenja standarda EN ISO 52016-1:2017, kojim su definisane savremene časovne proračunske metode za realniji opis nestacionarnog prenošenja toplote kroz građevinske konstrukcije [3,4].

Za razliku od pojednostavljene časovne metode sa tri čvora propisane povučenim standardom EN ISO 13790, nova metodologija ne zasniva se na grupisanju građevinskih elemenata i njihovih slojeva, već podrazumeva formiranje energetskih bilansa za svaki sloj pojedinačnih elemenata termičkog omotača. Na taj način, termička masa konstrukcije i procesi akumulacije toplote eksplicitno su obuhvaćeni kroz sistem spregnutih jednačina koje se rešavaju na časovnom nivou, uz uvođenje vremenski promenljivih graničnih uslova. Rezultati prikazani u

radu [5] pokazuju da ovakav pristup omogućava znatno realniji opis dinamičkog termičkog ponašanja zgrade, naročito u pogledu časovnih promena unutrašnjih temperatura i toplotnih protoka, čime se prevazilaze ograničenja prethodnog kvazi-stacionarnog i pojednostavljenog časovnog proračuna. U okviru metodologije propisane standardom EN ISO 52016-1 primenjuju se dinamički modeli zasnovani na toplotno-električnoj analogiji tipa R-C, kojima se vremenski promenljiva razmena toplote između građevinskih elemenata i spoljašnjeg okruženja opisuje uz eksplicitno razmatranje procesa akumulacije i oslobađanja toplote u konstrukciji. Iako ovi modeli podrazumevaju pojednostavljenja u odnosu na detaljne numeričke metode zasnovane na direktnom rešavanju Furijeove jednačine, brojna istraživanja su pokazala da RC-modeli mogu sa visokom tačnošću da opišu dinamičku razmenu toplote i časovne promene temperatura unutrašnjeg vazduha. Poređenjem sa referentnim testnim slučajevima definisanim EPB standardima potvrđena je njihova primenljivost za analizu nestacionarnih termičkih procesa, čime se opravdava upotreba ovakvog pristupa [6].

Međutim, i pored navedenih unapređenja u okviru časovnih proračunskih procedura, neustaljeni procesi prenošenja toplote i dalje su povezani sa složenim matematičkim formulacijama, čija se kompleksnost dodatno povećava u uslovima periodičnih oscilacija temperature i toplotnog protoka izazvanih dnevnim promenama spoljašnje temperature vazduha i uticajem sunčevog zračenja (Slika 1). Zbog toga primena detaljnih nestacionarnih modela može biti ograničena u inženjerskoj praksi, naročito u pogledu obima proračuna, potrebnih ulaznih podataka i računarske složenosti.

Savremeni softverski alati za simulaciju energetskih performansi zgrada zasnivaju se na različitim pristupima za rešavanje Furijeove jednačine jednodimenzionalnog nestacionarnog provođenja toplote kroz građevinske elemente, koji se mogu grupisati u numeričke i poluanaličke metode [7,8].

Među numeričkim metodama najčešće se primenjuju metoda konačnih razlika (eng. *Finite Difference Method - FDM*) i metoda konačnih zapremina (eng. *Finite Volume Method - FVM*), pri čemu se konstrukcija diskretizuje na konačan broj elemenata, a temperaturno polje se određuje u diskretnim vremenskim koracima rešavanjem sistema algebraskih jednačina. Pored toga, u pojedinim softverskim alatima primenjuje se i metoda konačnih elemenata (eng. *Finite Element Method - FEM*), koja omogućava fleksibilniju diskretizaciju složenijih geometrija.

Pored numeričkih metoda u prostorno-vremenskom domenu, u praksi se koriste i metode u frekventnom domenu, koje se zasnivaju na analizi odziva građevinskih elemenata na periodične temperaturne pobude, najčešće sa periodom od 24 h. Ovaj pristup koristi kompleksne brojeve i Fourier-ovu analizu kako bi se temperaturno polje i toplotni protok predstavili u obliku talasnih funkcija. Široku primenu imaju i metode u vremenskom domenu, koje opisuju odziv zida na vremenski promenljive pobude u diskretnim vremenskim intervalima, najčešće od jednog sata. Ove metode koriste faktore odziva (eng. *response factors*) i koeficijente prenosa toplote (eng. *transfer coefficients*) za proračun toplotnog protoka, čime se omogućava modeliranje nestacionarnog ponašanja građevinskih elemenata uz manju

računarsku složenost u poređenju sa potpunim numeričkim pristupima.

Ipak, primena simulacionih softvera za analizu dinamičkog prenošenja toplote zahteva detaljno poznavanje termodinamičkih procesa u objektu, kao i veliki broj ulaznih parametara, dok dodatne prepreke u inženjerskoj praksi predstavljaju visoki troškovi softverskih paketa, složenost modeliranja i potreba za naprednim znanjem u interpretaciji rezultata. Zbog toga se, naročito u inženjerskim proračunima i analizama, često pribegava pojednostavljenim pristupima za procenu uticaja toplotne inercije na energetske performanse zgrada, koji se zasnivaju na kvantitativnim parametrima dinamičkog termičkog odziva konstrukcija. U tom kontekstu, najčešće korišćena dinamička termička svojstva su faktor prigušenja amplitude temperaturnih oscilacija γ [-] i vremensko kašnjenje temperaturnih oscilacija η [h], koji omogućavaju jednostavnu, ali informativnu procenu efekata akumulacije i oslobađanja toplote u građevinskim elementima. Pravilnik o energetskoj efikasnosti zgrada Republike Srbije propisuje minimalno dozvoljene vrednosti faktora prigušenja amplitude oscilacije temperature i kašnjenje temperaturnih oscilacija prilikom proračuna toplotne stabilnosti građevinskih konstrukcija. Iako se ovi kvantitativni parametri široko koriste za opisivanje uticaja akumulacije toplote, oni nisu dovoljni da precizno odrede nivo greške pri poređenju stacionarnog i nestacionarnog procesa prenošenja toplote, uzimajući u obzir količinu toplote akumulisanu u zidu.

II METEMATIČKI MODEL HARMONIJSKOG PROVOĐENJA TOPLOTE KROZ ZID

Jednačina koja opisuje vremenski promenljivo temperaturno polje unutar zida debljine δ [m], sa konstantnim termofizičkim svojstvima i bez pojave unutrašnjih izvora toplote, formulisana je pomoću Furijeove parcijalne diferencijalne jednačine za jednodimenzionalno provođenje toplote:

$$\frac{\partial \vartheta(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \vartheta(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (1)$$

Tokom analize neustaljenog provođenja toplote kroz zid, uvodi se parametar koji opisuje dinamiku nestacionarnog procesa – toplotna difuzivnost ili temperaturna provodnost materijala, a [m²/s], koja definiše odnos između sposobnosti materijala da efikasno provodi toplotu u odnosu na njegovu sposobnost da je skladišti:

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \quad (2)$$

gde su:

λ [W/mK] – toplotna provodljivost materijala – opisuje sposobnost materijala da provodi toplotu,
 ρ [kg/m³] – gustina materijala,
 c_p [J/m³K] – toplotni kapacitet materijala sveden na jedinicu zapremine – „kapacitet“ skladištenja toplote.

Za rešavanje jednačine (1) koristi se početni uslov (3) i dva granična uslova sa spoljašnje i unutrašnje strane zida (4) i (5):

$$\vartheta(x, 0) = \vartheta_0(x) \quad (3)$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta(x, \tau)}{\partial x} = h_s (\vartheta_{vs} - \vartheta_{zs}) \quad (x = 0) \quad (4)$$

$$-\lambda \frac{\partial \vartheta(x, \tau)}{\partial x} = h_u (\vartheta_{zu} - \vartheta_{vu}) \quad (x = \delta) \quad (5)$$

gde h_s i h_u predstavljaju koeficijente prelaženja toplote sa spoljašnje i unutrašnje strane zida, dok ϑ_{vs} , ϑ_{zs} , ϑ_{zu} , ϑ_{vu} označavaju temperaturu spoljašnjeg vazduha, spoljašnje površi zida, unutrašnje površi zida i unutrašnjeg vazduha, redom.

III FIZIČKI MODEL

Za poređenje stacionarnog i nestacionarnog procesa prenošenja toplote kroz zid, u ovom radu analizirana su dva slučaja spoljašnjeg zida:

1. spoljašnji zid od cigle deblje 25 cm;
2. spoljašnji zid od cigle debljine 25 cm sa termoizolacionim slojem postavljenim sa njegove spoljašnje strane debljine 10 cm.

Tabela 1 prikazuje termofizička svojstva materijala razmatranih zidova, uključujući gustinu, specifičnu toplotu i toplotnu provodljivost.

Tabela 1. Termofizička svojstva razmatranog spoljašnjeg zida

Vrsta materijala	Debljina δ [m]	Gustina ρ [kg/m ³]	Specifična toplota c [J/kgK]	Toplotna provodljivost λ [W/mK]
1. Puna cigla	0,25	1400	920	0,58
2. Izolacija	0,10	180	840	0,039

Definisani su sledeći proračunski parametri:

- maksimalna dnevna temperatura spoljašnjeg vazduha: 15°C,
- minimalna dnevna temperatura spoljašnjeg vazduha: 5°C,
- srednja dnevna temperatura spoljašnjeg vazduha: 10°C,
- projektna temperatura unutrašnjeg vazduha (zimski režim): 20 °C,
- toplotni otpor prelaženju toplote sa unutrašnjeg vazduha na unutrašnju površ zida: $R_u = 0,13$ (m²K)/W,
- toplotni otpor prelaženju toplote sa spoljašnje površi zida na spoljašnji vazduh: $R_s = 0,04$ (m²K)/W.

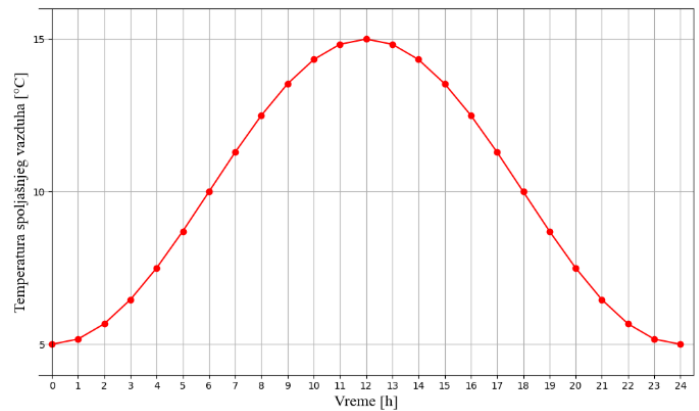
Toplotni otpori prelaženja toplote sa unutrašnje i spoljašnje površi zida usvojeni su na snovu tabele iz Pravilnika o energetske efikasnosti zgrada.

U stvarnim uslovima periodični termički uticaji na spoljašnje zidove stalno se ponavljaju sa istim periodom od jednog dana. Iako ovi fenomeni u velikoj meri podsećaju na stacionarne, oni se karakterišu kao kvazistacionarni. Najjednostavniji slučaj periodičnih oscilacija su harmonijske oscilacije, a predstavljaju termičke uticaje koji se menjaju tokom vremena prema sinusnom ili kosinusnom zakonu. Jednodimenzionalni harmonijski termički uticaji usmereni su normalno na površ jednoslojnih i višeslojnih zidova, pri čemu se termički uticaji na spoljašnje zidove prenose od spoljašnje ka unutrašnjoj strani zida. Prolaskom harmonijskih termičkih uticaja kroz spoljašnji zid, harmonijske oscilacije temperature i toplotnog protoka sa unutrašnje strane zida postepeno se smanjuju (prigušuju).

U analizi nestacionarnog procesa prenošenja toplote, pretpostavljeno je da se temperatura spoljašnjeg vazduha menja sinusoidalno tokom perioda od 24 sata. Ova promena se može opisati odgovarajućom jednačinom [9]:

$$\vartheta_{vs}(\tau) = \frac{\vartheta_{\max} - \vartheta_{\min}}{2} \cdot \sin\left(\frac{2\pi\tau}{P} - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{\vartheta_{\max} + \vartheta_{\min}}{2} \quad (6)$$

Na osnovu jednačine (6) i zadatu maksimalnu i minimalnu temperaturu spoljašnjeg vazduha tokom zimskog dana, na slici 2 grafički je prikazana sinusoidalna oscilacija temperature spoljašnjeg vazduha tokom dana.

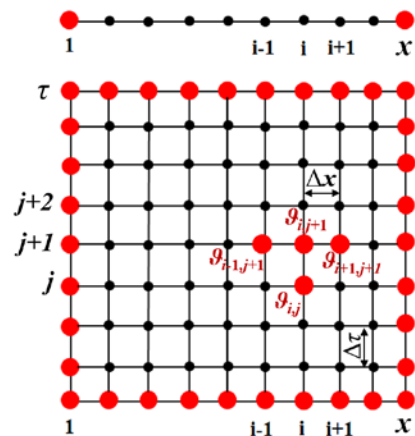


Slika 2. Sinusoidalna oscilacija temperature spoljašnjeg vazduha u toku jednog dana

IV NUMERIČKA ANALIZA (METODA KONAČNIH RAZLIKA)

Metoda konačnih razlika (FDM – *finite difference method*) zasnovana je na aproksimaciji funkcije Tejlorovim redom i zanemarivanju članova višeg reda, koji se tretiraju kao ostatak. Numerička mreža strukturisana je tako da se pozicija svakog čvora može lako definisati pomoću klasičnog pristupa, koji je osnova Dekartovog koordinatnog sistema (slika 3).

Svaki od čvorova određen je uređenim parom (i, j) u 2D geometriji, na primer, susedni čvorovi se lako mogu odrediti promenom indeksa i ili j za po jedan čvor unapred ili unazad. Granični čvorovi u kojima je definisana vrednost funkcije kroz granični uslov (Dirihlet-ov uslov) ne zahtevaju pisanje jednačina.

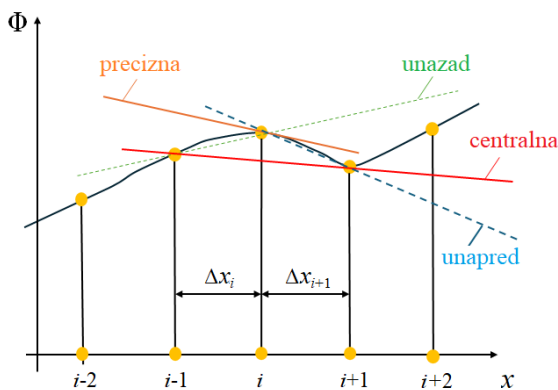


Slika 3. Numerička mreža za metodu konačnih razlika

Osnovna ideja metode konačnih razlika je u definisanju prvog izvoda funkcije u tački x_i :

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{x_i} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Phi(x_i + \Delta x) - \Phi(x_i)}{\Delta x} \quad (7)$$

Geometrijska interpretacija prvog izvoda prikazana je na slici 4. Prvi izvod u tački x_i predstavlja nagib tangente u tački sa apscisom x_i i može se aproksimirati u odnosu na postojeću tačku na tri načina: „unapred”, „unazad” i pomoću „centralne” šeme. Sa slike 4 se može zaključiti da neke šeme bolje predstavljaju prvi izvod od drugih. Konkretno, „centralna” šema daje najprecizniju vrednost prvom izvodu u tački x_i , dok je šema „unazad” najudaljenija od tačnog rešenja.



Slika 4. Aproximacija prvog izvoda na tri načina

Svaka kontinualna funkcija $\Phi(x)$ može se razviti u Tejlorov red u okolini tačke x_i na sledeći način:

$$\begin{aligned} \Phi(x) = & \Phi(x_i) + (x - x_i) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_i + \frac{(x - x_i)^2}{2!} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\right)_i + \\ & + \frac{(x - x_i)^3}{3!} \left(\frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3}\right)_i + \dots + \frac{(x - x_i)^n}{n!} \left(\frac{\partial^n \Phi}{\partial x^n}\right)_i + H \end{aligned} \quad (8)$$

gde H predstavlja više redove koji mogu biti manje ili više značajni.

Zamenom x sa x_{i+1} ili x_{i-1} u jednačini (8) dobija se izraz za prvi izvod u tački „ x_{ij} ” koristeći aproksimaciju „unapred” ili „unazad”. Ukoliko se primeni „centralna” aproksimacija, potrebno je u jednačini (8) zameniti Φ sa Φ_{i+1} i Φ_{i-1} i oduzeti ih. Za dovoljno usitnjenu mrežu rastojanje između čvorova je prilično malo, pa će i članovi višeg reda biti znatno manji u odnosu na prve članove na desnoj strani jednačine. Ako se zanemare članovi reda višeg od 1, tada se dolazi do sledećih aproksimativnih izraza za prvi izvod funkcije u tački x_i koristeći šeme „unapred”, „unazad” i „centralnu” respektivno:

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_i \approx \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (9)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_i \approx \frac{\Phi_i - \Phi_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_i \approx \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}} \quad (11)$$

Članovi koji su zanemareni na desnim stranama jednačina (9)-(11) predstavljaju grešku višeg reda (tzv. „truncation error”) u odnosu na tačno rešenje, a koja se pravi svesno, u cilju pojednostavljenja problema. Smanjivanjem rastojanja Δx između čvorova mreže greška teži nuli, tj. aproksimativna rešenja za prve izvode teže tačnim rešenjima.

Za aproksimaciju drugog izvoda, može se koristiti isti pristup kao i za prvi izvod funkcije:

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\right)_i \approx \frac{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_{i+1} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (12)$$

gde se u jednačini (12) koristi šema „unapred”.

Ukoliko se podrazumeva jednako rastojanje između čvorova, dobija se uprošćeni izraz za drugi izvod funkcije, koji glasi:

$$\left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}\right)_i \approx \frac{\Phi_{i+1} + \Phi_{i-1} - 2\Phi_i}{(\Delta x)^2} \quad (13)$$

Diferencijalna jednačina provođenja toplote sa pripadajućim početnim i graničnim uslovima diskretizovana je metodom konačnih razlika (FDM). Za rešavanje diferencijalne jednačine primenjena je centralna razlika u prostornom domenu, dok se u vremenskom domenu koristi potpuno implicitna diferencija. Iako ova metoda zahteva duže vreme računanja, obezbeđuje numeričku stabilnost bez ograničenja na veličinu vremenskog koraka. Mreža za diskretizaciju prostora ($i = 1, n$) postavljena sa korakom od 0,5 mm, kako bi greška višeg reda bila jednaka nuli. Dok vremenski korak ($j = 1, v$) iznosi 20 s.

Jednačine za različite čvorove imaju sledeći oblik:

- za spoljašnji površinski čvor ($i = 1$):

$$-\lambda \cdot \frac{\vartheta_{i+1,j} - \vartheta_{i,j}}{\Delta x} = h_s \cdot (\vartheta_{vs} - \vartheta_{i,j}) \quad (14)$$

- za unutrašnji čvor ($i = 2, n-1$):

$$\rho \cdot c_p \cdot \frac{\vartheta_{i,j} - \vartheta_{i,j-1}}{\Delta \tau} = \lambda \cdot \frac{\vartheta_{i+1,j} - 2\vartheta_{i,j} + \vartheta_{i-1,j}}{\Delta x^2} \quad (15)$$

- za unutrašnji površinski čvor ($i = n$):

$$-\lambda \cdot \frac{\vartheta_{n,j} - \vartheta_{n-1,j}}{\Delta x} = h_u \cdot (\vartheta_{n,j} - \vartheta_{vu}) \quad (16)$$

Sistem jednačina koji se dobija ispisivanjem formula za svaki čvor u svim vremenskim koracima formira matricu, koja se rešava algoritmom za tridiagonalne matrice (TDMA).

Pod pretpostavkom da je početna raspodela temperature kroz zid linearna i odgovara raspodeli temperature tokom stacionarnih uslova:

- početni uslov za spoljašnji zid od cigle glasi:

$$\vartheta(x, 0) = \vartheta_{vs, \min} + q_{stac} \left(h_s + \frac{x}{\lambda_c} \right) \quad (17)$$

- početni uslovi za spoljašnji zid od cigle sa izolacionim slojem glase:

$$\vartheta(x, 0) = \vartheta_{vs, \min} + q_{\text{stac}} \left(h_s + \frac{x}{\lambda_{izo}} \right) \quad (18)$$

$$\vartheta(x, 0) = \vartheta_{vs, \min} + q_{\text{stac}} \left(h_s + \frac{\delta_{izo}}{\lambda_{izo}} + \frac{x}{\lambda_c} \right) \quad (19)$$

V REZULTATI

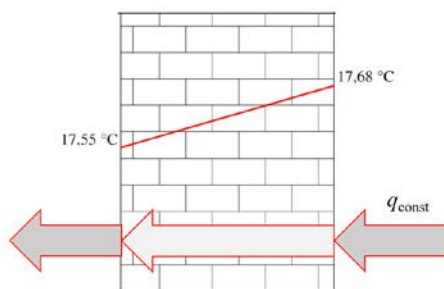
Za slučaj stacionarnog prolaženja toplote, koji ne razmatra akumulaciju toplote unutar zida (toplotni protok je konstantan) i prilikom proračuna uzima u obzir konstantnu razliku između srednje temperature spoljašnjeg vazduha za proračunski period i temperature unutrašnjeg vazduha, prikazano je temperaturno polje unutar zida od cigle (slika 5) i zida od cigle sa izolacijom (slika 6) tokom perioda od jednog dana.

Toplotni protok kroz zid od cigle za stacionarni režim:

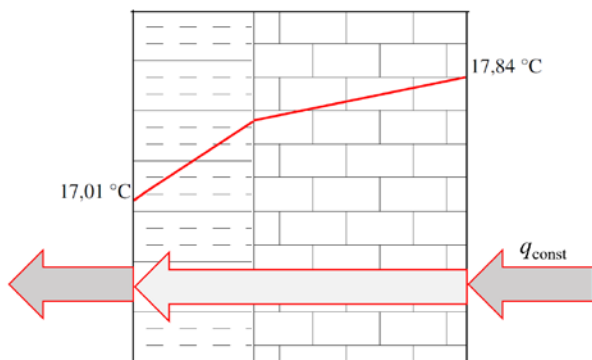
$$q_{\text{stac}} = \frac{\vartheta_{vs} - \vartheta_{vu}}{\frac{1}{h_s} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{1}{h_u}} = 16,64 \text{ W/m}^2 = \text{const} \quad (20)$$

Toplotni protok kroz zid od cigle sa izolacionim slojem za stacionarni režim:

$$q_{\text{stac}} = \frac{\vartheta_{vs} - \vartheta_{vu}}{\frac{1}{h_s} + \frac{\delta_c}{\lambda_c} + \frac{\delta_{izo}}{\lambda_{izo}} + \frac{1}{h_u}} = 3,16 \text{ W/m}^2 = \text{const} \quad (21)$$



Slika 5. Prikaz temperaturnog polja kroz razmatrani ravan zid od cigle tokom stacionarnih uslova

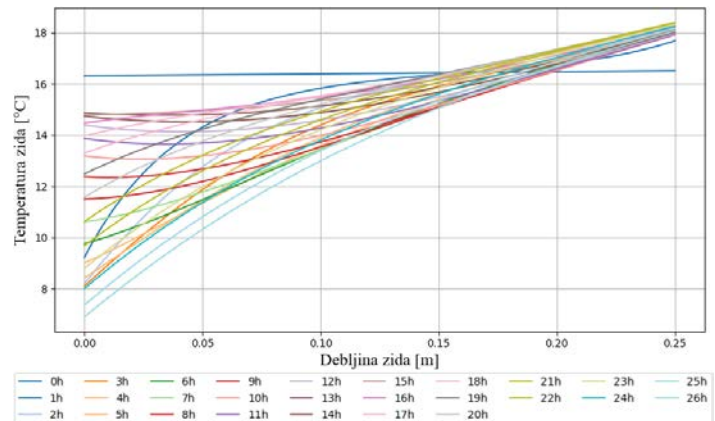


Slika 6. Prikaz temperaturnog polja kroz razmatrani ravan zid od cigle sa izolacionim slojem tokom stacionarnih uslova

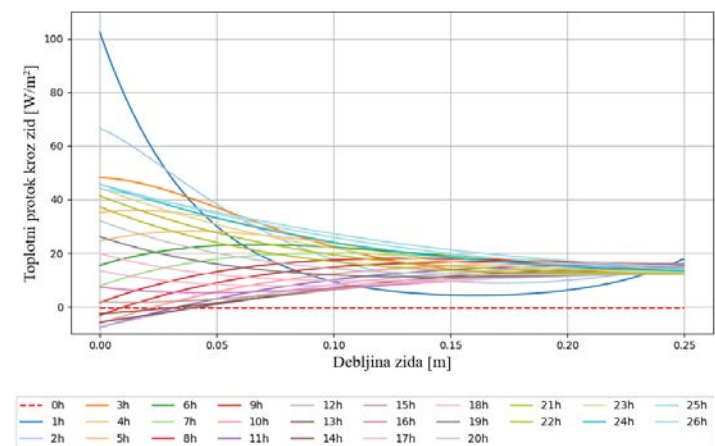
Za razliku od stacionarne metode, dinamički pristup obuhvata promene temperature spoljašnjeg vazduha i akumulaciju toplote

u građevinskim elementima. Dinamički proračun nestacionarnog harmonijskog prolaženja toplote kroz građevinske elemente sproveden je korišćenjem numeričke metode konačnih razlika u programu Python.

Raspodela temeprature i toplotnog protoka unutar zida od opeke tokom perioda od jednog dana prikazana je na slikama 7 i 8, dok je na slikama 9 i 10 prikazana raspodela temeprature i toplotnog protoka unutar zida od opeke sa izoalcijom.



Slika 7. Prikaz temperaturnog polja unutar zida od cigle tokom perioda od jednog dana (I slučaj)



Slika 8. Raspodela toplotnog protoka unutar zida od cigle tokom perioda od jednog dana (I slučaj)

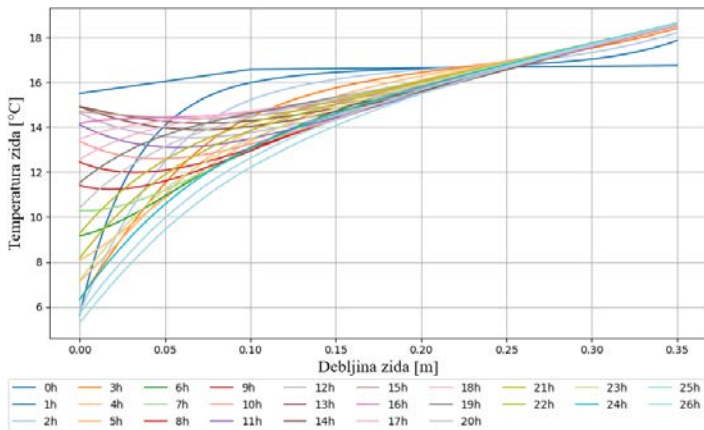
Tabela 2. Rezultati dobijeni za razmatrani zid od cigle u toku jednog dana

Režim	Toplotni protok [W/m²]		Ukupna količina toplote [Wh/m²]	
	ulaz	izlaz	ulaz	izlaz
Stacionarni	16,64	16,64	399,31	399,31
Nestacionarni	14,17	19,13	340,06	459,20

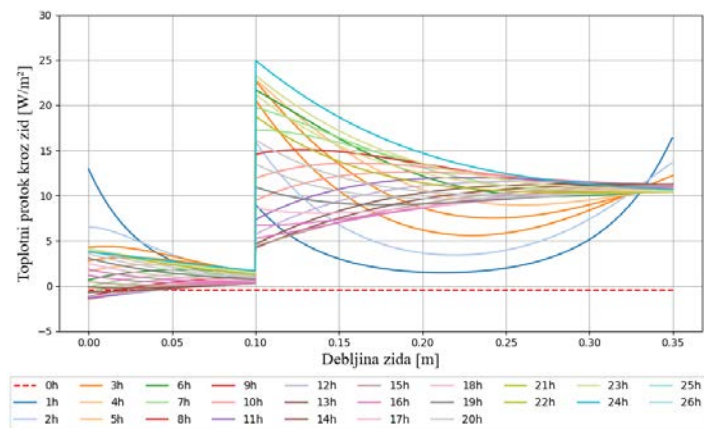
Tabela 3. Rezultati dobijeni za razmatrani zid od cigle sa izolacionim slojem u toku jednog dana

Režim	Toplotni protok [W/m²]		Ukupna količina toplote [Wh/m²]	
	ulaz	izlaz	ulaz	izlaz
Stacionarni	3,16	3,16	75,83	75,83
Nestacionarni	10,86	1,40	260,58	33,52

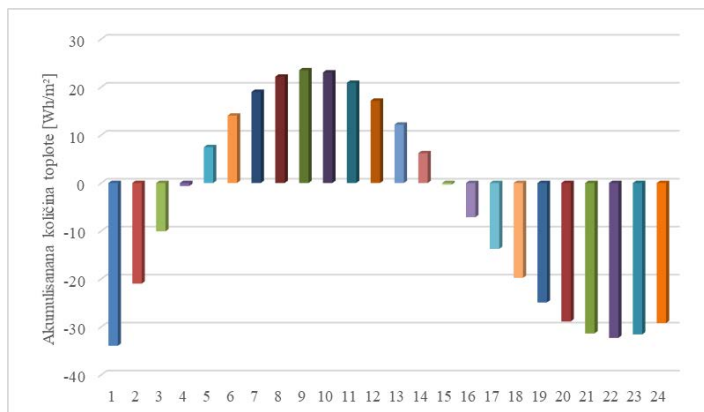
S obzirom da je za početni vremenski korak usvojena linearna raspodela temperatura kroz zid, a sa ciljem da se realno predstavi prolaženje toplote kroz zid, u obzir nisu uzete vrednosti dobijene za prva 3 vremenska koraka.



Slika 9. Prikaz temperaturnog polja unutar zida od cigle sa izolacionim slojem tokom perioda od jednog dana (II slučaj)



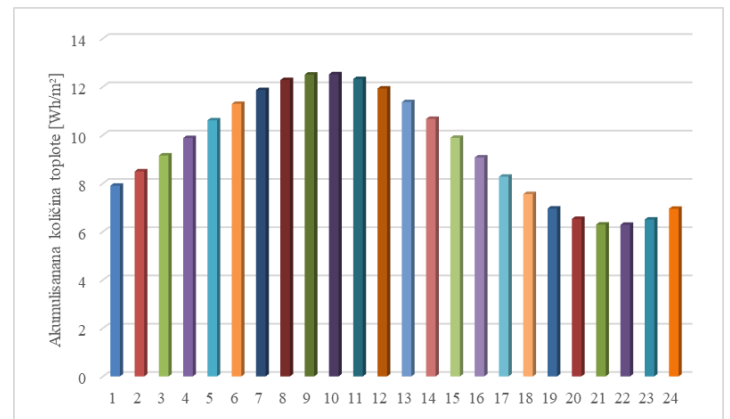
Slika 10. Raspodela toplotnog protoka unutar zida od cigle sa izolacionim slojem tokom perioda od jednog dana (II slučaj)



Slika 11. Akumulisana količina toplote u zidu od cigle za svaki sat u toku jednog dana

U cilju utvrđivanja nivoa greške koja se pravi, u sledećim tabelama su upoređene vrednosti toplotnih protoka i količine toplote, koji se dobijaju primenom stacionarnog i nestacionarnog,

tj. dinamičkog pristupa. Za nestacionarni režim data je osrednjena vrednost toplotnog protoka u toku dana.



Slika 12. Akumulisana količina toplote u zidu od cigle sa izolacionim slojem za svaki sat u toku jednog dana

Na slikama 11 i 12 prikazana je akumulisana količina toplote u zidu za svaki sat u periodu od jednog dana. U slučaju zida od cigle u periodu od 5 h do 14 h proračuna, akumulirano je 165,68 Wh/m² količine toplote. Za razliku od cigle, kada se doda 10 cm izolacionog sloja na spoljašnju stranu zida, akumulacija količine toplote odvija se tokom celog proračunskog dana i iznosi 227,06 Wh/m².

VIII ZAKLJUČAK

Rezultati prikazani u ovom radu ukazuju na ograničenja trenutno propisanog kvazi-stacionarnog metoda proračuna toplotnih gubitaka zgrada u Srbiji, koji se zasniva na pojednostavljenim pretpostavkama o stacionarnom prenošenju toplote kroz zid i ne uzima u obzir akumulaciju toplote u građevinskim elementima.

Numerička analiza nestacionarnog prenošenja toplote kroz zid sprovedena metodom konačnih razlika pokazala je da nestacionarni model realnije opisuje ponašanje građevinskih elemenata u promenljivim temperaturnim uslovima, uzimajući u obzir akumulaciju toplote unutar zida. Zid sa izolacijom, analiziran kroz dinamički model, ima značajno manji izlazni toplotni protok u odnosu na stacionarni proračun, što direktno rezultira smanjenjem toplotnih gubitaka u okolinu.

Rezultati pokazuju da se u nestacionarnom režimu javlja značajno odstupanje između ulaznog i izlaznog toplotnog protoka, što nije slučaj kod stacionarnog proračuna gde se pretpostavlja konstantna vrednost toplotnog protoka. Posebno se ističe razlika između zida bez izolacije i zida sa izolacionim slojem. U prvom slučaju dolazi do akumulacije količine toplote u određenom delu dana, ali i do njenog oslobađanja u ostatku dana, dok se u drugom slučaju količina toplote akumulira tokom celog dana.

Analiza predstavljena u ovom radu nedvosmisleno potvrđuje potrebu za revidiranjem postojećeg standarda u Srbiji i prelazak na napredniji dinamički metod proračuna, poput standarda EN ISO 52016-1:2017, koji se već primenjuje u Evropskoj uniji, a čija bi implementacija omogućila preciznije određivanje energetske potrebe zgrada.

ZAHVALNICA

Ovde prikazani rezultati su rezultat istraživanja podržanog od strane Ministarstva nauke, tehnološkog razvoja i inovacija RS po Ugovoru 451-03-136/2025-03/ 200105 od 04.02.2025. god.

LITERATURA

- [1] Pravilnik o energetske efikasnosti zgrada ("Sl. glasnik RS", br. 61/2011), 2011, https://www.paragraf.rs/propisi/pravilnik_o_energetskoj_efikasnosti_zgrada.html [pristupljeno 17.01.2026]
- [2] ISO/FDIS 13790:2007 – Energy performance of buildings – Calculation of energy use for space heating and cooling, https://www.sysecol2.ethz.ch/OptiControl/LiteratureOC/ISO_07_FDIS_13790_ApprovalDraft.pdf [pristupljeno 17.01.2026]
- [3] SRPS CEN ISO/TR 52016-2:2017 – Energetske performanse zgrada – Energija potrebna za grejanje i hlađenje, unutrašnje temperature i osetna i latentna toplotna opterećenja - Deo 2: Objašnjenje i obrazloženje za ISO 52016-1 i ISO 52017-1, https://iss.rs/sr_Cyrl/project/show/iss:proj:53660 [pristupljeno 17.01.2026]
- [4] SRPS EN ISO 52016-1:2017 – Energetske performanse zgrada – Energija potrebna za grejanje i hlađenje, unutrašnje temperature i osetna i latentna toplotna opterećenja - Deo 1: Postupci proračuna, https://iss.rs/sr_Cyrl/project/show/iss:proj:53649 [pristupljeno 17.01.2026]
- [5] Kovačević, S.Lj., Banjac, M.J. Postupak određivanja energetske

karakteristike zgrade prema ISO 52016-1, Energija, ekonomija, ekologija, Vol. 26, No. 1, pp. 34-41, 2024. <https://doi.org/10.46793/EEE24-1.34K>

- [6] Dumonjić-Milovanović, S., Gvero, P., Milovanović, Z. Primjena RC-modela u simulaciji dinamičkih procesa razmjene toplote građevinskih objekata sa okruženjem, Energija, ekonomija, ekologija, No. 1-2, pp. 65-71, 2020. <https://doi.org/10.46793/EEE20-1-2.065DM>
- [7] Asan, H., Sancaktar, Y.S. Effects of wall's thermophysical properties on time lag and decrement factor, Energy and Buildings 28, pp. 159-166, 1998. [https://doi.org/10.1016/S0378-7788\(98\)00007-3](https://doi.org/10.1016/S0378-7788(98)00007-3)
- [8] Urbikain, M., Davies, G. One-dimensional solutions to Fourier's equation and measures of heat transmission through walls: The role of wall decay times, Building and Environment, Vol. 37 No. 5, pp. 533-540, 2002. <https://doi.org/10.1016/j.buildenv.2007.07.001>
- [9] Hahn, D.W., Ozisik, M.N. *Heat conduction*, John Wiley and Sons Inc., New York, 1993.

AUTORI

Branislav Petrović – istraživač pripravnik, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, bpetrovic@mas.bg.ac.rs, ORCID [0000-0002-2429-0642](https://orcid.org/0000-0002-2429-0642)

Sandra Kovačević – istraživač pripravnik, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, skovacevic@mas.bg.ac.rs, ORCID [0009-0007-2567-6735](https://orcid.org/0009-0007-2567-6735)

Miloš Banjac – prof. dr, Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, mbanjac@mas.bg.ac.rs, ORCID [0000-0001-8659-8581](https://orcid.org/0000-0001-8659-8581)

Determination of the Amount of Heat Accumulated in the Wall in Conditions of Changeable outside Temperature

Abstract – Although the EN ISO 13790:2010 standard “Energy performance of buildings – Calculation of energy use for space heating and cooling” defines three calculation methods (a quasi-stationary monthly method and two dynamic methods—a simplified and a detailed hourly method), the currently valid Regulation on Energy Efficiency of Buildings in the Republic of Serbia (Official Gazette of the RS, No. 61/2011) still prescribes the application of the simplest and least reliable quasi-stationary monthly method for determining the annual heat demand for space heating of buildings. This approach is based on the assumption of stationary heat transfer, neglecting temporal variations of outdoor air temperature and the effects of heat accumulation within building elements, which may lead to significant deviations in the estimation of heat losses. In order to determine the error arising from the application of these two approaches, this study compares heat flux values obtained using stationary and non-stationary, i.e. dynamic, methods for calculating heat transfer through an external wall during the winter period. Two characteristic cases are analysed: a solid brick wall with a thickness of 25 cm and a brick wall with an additional 10 cm thick thermal insulation layer applied on the external side. Non-stationary harmonic heat transfer is modelled by numerically solving Fourier's heat conduction equation using the finite difference method with fully implicit time discretization, implemented through simulations developed in the Python programming language. The obtained results indicate that the stationary calculation is unable to describe the difference between the incoming and outgoing heat fluxes, nor to quantify the amount of heat accumulated in the wall, whereas the non-stationary, i.e. dynamic, approach—which accounts for temporal variations in outdoor air temperature and heat accumulation effects in building elements—provides a significantly more realistic description of the thermal behaviour of the structure.

Index terms – Transient heat transfer, Heat accumulation, Numerical simulation, Energy performance of buildings, Heat losses