

Određivanje lančanice nadzemnih strujnih vodova primenom geodetskih metoda merenja

Petar Nikolić, Dragan Marinović, Bojan Rakić, Goran I. Jovanović, Žarko Nestorović

Akcionarsko društvo „Elektroprivreda Srbije“, Beograd, Ogranak HE Đerdap, Kladovo

Rezime – Lančanica nadzemnih strujnih vodova opisuje se primenom funkcije kosinus hiperbolički. Funkcija kosinus hiperbolički opisuje položaj nadzemnog voda koji bi on trebao da zauzima u prostoru i pogodna je pri projektovanju vodova. Pravi položaj nadzemnog voda u prostoru jedino je moguće odrediti merenjem odgovarajućih veličina koje omogućavaju izračunavanje njegovih koordinata u prostoru. Nadzemni strujni vod se u tom slučaju predstavlja diskretnim skupom tačaka, dok se parametri funkcije lančanice mogu odrediti nekom metodom matematičkog modeliranja na osnovu skupa tačaka. U ovom radu razmatra se određivanje položaja provodnika dalekovoda DV405 koji se nalazi nizvodno od brane Đerdap 1. Određivanje matematičkog modela zasnovano je na polinomnoj regresiji drugog reda. Dobijeni rezultati pokazuju visoku saglasnost modela i rezultata dobijenih merenjem. Pojedina značajna odstupanja izmerenih vrednosti i vrednosti dobijenih modeliranjem mogu se objasniti relativno velikim rastojanjima od tačaka sa kojih je merenje izvršeno do tačaka nadzemnog voda.

Ključne reči – diskretizacija, polinomna regresija, greške merenja, verovatnoća, statistika

I UVOD

Oblik nadzemnog strujnog voda predstavlja se lančanicom odnosno funkcijom kosinus hiperbolički. Lančanica predstavlja krivu koju bi, za dve krajnje tačke obešeni nadzemni strujni vod, trebalo da zauzme u prostoru. Ova osobina nadzemnog voda pogodna je za korišćenje u fazi njegovog projektovanja kada se uzimaju u obzir topografija terena i izgrađeni objekti na pravcu dalekovoda. Slika 1 ilustruje oblik lančanice nadzemnih strujnih vodova.



Slika 1. Oblik nadzemnih strujnih vodova (Izvor: <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/f3/PyLonsSunset-5982.jpg>)

Pravi položaj i oblik krive koji nadzemni vod zauzima u prostoru

može se odrediti jedino merenjem. Geodetske metode merenja radi određivanja tačnog položaja i oblika strujnog voda u prostoru predstavljaju najpouzdaniji izvor za ovu vrstu informacije iz najmanje dva razloga:

- geodetske metode merenja obezbeđuju prikaz svih objekata u jedinstvenom koordinatnom sistemu i
- poznata je tačnost sa kojom su koordinate tačaka određene.

Navedene dve osobine geodetskih metoda omogućavaju da se određuje međusobni položaj objekata u prostoru i da se procenjuje raspon položaja tačaka u kome se one mogu pojaviti sa podjednakom verovatnoćom. Raspon položaja tačaka pojavljuje se kao posledica neizbežnih grešaka u procesu realizacije geodetskih merenja.

Kada se odredi skup tačaka (koordinate odnosno stacionaže - rastojanja i visine) koje definišu položaj nadzemnog voda u prostoru pojavljuje se problem određivanja teorijskog oblika funkcije koja najbolji mogući način aproksimira dati diskretni skup tačaka. Određivanje oblika krive koja na najbolji način aproksimira diskretni skup tačaka u ovom istraživanju vrši se primenom polinomne regresije drugog stepena uz primenu metode najmanjih kvadrata za određivanje koeficijenata funkcije.

II MATERIJAL I METODE

Ulazni podaci dobijeni su merenjem nadzemnog voda koji pripada dalekovodu DV405 nizvodno od brane Đerdap 1. Slika 2 ilustruje položaj dalekovoda DV405 dok su u tabeli 1 date približne koordinate tačaka vešanja užeta.

Tabela 1. Koordinate krajnjih tačaka nadzemnog strujnog voda (Izvor: Geosrbija <https://a3.geosrbija.rs/>)

Tačka	Y [m]	X [m]
S1	621986	4947505
S2	621602	4947013

Koordinate tačaka u prostoru za dalekovod DV405 dobijene su obradom rezultata geodetskih merenja. Ka strujnom vodu dalekovoda DV405 opažani su pravci i merena zenitna odstojanja. Korišćena je totalna stanica Leica TS30. Merenja su vršena sa tačaka koje imaju poznate koordinate (Y,X,Z) u geodetskom koordinatnom sistemu za osmatranje velike brane Đerdap 1. Koordinate tačaka nadzemnog voda određene su metodom presecanja. Na osnovu koordinata tačaka strujnog voda u tačkama vešanja obeleženim oznakama S1 i S2 i duž faznog užeta izvršeno je modeliranje odnosno određivanje koeficijenata polinoma drugog reda. Prema teoriji, lančanica bi trebalo da ima

oblik funkcije kosinus hiperbolički [1] ali u ovom radu predmet istraživanja jeste saglasnost oblika strujnog voda DV405 sa polinomom drugog stepena pa se neće testirati saglasnost sa funkcijom kosinus hiperbolički.



Slika 2. Položaj dalekovoda DV405 nizvodno od brane Đerdap 1
(Izvor: Geosrbija <https://a3.geosrbija.rs/>)

Matematički model za polinomnu regresiju drugog reda glasi:

$$y = fx^2 + gx + h \quad (1)$$

gde su:

- y - visina
- x - raspon (stacionaža – udaljenost tačke od početne tačke S1) i
- f, g, h - nepoznati koeficijenti.

Nepoznati koeficijenti određuju se primenom polinomne regresije na način da se kroz svaku tačku za koju su poznate visine i stacionaže postavi jedna jednačina sledećeg oblika:

$$y_i = fx_i^2 + gx_i + h \quad (2)$$

Za rešavanje sistema jednačina definisanih formulom (2) dovoljno je odrediti tri tačke (tri visine i tri stacionaže - raspona). Međutim ovako pojednostavljen sistem jednačina može biti nepouzdan i iz tog razloga je izvršeno merenje daleko većeg broja tačaka. U ovom slučaju imamo pedeset jednačina i tri nepoznate što dovodi do preodređenosti sistema linearnih jednačina. Nepoznate su zbog toga određene po metodi najmanjih kvadrata odnosno po metodi koja obezbeđuje da suma kvadrata odstupanja visina od modela bude minimalna [2].

Kada se koeficijenti f, g, h odrede na ovaj način onda se njihove konkretne vrednosti unesu u jednačinu (1) i na taj način se dobije model za lančanicu nadzemnog strujnog voda.

Razlike:

$$\delta_i = y_{x_i} - y_i \quad (3)$$

gde su:

- δ_i - razlika visina određenih primenom modela (1) i dobijenih merenjem,
- y_{x_i} - vrednost visine dobijene primenom modela (1) za vrednost stacionaže-raspona x_i (u tački x_i) i
- y_i - vrednost visine određena geodetskim merenjem.

Srednja greška modela dobija se po formuli:

$$m_0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \delta_i^2}{n-u}} \quad (4)$$

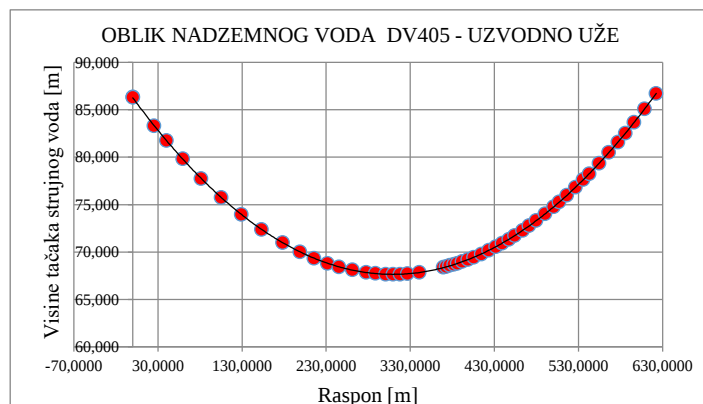
gde su:

- m_0 - srednja greška modela,
- n - broj merenja i
- u - broj nepoznatih.

Srednja greška modela je opšti (globalni) pokazatelj odstupanja modela i rezultata merenja dok su razlike u tački δ_i lokalni pokazatelji odstupanja modela i rezultata merenja (pokazatelji odstupanja u svakoj tački).

III REZULTATI I DISKUSIJA

Merenja su izvršena u 53 tačke uzvodnog faznog užeta dalekovoda DV405. Ostvarena globalna srednja kvadratna greška modela iznosi $m_0 = 0,026$ m dok odstupanja pripadaju rasponu $[-0,061$ m, $+0,071$ m]. Broj merenja iznosi $n = 53$, dok broj nepoznatih iznosi $u = 3$ što znači da je broj stepeni slobode pri određivanju koeficijenata jednak $n - u = 50$. Relativno veliki broj prekobrojnih merenja ukazuje na visoku pouzdanost dobijenih rezultata. Slika 3 prikazuje oblik lančаницe strujnog voda (uzvodno uže dalekovoda DV405), dok slika 4 prikazuje odstupanja visina dobijenih primenom modela u odnosu na rezultate dobijenih merenjem.

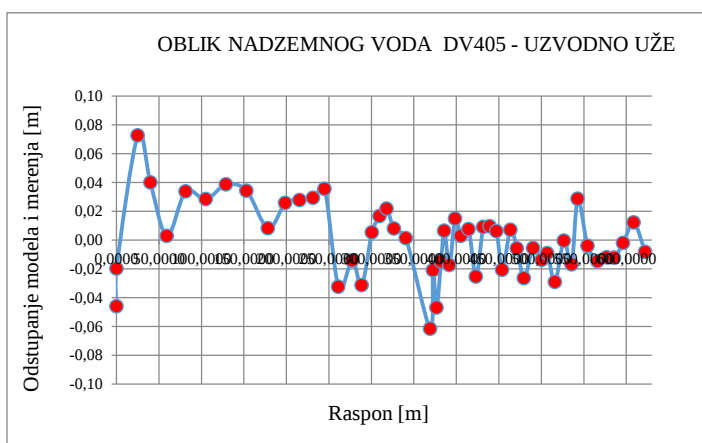


Slika 3. Oblik uzvodnog faznog užeta dalekovoda DV405

Koeficijenti modela (2) izračunati po metodi najmanjih kvadrata dati su u tabeli 2.

Tabela 2. Vrednost koeficijenata u modelu (2)

Koeficijent	Vrednost
f	0,000195
g	-0,120585
h	86,299



Slika 4. Odstupanje visina modela od izmerenih vrednosti

Zamenom koeficijenata datih u tabeli 2 u model (1) dobija se analitički oblik posmatranog nadzemnog voda:

$$y = 0,000195x^2 - 0,120585x + 86,299 \quad (5)$$

Na osnovu modela (5) moguće je odrediti tačku minimuma nadzemnog voda (raspon i visinu).

$$y' = 2 \cdot 0,000195x - 0,120585 = 0 \quad (6)$$

$$x = -\frac{-0,120585}{2 \cdot 0,000195} = 309,431 \text{ m} \quad (7)$$

Na osnovu rezultata (7) sledi da se najniža tačka strujnog voda nalazi na rastojanju od 309,431 m od početne tačke (označene sa S1 na slici 1). Minimalna visina strujnog voda dobija se primenom formule (5):

$$y = 0,000195 \cdot 309,43^2 - 0,120585 \cdot 309,43 + 86,299 \quad (8)$$

$$y = 67,64 \text{ m} \quad (9)$$

Greška određivanja najniže tačke nadzemnog strujnog voda ne bi trebalo da pređe vrednost $y = 67,64 \text{ m} \pm 0,03 \text{ m}$.

Dobijeni rezultat ukazuje na relativno visoku tačnost određivanja modela nadzemnog voda na osnovu rezultata geodetskih merenja. Kako su geodetska merenja sprovedena samo sa desne obale (sa srpske strane) to su rastojanja od stajne tačke (tačke sa koje su vršena merenja) prilično velika (do 1 km) što utiče na tačnost rezultata merenja na levoj obali (rumunskoj strani). Rezultat značajnog odstupanja na stacionaži (rasponu) od 369,2 m može nastati i ako je došlo do njihanja strujnog voda jer je pretpostavka da strujni vod miruje tokom merenja.

Dalja istraživanja mogu se zasnivati na češćim merenjima posmatranog nadzemnog voda uz registrovanje podataka o atmosferskim uslovima kao i o strujnim opterećenjima u

posmatranom vodu. Navedeni podaci se mogu koristiti kako za ponašanje nadzemnog voda pri različitim temperaturnim uslovima tako i za eventualno praćenje stabilnosti dalekovodnih stubova. Određivanje velikog broja koordinata koje definišu nadzemni vod mogu se koristiti i za izračunavanje njegove ukupne dužine sa relativno visokom tačnošću.

IV ZAKLJUČAK

Rezultati merenja i modeliranja ukazuju na visoku saglasnost modela polinoma drugog stepena i rezultata merenja dobijenih za diskretan skup tačaka koje aproksimiraju posmatrani nadzemni vod u prostotu. Modeliranje strujnog voda polinomom drugog stepena omogućava određivanje njegove minimalne tačke (raspona i minimalne visine) primenom analitičke matematičke kao i određivanje greške ovih veličina. Osmatranje strujnog voda pri različitim uslovima uz beleženje odgovarajućih parametara omogućava dobijanje različitih podataka uključujući i eventualne promene položaja i geometrije kako strujnog voda tako i dalekovodnih stubova.

ZAHVALNICA/ACKNOWLEDGEMENT

Rezultati merenja dobijeni su dodatnim radom prilikom redovnih aktivnosti koje se sprovode u okviru redovnih geodetskih osmatranja brane Đerdap 1 od strane geodetske grupe u okviru tehničke službe ogranka Đerdap Akcionarskog Društva „Elektroprivreda Srbije“.

LITERATURA/REFERENCES

- [1] Hanging with Galileo, <http://whistleralley.com/hanging/hanging.htm> [pristupljeno 13.02.2024]
- [2] Perović, G., Moric, H. *Metod najmanjih kvadrata: (monografija 1): sa 87 slika i 90 tabela*, Beograd, Perović, G., 2005.

AUTORI/AUTHORS

Petar Nikolić – dipl.ing., Akcionarsko društvo „Elektroprivreda Srbije“, Beograd Ogranak HE Đerdap, petar.nikolic@djerdap.rs, ORCID [0009-0008-5390-7913](https://orcid.org/0009-0008-5390-7913)

Dragan Marinović – dipl.ing., Akcionarsko društvo „Elektroprivreda Srbije“, Beograd, Ogranak HE Đerdap, dragan.marinovic@djerdap.rs, ORCID [0009-0000-7384-3875](https://orcid.org/0009-0000-7384-3875)

Bojan Rakić – dipl.ing., Akcionarsko društvo „Elektroprivreda Srbije“, Beograd, Ogranak HE Đerdap, bojan.rakic@djerdap.rs, ORCID [0009-0005-8437-5946](https://orcid.org/0009-0005-8437-5946)

Goran I. Jovanović – dipl.ing., Akcionarsko društvo „Elektroprivreda Srbije“, Beograd, Ogranak HE Đerdap, goran.jovanovic@djerdap.rs, ORCID [0009-0008-2580-1417](https://orcid.org/0009-0008-2580-1417)

Žarko Nestorović – dipl.ing., Akcionarsko društvo „Elektroprivreda Srbije“, Beograd, Ogranak HE Đerdap, zarko.nestorovic@djerdap.rs, ORCID [0000-0002-7928-7416](https://orcid.org/0000-0002-7928-7416)

Determining the Catenary of Overhead Power Lines Using Geodetic Measurement Methods

Abstract – The catenary of overhead power lines is described by cosine hyperbolic function. Cosine hyperbolic function describes the position of overhead power line which it should be taken in the space, and it is suitable in the process of overhead power lines design. The real position of overhead power line it is only possible to be determined by measuring

certain values which could be used for determination of their coordinates. Overhead power line in that case is described by discrete set of points, while the parameters of catenary could be modelled on the base of that set of points by utilizing certain mathematical model. In this paper the position determination of power line DV405, which is located downstream of DJerdap 1 dam, is considered. The mathematical form of power line is based on the polynomial regression of second order. The results showed high concordance between values obtained by measurements and the utilized model. Some significant deviation between measured and modelled values might be explained by relatively large distance between the station point and the measured point of power line.

Index Terms – Discretization, Polynomial regression, Measurement errors, Probability, Statistics